

基于 Karhunen-Loeve 变换的正交椭圆球面波脉冲波形设计

王红星 陈昭男* 刘传辉 赵志勇
(海军航空工程学院电子信息工程系 烟台 264001)

摘要: 针对正交椭圆球面波函数(PSWF)脉冲硬件实现复杂度高和难以实时产生的问题,通过对 PSWF 脉冲求解和正交化两个过程的优化整合,该文提出了一种基于 Karhunen-Loeve 变换的正交 PSWF 脉冲波形设计方法。该方法首先将 PSWF 脉冲表示为 Legendre 多项式加权求和的形式,通过对原脉冲互相关矩阵进行 Karhunen-Loeve 变换,得到正交系数矩阵,从而实现 PSWF 脉冲的正交化。以此为基础,设计了一种高效快捷的正交 PSWF 脉冲实现方案,建立了正交 PSWF 脉冲与 Legendre 多项式系数向量的对应关系,能够通过改变特征多项式的系数来快速设计正交 PSWF 脉冲,同时具有实时性好和实现复杂度低的优点,为正交 PSWF 脉冲的工程化实现提供了一种高效快捷的新方案。

关键词: 信号处理; 非正弦波; 正交脉冲; 椭圆球面波函数; Karhunen-Loeve 变换

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)10-2415-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00286

The Design of Orthogonal Prolate Spheroidal Wave Function Pulse Waveform Based on Karhunen-Loeve Transform

Wang Hong-xing Chen Zhao-nan Liu Chuan-hui Zhao Zhi-yong
(Department of Electrical and Information Engineering,
Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: The orthogonal pulse design based on Prolate Spheroidal Wave Function (PSWF) is hard for hardware design. By the optimization and integration of the pulse solution and orthogonalization procedure, a novel orthogonal PSWF pulse waveform design based on Karhunen-Loeve transform is proposed. The method represents firstly PSWF into a series of Legendre functions, and the factor matrix for orthogonality is achieved by Karhunen-Loeve transform of the cross correlation matrix. On this basis, an efficient hardware implementation of orthogonal PSWF pulse is put forward. The proposed method builds a mapping between orthogonal PSWF pulse and coefficient vector of Legendre polynomial, and the method can be used to design orthogonal PSWF pulses by changing eigenpolynomial coefficients effectively. Meanwhile, the method has good real-time performance and low hardware complexity and provides a fast and efficient scheme for the engineering realization of orthogonal PSWF pulse.

Key words: Signal processing; Non-sinusoidal wave; Orthogonal pulse; Prolate Spheroidal Wave Function (PSWF); Karhunen-Loeve transform

1 引言

椭圆球面波函数(Prolate Spheroidal Wave Function, PSWF)是频域带限且时域能量聚集性最佳的信号形式^[1],目前在超宽带^[2-4]、卫星通信导航^[5-7]、非正弦时域正交调制^[8]等应用领域已有相关研究。在信号处理方面,利用 PSWF 构成的完备正交系表示其他时限或带限函数时,其精度要高于用

sinc 函数来表示^[1,9],因而该函数在超宽带信道估计^[10]、射频识别信号检测^[11]中也有相关研究。

准确快速地产生正交 PSWF 脉冲,是利用其进行高效信息传输的前提。目前,对于 PSWF 脉冲的求解,主要有 Parr 数值解法^[2]、Legendre 多项式逼近法^[12]、重构求解方法^[13]等。这些求解方法均包含求解矩阵特征向量的过程,因而存在实现复杂度高的问题。

为了有效利用 PSWF 的高能量聚集性,提高系统频带利用率,文献[14]中提出了一种基于时限 PSWF 的高效正交脉冲设计方法。该脉冲设计方法将整个脉冲设计频带划分为多个相互交叠的子频

2012-03-21 收到, 2012-05-30 改回

国家自然科学基金(60772056)和山东省“泰山学者”建设工程专项经费资助课题

*通信作者: 陈昭男 chzhnan12@163.com

带,在各子频带上分别利用 Parr 数值解法求解各阶时限 PSWF 脉冲,最后通过 Schmidt 正交化方法得到正交 PSWF 脉冲。Parr 算法和 Schmidt 正交化方法在实现过程中具有较高的复杂度,导致文献[14]中的正交 PSWF 脉冲设计方法难以工程实现,限制了该方法在通信系统中的推广应用。

