

一种基于最优观测矩阵的自适应贝叶斯压缩信道感知联合机制

肖小潮^{*①②③} 郑宝玉^{①②} 王臣昊^{①②③}

^①(南京邮电大学信号处理与传输研究院 南京 210003)

^②(南京邮电大学教育部宽带无线通信和传感技术重点实验室 南京 210003)

^③(中国移动通信集团江苏有限公司苏州分公司 苏州 215002)

摘要: 该文采用基于概率模型的贝叶斯压缩感知方法,从最大后验概率角度,给出了压缩信道感知的一般流程。在此基础上,利用自适应贝叶斯压缩感知将信号的重构和观测矩阵的设计结合,使这两个环节不再相互独立。同时,提出一种基于最优观测矩阵的自适应贝叶斯压缩感知联合机制,通过减少观测矩阵的相关度以及对观测矩阵的自适应设计,使得信道的重构效果更佳。另外可利用重构过程中得到的差错栏,对重构精确度进行衡量。仿真表明:在相同的实验条件下,该联合机制相比传统的重构算法,具有更好的抗噪声能力和重构精度。

关键词: 无线通信; 自适应贝叶斯; 最优观测矩阵; 压缩信道估计; 相关度; 联合机制

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)10-2299-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00184

A Joint Mechanism of Adaptive Bayesian Compressed Channel Sensing Based on Optimized Measurement Matrix

Xiao Xiao-chao^{①②③} Zheng Bao-yu^{①②} Wang Chen-hao^{①②③}

^①(*Institute of Signal Processing and Transmission, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China*)

^②(*Broadband Wireless Communications and Sensor Technology Laboratory of Ministry of Education, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China*)

^③(*China Mobile Group Jiangsu Company Limited Suzhou Branch, Suzhou 215002, China*)

Abstract: In this paper, a common process of compressed channel estimation is given by the Bayesian Compressed Sensing (BCS) which is based on the probability principle of Maximum *A Posteriori* (MAP). In the process, signal reconstruction and measurement matrix design as two separate steps can be combined together by Adaptive BCS (ABCS). Meanwhile a joint mechanism of ABCS and optimized measurement is proposed by reducing the coherence and the adaptive design of measurement matrix to get a better reconstruction performance. Furthermore, the error bars obtained in the process of reconstruction can be used to measure the accuracy of the reconstruction. Simulation results show that under the same conditions, the joint mechanism shows better anti-noise ability and recovery accuracy than those of the traditional reconstruction algorithm.

Key words: Wireless communication; Adaptive Bayesian Compressed Sensing (ABCS); Optimized measurement matrix; Compressed channel estimation; Coherence; Joint mechanism

1 引言

由于无线通信的频谱资源非常紧张,这使得我们必须采用先进的技术来有效利用宝贵的频率资源以满足高速率大容量的业务需要;另一方面,无线通信系统的性能受到无线信道状况的影响。因此需要通过信道特征估计技术,来实现对高速率数

据在无线信道传输过程中经历的多径衰落干扰进行补偿,从而改善系统性能,在接收端尽可能准确地恢复发送信号。

事实上,在现代无线通信系统中,信道估计技术已经得到了充分的应用^[1,2]。传统的信道估计方法主要是基于训练序列的线性最小二乘估计法(LS)。它是一种以误差的平方和最小为准则,根据观测数据估计线性模型中未知参数的一种基本参数估计方法,实现较为简单,但需要使用较多的导频数量,造成频谱资源的浪费。与传统的线性估计信道方法

2012-02-28 收到, 2012-06-20 改回

国家自然科学基金(60972039)和江苏省自然科学基金重点项目(BK2010077)资助课题

*通信作者: 肖小潮 jerry.shaw1122@gmail.com

不同,近年来兴起的基于压缩感知的稀疏多径信道估计,也称压缩信道感知^[3],其使用的压缩感知理论(CS)打破了奈奎斯特采样定理的框架,将对信号的采样转变成对信息的采样,这样就可以在保证信息不损失的情况下,用远低于奈奎斯特采样定理要求的速率采样信号,同时又可以完全恢复信号。由于压缩信道感知技术考虑了无线多径信道的固有稀疏性,因而可以在获得同样信道估计性能的情况下,大大减少导频数量,提高频谱利用率。