现有的正交脉冲波形设计方法,除了经典 Schmidt 方法外,还有半正定规划方法^[15]、频率编码方法^[16]和脉冲压缩方法^[17]等。在上述正交脉冲组设计方法中,脉冲产生与正交化过程均是依次进行的,即首先分别产生多个脉冲,再对所有脉冲进行正交化,实现复杂度较高。对于正交 PSWF 脉冲的波形设计,可综合考虑其脉冲产生和正交化过程,对其进行优化整合,从而提高正交 PSWF 脉冲的设计效率。

基于上述原因,本文提出了一种基于 Karhunen-Loeve(K-L)变换的正交 PSWF 脉冲设计方法;在此基础上,提出了正交 PSWF 脉冲的高效实现方案,减少了实现复杂度,有利于工程实现。

2 基于归一化 Legendre 多项式逼近的 PSWF 脉冲求解算法

PSWF 是扁长椭圆坐标系中的 Helmholtz 微分方程的解。Helmholtz 微分方程为

$$(1-t^2)\psi''(t)-2t\psi'(t)+(\chi_j-c^2t^2)\psi(t)=0 \quad (1)$$

其中 $c = \pi BT_s$, 称为时间带宽积。第 j 阶 PSWF 的归一化 Legendre 多项式展开形式为

$$\psi_j(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \beta_k^j \cdot \bar{P}_k(t), \quad j=0,1,\dots,M \quad (2)$$

其中 $\bar{P}_k(t)$ 为第 k 阶归一化 Legendre 多项式,其系数向量 β^j 为矩阵 \mathbf{A} 的特征向量,即

$$\mathbf{A}\beta^j = \chi_j\beta^j \quad (3)$$

其中,对矩阵 \mathbf{A} 做如下定义:

$$\mathbf{A}_{k,k+2} = \frac{(k+2)(k+1)}{(2k+3)\sqrt{(2k+5)(2k+1)}} \cdot c^2 \quad (4)$$

$$\mathbf{A}_{k,k} = k(k+1) + \frac{2k(k+1)-1}{(2k+3)(2k-1)} \cdot c^2 \quad (5)$$

$$\mathbf{A}_{k+2,k} = \frac{k(k-1)}{(2k-3)\sqrt{(2k-3)(2k+1)}} \cdot c^2 \quad (6)$$

其它元素为 0。用 $\boldsymbol{\psi} = [\psi_0(t), \psi_1(t), \dots, \psi_{M-1}(t)]^T$ 表示椭圆球面波函数向量, $\mathbf{B} = [\beta^1, \beta^2, \dots, \beta^M]$ 表示 Legendre 多项式加权系数矩阵, $\mathbf{P} = [\bar{P}_0(t), \bar{P}_1(t), \dots, \bar{P}_{N-1}(t)]^T$ 表示归一化 Legendre 多项式向量,则式(2)可表示为矩阵相乘形式。

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{B}\mathbf{P} \quad (7)$$

3 基于 Karhunen-Loeve 变换的 PSWF 脉冲组正交化算法

对于频谱交叠的多个 PSWF 脉冲,频谱相邻的两个脉冲之间具有一定的相关性,其脉冲组的互相关矩阵作为一种统计指标,能够最集中地反映这种相关性。因此,可从其互相关矩阵入手,消除不同脉冲之间的相关性,实现脉冲组的正交化。一组相关信号经过正交变换后总能在一定程度上消除各分量之间的相关性。K-L 变换恰好是一种建立在互相关矩阵基础上的正交变换,同时,从完全消除各分量相关性的性能来看,K-L 变换是最佳的。基于上述分析,这里应用 K-L 变换来实现 PSWF 脉冲组的正交化。

假设 PSWF 脉冲组由 M 个频谱交叠的 PSWF 脉冲 $\psi_i(t)$ 组成,则该脉冲组的互相关矩阵 \mathbf{C} 为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,M} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M,1} & c_{M,2} & \cdots & c_{M,M} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $c_{i,j}$ 为第 i 个脉冲和第 j 个脉冲的互相关函数,即 $c_{i,j} = \int_{-T/2}^{T/2} \psi_i(t)\psi_j(t)dt$ 。互相关矩阵 \mathbf{C} 为对称

阵,则必有正交阵 \mathbf{X} ,使 $\mathbf{X}^T\mathbf{C}\mathbf{X} = \boldsymbol{\Lambda}$,其中 $\boldsymbol{\Lambda}$ 是以 \mathbf{C} 的 M 个特征值为对角元的对角阵, \mathbf{X} 即为 K-L 变换矩阵。令 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M]$, \mathbf{x}_i 为互相关矩阵 \mathbf{C} 的特征向量,则有

$$\mathbf{x}_i^T\mathbf{C}\mathbf{x}_i = \lambda_i \quad (9)$$

其中 λ_i 为 \mathbf{C} 的第 i 个特征值。令 K-L 变换因子 $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iM}]^T$,对 M 个 PSWF 脉冲进行 K-L 变换,得到的新脉冲 $\psi'_i(t)$ 为

$$\psi'_i(t) = \sum_{k=1}^M x_{ik}\psi_k(t) \quad (10)$$

新脉冲 $\psi'_i(t)$ 和 $\psi'_j(t)$ 的互相关函数为

$$\begin{aligned} & \int_{-T/2}^{T/2} \psi'_i(t)\psi'_j(t)dt \\ &= \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M \mathbf{x}_{in}\mathbf{x}_{jm} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_n(t)\psi_m(t)dt \\ &= \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M \mathbf{x}_{in}\mathbf{x}_{jm}c_{nm} \end{aligned} \quad (11)$$

根据 $\mathbf{X}^T\mathbf{C}\mathbf{X} = \boldsymbol{\Lambda}$, 可得

$$\int_{-T/2}^{T/2} \psi'_i(t)\psi'_j(t)dt = \begin{cases} \lambda_i, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (12)$$

式(12)证明了 K-L 变换得到的新脉冲是相互正交的。在此基础上,对得到的正交新脉冲进行归一化处理,即得到一组规范正交的 PSWF 脉冲组。

需要说明的是，这种基于 K-L 变换的 PSWF 脉冲组正交化方法，只是对原 PSWF 脉冲组进行了线性组合，即数学意义上的重构，并没有对 PSWF 脉冲进行根本改变。同时，本方法对于脉冲的互相关性并没有严格要求，只要原脉冲组的各个脉冲之间不是线性关系，本方法即适用。因此，该正交化方法在保证 PSWF 脉冲高能量聚集性的前提下，实现了脉冲组的正交性，同时还具有适用范围广的优点。

用 $\psi' = [\psi'_1(t), \psi'_2(t), \dots, \psi'_M(t)]^T$ 表示正交 PSWF 向量，则式(10)所表示的 PSWF 脉冲正交化过程，可表示为矩阵相乘的形式。