CS理论包括3个步骤^[4]:信号的稀疏表示、观测矩阵的设计、信号的重构。其中,针对信号的重构算法,有以正交匹配追踪算法(OMP)为主的贪婪追踪算法,以基追踪(BP)、内点法为代表的凸松弛法以及链式追踪、HHS(Heavg Hitters on Steroids)追踪这类通过对信号分组测试快速重建的组合算法等。与上述常用的压缩信道感知重构方法不同,本文采用基于概率模型的贝叶斯压缩感知方法,并在此基础上,利用自适应贝叶斯压缩感知将信号的重构和观测矩阵的设计结合起来,实现对训练序列的自适应设计。同时,从减少观测矩阵的相关度角度出发,提出一种最优观测矩阵与自适应贝叶斯压缩感知技术结合的联合机制用于信道估计。仿真结果表明:在相同的实验条件下,该机制相比传统的重构算法,如BP,具有更好的抗噪声能力和重构精度。

本文内容安排如下:第2节介绍了无线信道的稀疏性,并对贝叶斯压缩信道感知建模;第3节提出了基于最优观测矩阵的自适应贝叶斯压缩感知机制;第4节给出仿真结果验证;第5节分析了联合机制的计算复杂度及硬件实现;第6节是对全文的总结。

2 贝叶斯压缩信道感知模型

2.1 无线信道的稀疏性

在文献[3]中提到,考虑到无线多径信道的多径时延扩展、多普勒频移、角度扩展等信道特性,将无线信道建模为

$$H(t, f) = \sum_{i=1}^{N_R} \sum_{k=1}^{N_T} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=-M}^M h(i, k, l, m) \cdot \mathbf{a}_R \left(\frac{i}{N_R} \right) \mathbf{a}_T^H \left(\frac{k}{N_T} \right) e^{j2\pi \frac{m}{T} t} e^{-j2\pi \frac{l}{W} f} \quad (1)$$

其中 W 表示基带信号的物理带宽, T 表示基带信号对应的符号周期, $L = \lceil W\tau_{\max} \rceil$ 表示在信道扩展中可分辨时延的最大数值, $M = \lceil T\nu_{\max} / 2 \rceil$ 表示在信道扩展中可分辨多普勒频移的最大数值, τ_{\max} 表示信道的最大时延域扩展, ν_{\max} 表示信道的最大多普勒域扩展, N_R, N_T 分别表示接收、发送天线数。这样,

无线信道模型就可以被看成时空信号参数 (T, W, N_R, N_T) 的4维傅里叶级数。

令基于虚拟到达角、出发角、时延、多普勒频移的采样间隔分辨率为 $\Delta\theta_R = 1/N_R, \Delta\theta_T = 1/N_T, \Delta\tau = 1/W, \Delta\nu = 1/T$,这样,式(1)分别在角度、时延、多普勒域与物理多径环境的采样相对应,就可以用采样点的信道系数 $h(i, k, l, m)$ 来表征对应的多径信道集。实际中遇到的许多物理信道,其非零信道系数 $\{h(i, k, l, m)\}$ 的数量远远小于最大多径数,可以被认为是稀疏的。而物理信道的这种固有稀疏性,才使得利用CS理论来对稀疏多径信道进行估计是有意义的。

2.2 贝叶斯压缩信道感知模型^[5-7]

下面,我们参照文献[5,6]中提及的贝叶斯稀疏重构思想,将其运用到稀疏多径信道估计中,建立起相应的贝叶斯压缩信道感知模型。假定待估计的 M -项稀疏信道为 \mathbf{h} ,训练序列为 \mathbf{x} ,在接收端接收到的信号为 \mathbf{y} ,则

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} \otimes \mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (2)$$

其中 \otimes 表示卷积, \mathbf{n} 为零均值的加性高斯白噪声。

现对式(2)两端进行 K 点FFT变换后,可得

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{F} \mathbf{h} + \mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{X}) \mathbf{F} \mathbf{h} + \mathbf{N} = \mathbf{\Phi} \mathbf{h} + \mathbf{N} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{N}$ 分别为 $\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{n}$ 的傅里叶变换, $\text{diag}(\mathbf{X})$ 为 \mathbf{X} 的对角化, \mathbf{F} 为相应的傅里叶变换矩阵, $\mathbf{\Phi} = \text{diag}(\mathbf{X}) \mathbf{F}$ 作为压缩感知的观测矩阵部分。