$$\psi' = X^T \psi \quad (13)$$

将式(7)的 PSWF 求解过程代入式(13)，可得

$$\psi' = X^T B P \quad (14)$$

令 $D = X^T B$ ，可以得到正交 PSWF 脉冲的归一化 Legendre 多项式拟合形式为

$$\psi' = D P \quad (15)$$

这里称 D 为正交 PSWF 脉冲的加权求和矩阵，用 d_i 表示该矩阵 D 的第 i 行，则第 i 个正交 PSWF 脉冲可以表示为

$$\psi'_i(t) = \sum_{k=1}^N d_{ik} \bar{P}_k(t) \quad (16)$$

式(16)建立了正交脉冲与 Legendre 多项式系数向量的对应关系，为正交 PSWF 脉冲的快速高效产生提供了理论基础。

4 正交 PSWF 脉冲波形产生方法

根据文献[14]，基于带通时限 PSWF 的时域正交脉冲设计方法主要包括参数设置、子频带划分、正交脉冲的数值求解和正交化 4 个步骤。该方法的实现复杂度主要集中在数值求解和正交化两个过程。目前主要采用基于 Parr 算法的产生方法。该方法在脉冲时宽一定的情况下，当其带宽较大时，采样点数迅速增大，该方法所需的计算量和占用的存储空间也随之增加。Schmidt 正交化过程是一个脉冲加权求和的过程，其加权系数通过原脉冲与新脉冲的相关运算求得，对于 N 个脉冲，Schmidt 方法需要进行 $N(N-1)$ 次相关运算，运算量较大。Parr 算法和 Schmidt 正交化方法均具有较大的运算量和空间复杂度，给正交 PSWF 脉冲组的产生带来了较大的困难。

在基于 PSWF 的高效调制方法中，主要利用带通时限 PSWF 的正交性来实现多路并行信息的加载和传输，发送端和接收端分别对正交化后的 PSWF 脉冲进行调制和解调^[7]。因此，可以将脉冲求解和正交化这两个过程合并，直接产生正交的 PSWF 脉冲。根据式(17)和式(18)，每个正交 PSWF

都对应唯一的 Legendre 多项式系数向量，这里用多项式拟合的方式设计产生正交 PSWF 脉冲。在设计正交脉冲之前，根据需要产生 PSWF 脉冲的参数和频带划分，计算其对应的多项式拟合矩阵 D 并写入存储器中。需要产生正交 PSWF 脉冲波形时，根据其设计参数查找出相应的拟合矩阵 D ，用其中的每个行向量依次对各阶归一化 Legendre 多项式进行累加求和即可得到所需的正交脉冲。该方法的脉冲产生流程图如图 1 所示。

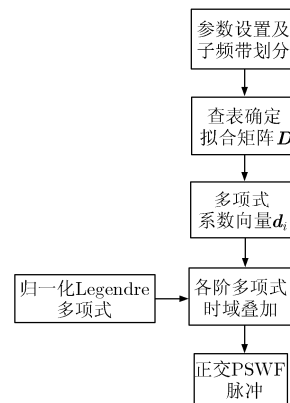


图 1 正交 PSWF 脉冲波形产生流程图

5 性能分析及数值仿真

为了验证和比较该脉冲设计方法的性能，从设计脉冲性能、算法时间复杂度和空间复杂度 3 个方面对该正交脉冲设计方法进行仿真分析。

5.1 脉冲性能仿真

在频谱范围是 1 ~ 1.5 kHz，划分为频谱交叠 50% 的 4 个频带，每个子带内取两个脉冲时，该方法产生的前 4 个正交 PSWF 脉冲波形及其功率谱分别如图 2 和图 3 所示。

由图 2 可见，正交化的 PSWF 脉冲波形具有较

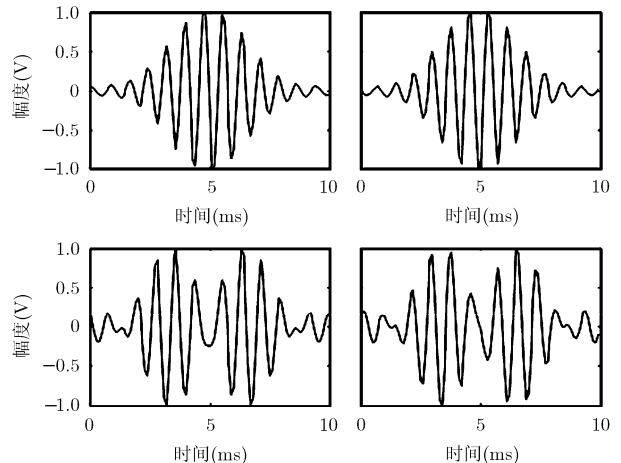


图 2 前 4 个正交 PSWF 脉冲波形

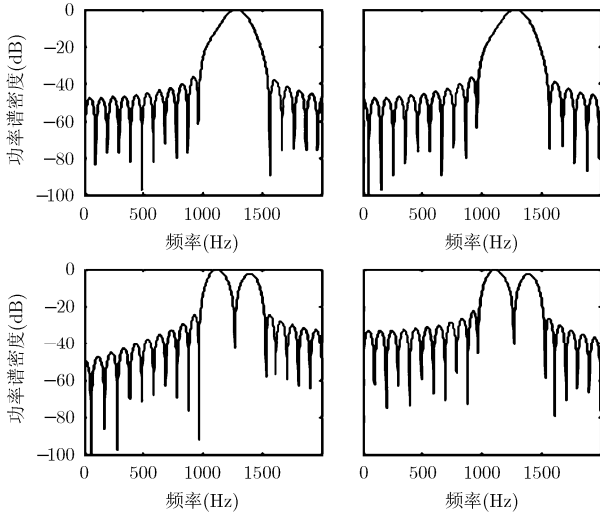


图3 前4个正交 PSWF 脉冲的功率谱

好的平滑性,且能量基本集中在给定的时域区间内。根据图3,正交 PSWF 脉冲的功率谱均主要集中在给定的设计频带1~1.5 kHz内,且旁瓣功率均在-25 dB以下,因而正交后的脉冲仍保持了较高的带内能量集中度。综合图2和图3可知,PSWF 脉冲经过该方法正交化后,仍保持了较高的时频能量聚集性。

5.2 时间复杂度分析与仿真

算法复杂度主要由时间复杂度和空间复杂度两个部分组成。首先来看时间复杂度。时间复杂度主要由算法的运算量决定,这里以目前常用的 FPGA 处理器所需的计算量作为衡量两种方法时间复杂度的指标。

假设需要对 M 个脉冲进行正交化,每个 PSWF 脉冲的采样点数为 K ,因而各阶 Legendre 多项式的采样点数也为 K 。首先分析 K-L 变换方法的时间复杂度。在利用 Legendre 多项式逼近求解 PSWF 函数过程中,对每个 PSWF 脉冲,其需要的 Legendre 多项式数目为

$$N = \lceil (|ce| + 1) / 2 \rceil \quad (17)$$

其中 $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整, c 为时间带宽积, e 为自然对数的底。构造一个正交 PSWF 脉冲需要对 N 个特征多项式进行加权求和,需要进行 NK 次运算(主要是乘法运算),因而整个过程的总运算量为 MNK 。

对于文献[14]中正交 PSWF 脉冲的构建过程,时间复杂度主要集中在 PSWF 脉冲求解和 Schmidt 正交化两个步骤。在基于 Parr 算法的脉冲求解过程中,运算量来自于求解矩阵特征向量过程。采用经典的 Jacobi 方法求解特征向量时,对一个 $K \times K$ 维

矩阵,运算量约为 K^3 。Schmidt 方法首先计算加权系数 $a_{i,j}$,其次是加权求和过程。生成第 i 个正交脉冲需要计算 $i-1$ 个加权系数, M 个正交脉冲共需要计算 $(M-1)M/2$ 个权系数。计算一个加权系数需要 $2K+1$ 次运算,权系数计算过程的总运算量为 $(M-1)(2K+1)M/2$ 。对于加权求和过程,对第 i 个新脉冲需要 $(i-1)K$ 次乘法运算,所有脉冲求和过程运算量为 $(M-1)MK/2$ 。整个 Schmidt 正交过程的运算量为 $(M-1)(3K+1)M/2$ 。文献[14]中正交脉冲构建过程的时间复杂度 C_t 为

$$C_t = (M-1)(3K+1)M/2 + K^3 \quad (18)$$

在用 Parr 算法产生脉冲时,假设以 4 倍信号带宽即 4B 的采样速率进行采样,则一个脉冲需要的采样点数 $K = \lceil 4c \rceil$ 。根据文献[14],每个子带内进行正交化设计的脉冲数目为 $M = \lfloor c/\pi \rfloor$ 。基于以上假设,这里对脉冲宽度一定,时间带宽积 c 取值范围是 $[0, 40]$ 时,两种方法的时间复杂度进行了仿真,结果如图4所示。

由图4的仿真结果可以看出,本文方法的时间复杂度要明显小于文献[14]中的方法,且随着时间带宽积的增加,其时间复杂度基本不变,而文献[14]方法的时间复杂度快速增加。本文方法大大减少了运算量,能够实现了正交 PSWF 脉冲组实时产生,且尤其适用于时间带宽积和采样点数较大的情况。