参照文献[8],由于 \mathbf{N} 为零均值加性高斯白噪声对应的傅里叶变换,因而, \mathbf{N} 从统计特性来看,仍然具有零均值高斯分布的特性,假定 $\mathbf{N} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$,则

$$p(\mathbf{Y} | \mathbf{h}, \alpha_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi/\alpha_0}^K} \exp \left\{ -\frac{\alpha_0}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Phi} \mathbf{h}\|^2 \right\} \quad (4)$$

其中 $\alpha_0 = \sigma^{-2}$ 。

由2.1节分析,我们知道 \mathbf{h} 为一 N 维稀疏向量,可以假定它服从拉普拉斯的先验稀疏分布^[9],这里为了研究方便,假定它服从零均值的高斯先验稀疏分布^[5,6],即

$$p(\mathbf{h} | \boldsymbol{\alpha}) = \prod_{i=1}^N \mathcal{N}(h_i | 0, \alpha_i^{-1}) \quad (5)$$

其中 α_i^{-1} 为 \mathbf{h} 中各个分量的方差。

此时,通过式(3),可知, \mathbf{Y} 亦为一服从0均值的高斯分布。

$$p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0) = (2\pi)^{-K/2} |\alpha_0^{-1} \mathbf{I} + \mathbf{\Phi} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{\Phi}^T|^{-1/2} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \mathbf{Y}^T (\alpha_0^{-1} \mathbf{I} + \mathbf{\Phi} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{Y} \right\} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{A} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$, $(\alpha_0^{-1} \mathbf{I} + \mathbf{\Phi} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{\Phi}^T)$ 对应

为 \mathbf{Y} 的方差。

根据概率论模式, 可得后验概率:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{h} | \mathbf{Y}, \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0) &= \frac{p(\mathbf{Y} | \mathbf{h}, \alpha_0) p(\mathbf{h} | \boldsymbol{\alpha})}{p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0)} \\ &= (2\pi)^{-N/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-1/2} \\ &\quad \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{h} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{h} - \boldsymbol{\mu})\right\} \quad (7) \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = (\alpha_0 \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{A})^{-1} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\mu} = \alpha_0 \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{Y} \quad (9)$$

其中, 式(8), 式(9)对应为式(7)中求得的 \mathbf{h} 的方差和均值, 均为 $\boldsymbol{\alpha}, \alpha_0$ 的函数。

在接收信号 \mathbf{Y} 、观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 已知的情况下, 根据最大后验概率准则, 所求 \mathbf{h} 必须使得 $p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0)$ 最大化, 也即 $\max \lg p(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0)$, 参考文献[5]推导过程, 可得

$$\alpha_i^{\text{new}} = \gamma_i / \mu_i^2, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (10)$$

$$1 / \alpha_0^{\text{new}} = \|\mathbf{Y} - \boldsymbol{\Phi} \mathbf{h}\|_2^2 / \left(K - \sum_i \gamma_i \right) \quad (11)$$

其中 $\gamma_i \triangleq 1 - \alpha_i \boldsymbol{\Sigma}_{ii}$, $\boldsymbol{\Sigma}_{ii}$ 是 $\boldsymbol{\Sigma}$ 中第 i 个对角线元素。

由式(10)和式(11)可以看出, α_i, α_0 为 $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}$ 的函数。而通过式(8), 式(9), 我们知道 $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}$ 又为 α_i, α_0 的函数, 由此可见, 对 α_i, α_0 (或者 $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}$) 的求解过程实际上是一个不断循环自我迭代的过程。这样, 我们就可以通过设定一个迭代收敛条件, 使得 α_i, α_0 通过不断的迭代循环直至收敛。最后, 通过式(9)求得待估计稀疏信号 \mathbf{h} 的估计值, 以式(8)求得的 $\boldsymbol{\Sigma}_{ii}$ 作为估计值精确度的差错栏(error bars), 用于衡量重构精确度的一个标准。

3 基于最优观测矩阵的自适应贝叶斯压缩感知机制

3.1 自适应贝叶斯压缩感知

传统的压缩感知重构算法中, 观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = [r_1 \cdots r_K]^T$ 无法做到自适应, 但是贝叶斯压缩感知可以通过计算相关的差错栏, 自适应地调整 r_k 即实现对训练序列的自适应设计以达到减少 \mathbf{h} 的不确定性的目的。另外差错栏的计算还可以用来决定需要多少观测值进行可靠的压缩感知重构。比如, 当不确定性变化很微小时, 我们就可以认为此时已经是在重构噪声部分 \mathbf{N} 了, 因而自适应感知就可以停止了。