5.3 空间复杂度分析与仿真

从 FPGA 硬件实现过程中的空间复杂度来看,本方法主要存储 Legendre 多项式系数和拟合矩阵 D 。多项式组共需要存储 $N \times K$ 个数据,矩阵 D 为 $M \times N$ 维,所以该方法的空间复杂度 S_1 为

$$S_1 = (M + K)N \quad (19)$$

对于文献[14]方法,PSWF 计算过程所构建的特征矩阵为 $K \times K$ 维,得到的 M 个 PSWF 脉冲需要用 $M \times K$ 个数据表示。在 Schmidt 正交过程中,需要存储两个 PSWF 脉冲组。当进行脉冲组正交化时,可以释放前一脉冲求解过程中特征矩阵所占用的空间,同时由于每个脉冲的采样点数远远大于脉冲个数,即 $K \gg M$,因而与脉冲求解过程相比, Schmidt 过程的空间复杂度可以忽略,文献[14]方法的空间复杂度主要由脉冲求解过程决定,其表达式为

$$S_2 = (K + M)K \quad (20)$$

当 c 取值范围是 $[0, 40]$ 时,两种脉冲设计方法在 FPGA 硬件实现过程中所需空间复杂度如图5所示。

由图5中空间复杂度的对比可以看出,当采用

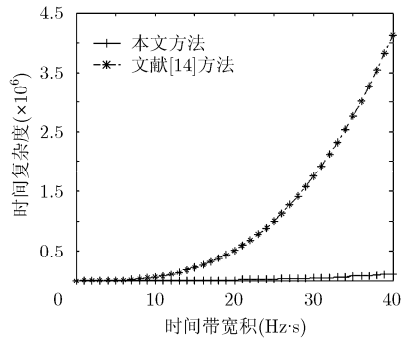


图 4 两种方法的时间复杂度比较图

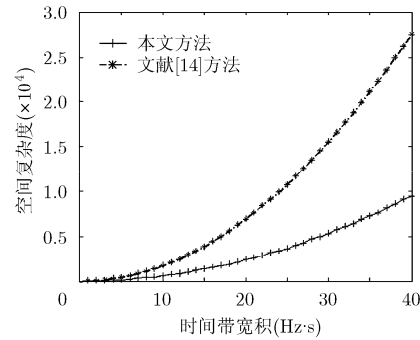


图 5 两种方法所需的空间复杂度比较图

本文方法时, 需要存储的数据量明显减少。随着时间带宽积的增加, 本文方法的空间复杂度增加量也要明显小于文献[14]方法。在时间带宽积为 40 时, 本方法的空间复杂度要小于文献[14]方法的一半。从空间复杂度来看, 本方法仍然具有较大的优势, 这也使其更适用于应用于宽带大容量的高速通信系统中。

通过以上仿真分析可以看出, 与文献[14]中方法相比, 本文的基于 K-L 变换的正交 PSWF 脉冲波形设计方法所需的运算量和存储空间均明显减少。

6 结束语

针对正交 PSWF 脉冲组工程实现困难的问题, 本文采用 Legendre 多项式逼近法求解 PSWF, 再用 K-L 变换实现正交化, 最后通过 Legendre 多项式拟合来设计正交 PSWF 脉冲波形。该正交 PSWF 脉冲波形设计方法具有实时性好, 易于硬件实现的优点。本文解决了正交 PSWF 脉冲组的设计产生问题, 从而为该脉冲组的推广应用奠定了理论基础, 也为其他高性能非正弦脉冲的设计实现提供了依据。

参 考 文 献

- [1] Slepian D and Pollak H O. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty-I[J]. *Bell System Technology Journal*, 1961, 40(1): 43-46.
- [2] Parr B, Cho B, and Wallace K. A novel ultra-wideband pulse design algorithm[J]. *IEEE Communication Letters*, 2003, 7(5): 219-221.
- [3] 陆音, 朱洪波. 基于近似扁长椭圆球函数的超宽带脉冲设计[J]. *通信学报*, 2005, 26(10): 60-64.
Lu Yin and Zhu Hong-bo. UWB pulse design method based on approximate prolate spheroidal wave functions[J]. *Journal on Communications*, 2005, 26(10): 60-64.
- [4] 马英杰, 周正, 何文才. 认知 UWB 正交脉冲序列设计及性能分析[J]. *北京理工大学学报*, 2011, 31(5): 583-588.
Ma Ying-jie, Zhou Zheng, and He Wen-cai. Cognitive UWB orthogonal pulses design and its performance analysis[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2011, 31(5): 583-588.
- [5] Sachhi C, Rossi T, and Ruggieri M. Efficient waveform design for high-bit-rate W-band satellite transmissions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 974-995.
- [6] 周艳玲, 胡修林, 唐祖平. 长椭圆球波函数在卫星导航中的应用研究[J]. *宇航学报*, 2011, 32(9): 1890-1894.
Zhou Yan-ling, Hu Xiu-lin, and Tang Zu-ping. Research on application of prolate spheroidal wave functions in satellite navigation[J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(9): 1890-1894.
- [7] 王红星, 赵志勇, 刘锡国, 等. 非正弦时域正交调制方法[P]. 中国专利, ZL200810159238.3, 2009.
Wang Hong-xing, Zhao Zhi-yong, Liu Xi-guo, et al. Nonsinusoidal orthogonal modulation in time domain [P]. China Patent, ZL200810159238.3, 2009.
- [8] Slepian D. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty — V: the discrete case[J]. *Bell System Technology Journal*, 1978, 57(5): 1371-1430.
- [9] Gosse L. Effective band-limited extrapolation relying on Slepian series and l^1 regularization[J]. *Computer and Mathematics with Applications*, 2010, 60: 1259-1279.
- [10] Dullaert W and Rogier H. Novel compact model for the radiation pattern of UWB antennas using vector spherical and slepian decomposition[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, 58(2): 287-299.
- [11] Dullaert W, Reichardt L, and Rogier H. Improved detection scheme for chipless RFIDs using prolate spheroidal wave function-based noise filtering[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2011, 10: 472-475.
- [12] Bouwkamp C J. On spheroidal wave functions of order zero[J]. *Journal of Mathematical Physics*, 1947, 26: 79-92.
- [13] Khare K and George N. Sampling theory approach to prolate spheroidal wavefunctions[J]. *Journal of Physics*, 2003, 36(39): 10011-10021.

- [14] 赵志勇, 王红星, 李洪烈, 等. 非正弦波通信时域正交椭圆球面波设计方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(12): 2912-2916. Zhao Zhi-yong, Wang Hong-xing, Li Hong-lie, *et al.*. Design method of orthogonal pulse in time domain based on prolate spheroidal wave functions for nonsinusoidal wave communication[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(12): 2912-2916.
- [15] Davidson T N, Luo Zhi-quan, and Wong Kon-max. Design of orthogonal pulse shapes for communications via semidefinite programming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(5): 1433-1445.
- [16] Liu Wei, Yang Rumin, and Zhou Zheng. A novel frequency coded orthogonal UWB pulse design for narrowband interference suppression[C]. The 18th Annual IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication, Athens, 2007: 268-272.
- [17] 张洪欣, 吕英华, 贺鹏飞, 等. 一种基于脉冲压缩的 UWB 成形脉冲设计方法[J]. 北京邮电大学学报, 2007, 30(1): 132-135. Zhang Hong-xin, Lü Ying-hua, He Peng-fei, *et al.*. A novel method to generate UWB shaping pulses based on compressed chirp[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2007, 30(1): 132-135.
- 王红星: 男, 1962 年生, 教授, 研究方向为调制编码理论与应用、航空通信导航等.
- 陈昭男: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为现代通信系统、非正弦波通信.
- 刘传辉: 男, 1984 年生, 博士生, 研究方向为现代通信系统、非正弦波通信.
- 赵志勇: 男, 1976 年生, 讲师, 研究方向为现代通信系统、非正弦波通信.