根据文献[10], 定义 \mathbf{h} 的微分熵为

$$\begin{aligned} I(\mathbf{h}) &= -\int p(\mathbf{h}) \lg p(\mathbf{h}) d\mathbf{h} = \frac{1}{2} \lg |\boldsymbol{\Sigma}| + c \\ &= \frac{1}{2} \lg |\mathbf{A} + \alpha_0 \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi}| + c \quad (12) \end{aligned}$$

其中 c 是与 $\boldsymbol{\Phi}$ 独立的常数。

设 \mathbf{r}_{K+1}^T 为观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 新加的第 $(K+1)$ 行, 而 $I_{\text{new}}(\mathbf{h})$ 是观测矩阵更新后的 \mathbf{h} 的微分熵。我们需要选取最优的 \mathbf{r}_{K+1}^T 使得 $I_{\text{new}}(\mathbf{h})$ 最小。

根据 Sylvester 行列式, 有

$$I_{\text{new}}(\mathbf{h}) = I(\mathbf{h}) - \frac{1}{2} \lg [1 + \alpha_0 \mathbf{r}_{K+1}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{r}_{K+1}] \quad (13)$$

其中 α_0 和 $\boldsymbol{\Sigma}$ 是基于之前 K 行的观测矩阵算出来的。

为了使 $I_{\text{new}}(\mathbf{h})$ 最小, 也即使得 $\mathbf{r}_{K+1}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{r}_{K+1}$ 最大化。由于

$$\mathbf{r}_{K+1}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{r}_{K+1} = \mathbf{r}_{K+1}^T \text{Cov}(\mathbf{h}) \mathbf{r}_{K+1} = \text{Var}(\mathbf{Y}_{K+1}) \quad (14)$$

所以为使 $\mathbf{r}_{K+1}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{r}_{K+1}$ 最大化, 需要选取 \mathbf{r}_{K+1} 使得期望中的 \mathbf{Y}_{K+1} 的方差最大。

为了使得这个过程能够通过自我学习自适应, 我们对 $\boldsymbol{\Sigma}$ 进行特征值分解, 从中选取对应的单位特征向量作为 \mathbf{r}_{K+1} 。此时, 式(14)可以写成

$$\mathbf{r}_{K+1}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{r}_{K+1} = \mathbf{r}_{K+1}^T \lambda_i \mathbf{r}_{K+1} = \lambda_i \quad (15)$$

λ_i 为 $\boldsymbol{\Sigma}$ 中单位特征向量 \mathbf{r}_{K+1} 对应的特征值。为了使式(15)最大化, 我们应选取 $\boldsymbol{\Sigma}$ 中最大特征值对应的单位特征向量作为 \mathbf{r}_{K+1} 。

通过上述操作, 便可以实现对观测矩阵的自适应设计, 将信号的重构和观测矩阵的设计结合起来, 使这两个环节不再相互独立, 达到减少 \mathbf{h} 不确定性的目的。

3.2 最优观测矩阵与自适应贝叶斯压缩感知联合机制

在 2.2 节中, 我们提到传统的贝叶斯压缩感知过程, 通常选取一 $K \times N$ 的随机高斯矩阵作为观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$, 在接收端利用贝叶斯稀疏重构的思想重构出稀疏信道 \mathbf{h} 。而对于自适应的贝叶斯压缩感知过程, 考虑到这个过程能够对训练序列进行自我学习设计, 我们通常取 $\lfloor K/2 \rfloor \times N$ 的随机高斯矩阵作为初始观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_0$, 并在此基础上, 通过自我学习训练, 得到最终的观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_1$ 和信道估计值 \mathbf{h} 。

事实上, 针对观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 部分, 文献[11]指出信号完全重构的前提是观测矩阵不会把两个不同的 M -项稀疏信号映射到同一个采样集合中, 即要求从观测矩阵中任意抽取的 K 个列向量构成的矩阵是非奇异的。另外, 在文献[12]中, 也得出结论: 当观测矩阵相关度越小, 估计误差就越小, 估计值越接近真实值。因此, 对观测矩阵的选取, 应尽量保证选取的观测矩阵的列向量相关性较小。

从这个角度出发, 本文引入最优观测矩阵的思想, 提出一种最优观测矩阵与自适应贝叶斯压缩感知相结合的机制, 该联合机制的流程图如图 1 所示。相比于一般的自适应贝叶斯压缩感知流程, 该联合

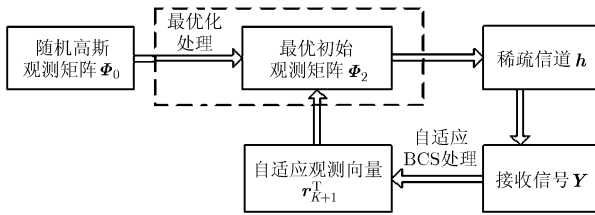


图1 联合机制流程图

机制增加了图1虚线框中的环节，即对 $[K/2] \times N$ 的初始观测矩阵 Φ_0 先进行优化处理，减少其列向量的相关性，得到最优初始观测矩阵 Φ_2 。然后再在此基础上，运用自适应贝叶斯压缩感知的思想，通过边检测边自我学习，得到最终观测矩阵 Φ_3 和信道估计值 h 。其中，观测矩阵 Φ_0 列向量之间的相关系数为 $G = \Phi_0^T \Phi_0$ 中的非对角线元素值。现假定可以容忍的相关性系数值为 t ，则对上述观测矩阵 Φ_0 定义 t -相关系数如下：

$$u_t(\Phi_0) = \frac{\sum_{1 \leq i, j \leq K, i \neq j} (|g_{ij}| \geq t)}{n} \quad (16)$$

其中 $(|g_{ij}| \geq t)$ 为矩阵 Φ_0 中绝对值大于等于 t 的非对角线元素， n 为矩阵 Φ_0 中绝对值大于等于 t 的非对角线元素个数。这样，观测矩阵列向量之间的相关系数中绝对值大于等于容忍系数 t 的算术平均值就可以由式(16)来表征。为了让观测矩阵列向量的相关性减少，从统计意义上讲，也即让式(16)中的 $u_t(\Phi_0)$ 减少，我们采用类似文献[13]中为了减小期望字典的互相关性而获得格拉斯曼框架的方法，在每一次迭代运算中，针对 g_{ij} 进行如下收缩运算：

$$g_{ij} = \begin{cases} \gamma g_{ij}, & |g_{ij}| \geq t \\ \gamma t \cdot \text{sign}(g_{ij}), & t > |g_{ij}| \geq \gamma t \\ g_{ij}, & \gamma t > |g_{ij}| \end{cases} \quad (17)$$

其中，衰减因子 γ 取 $0 < \gamma < 1$ 。

参照文献[13,14]，可得具体算法迭代过程如下：

设置初始观测矩阵 $\Phi_0 \in R^{K \times N}$ 为任意高斯随机矩阵，程序重复次数 iter 以及缩小因子 γ (按照经验值，取门限值 $t = 0.1$ ，衰减因子 $\gamma = 0.85$ ，循环次数 $\text{iter} = 10$)。

步骤1 归一化：将矩阵 Φ_0^k 的每一列归一化，得到 $\hat{\Phi}_0^k$ 。

步骤2 计算格兰姆矩阵： $G_k = (\hat{\Phi}_0^k)^T \hat{\Phi}_0^k$ 。

步骤3 设置容忍门限 t ：即选择 G_k 中非对角线元素大于 t 的元素。

步骤4 更新格兰姆矩阵 G_k ，记新矩阵为 \hat{G}_k 。

$$\text{其中元素 } g_{ij} = \begin{cases} \gamma g_{ij}, & |g_{ij}| \geq t \\ \gamma t \cdot \text{sign}(g_{ij}), & t > |g_{ij}| \geq \gamma t \\ g_{ij}, & \gamma t > |g_{ij}| \end{cases}$$

步骤5 降秩操作：对 \hat{G}_k 应用奇异值分解(SVD)，通过取对角阵的 K 个元素，从而使 \hat{G}_k 的秩降为 K 。

步骤6 求得 Φ_0^{k+1} ：通过对 \hat{G}_k 分解得 Φ_0^{k+1} ，使 $\hat{G}_k = (\Phi_0^{k+1})^T \Phi_0^{k+1}$ ， Φ_0^{k+1} 为 $K \times N$ 的矩阵。

步骤7 重复以上步骤 iter 次，得到最终的观测矩阵 Φ_0^{iter} ，即 Φ_2 。

其中，针对步骤6，在已知 \hat{G}_k 求取 Φ_0^{k+1} 的过程，可以先对 \hat{G}_k 进行相似对角化：

$$\hat{G}_k = P^T \Lambda P = P^T (\Lambda^{1/2})^T \Lambda^{1/2} P = (\Phi_0^{k+1})^T \Phi_0^{k+1} \quad (18)$$

式(18)中， Λ 为格兰姆矩阵 \hat{G}_k 的特征值所组成的对角阵， P 中列向量为 Λ 中的特征值元素对应施密特正交化后的特征向量。

通过上述的迭代运算，一个原始的任意高斯随机矩阵 $\Phi_0 \in R^{K \times N}$ 就可以被优化成一个列向量的互相关系数更小的随机矩阵。

下面，为了说明最优观测矩阵与自适应贝叶斯联合机制能够很好地减小观测矩阵的相关性，我们参照文献[12]，定义 $G = \Phi^T \Phi$ 中的最大非对角线元素值为观测矩阵 Φ 的相关度，通过在仿真中对观测矩阵 Φ_1 和 Φ_3 相关度的比较来进一步阐述。

4 仿真验证

在相同参考长度 K 和信噪比 SNR 的条件下，比较传统的 BP 重构算法、贝叶斯压缩信道感知方法、自适应贝叶斯压缩信道感知方法以及基于最优观测矩阵的自适应贝叶斯压缩信道估计方法对稀疏信道重构的效果，即比较其归一化均方误差 MSE。这里，归一化均方误差 MSE 定义为

$$\text{MSE} = \frac{1}{\text{Num}} \frac{\sum_{m=1}^{\text{Num}} \|\tilde{h}_m - h\|_2^2}{\|h\|_2^2} \quad (19)$$

其中 Num 为仿真次数，取为 1000 次。 \tilde{h}_m 为某一次仿真实验的信道估计值， h 为信道的真实值，MSE 的单位为 dB。

仿真 1 为了比较各种算法在低信噪比环境下的重构效果，设定信道 h 维度 $N = 100$ ，稀疏度为 $T = 20$ ，接收信号维度 K 固定取为 70，信噪比 SNR = $0 \sim 15$ dB，仿真结果如图 2 所示。

由图 2 可以看出，在低信噪比环境中，传统的 BP 重构方法估计误差最大，这是因为采用 BCS 重构方法，一来在迭代循环 α_i 过程中，当出现 $\alpha_i = \infty$

时, 意味着对应的 h_i 分量为零, 通过对 h_i 置零, 并将观测矩阵 Φ 中对应列向量剔除, 可以起到一定的去噪效果, 实现对真实信道 h 的更好匹配, 二来压缩感知的重构过程, 本身是一个求取最小 ℓ_0 范数的问题, 而越来越多研究表明^[15], BCS 比起求最小 ℓ_1 范数方法(如 BP), 能够更好地实现对最小 ℓ_0 范数问题的匹配。

所有压缩信道估计方法的重构误差随着信噪比的增加而呈准线性减小, 估计效果受信噪比影响较为稳定, 其中自适应贝叶斯重构曲线的震荡性是由于观测矩阵的产生是随机的; 另外, 在相同观测序列维度 K 、信噪比 SNR 的时候, 本文机制比自适应贝叶斯重构误差更小, 恢复效果更好, 并且随着 SNR 的增加, 恢复效果的差距将进一步被拉大, 这正是由于前面提到的观测矩阵相关度对恢复重构效果造成的影响。

通过表 1, 我们发现通过采用本文机制, 对自适应贝叶斯重构方法中的初始观测矩阵 Φ_0 进行优化, 最终可以得到相关度更低的观测矩阵, 从而更好地实现对信道的估计。

仿真 2 为了观察观测序列长度对各种算法恢复效果的影响, 我们将信噪比 SNR 固定取为 10 dB,

观测序列长度 $K = 50 \sim 80$, 仿真效果如图 3 所示。观测矩阵相关度比较示于表 2。

由图 3 可以看出, 所有压缩信道估计方法的重构误差随着观测序列长度的增加而呈减小趋势。而在仿真试验中, 我们发现当观测序列长度 $K \geq 80 = 4T$, 此时, 再增加观测序列的长度, 信道估计性能改善程度变得很小, 将没有意义, 只会降低系统吞吐量。这是由于压缩信道估计是基于信道的稀疏性进行的, 其本质是对欠定方程进行求解, 随着观测序列的增加, 欠定方程将逐渐不再欠定。

图 4 为 $K = 70$, SNR = 5 dB 时 4 种重构算法的重构效果比较图, 仿真实验过程中, BP 重构出来的非零分量数为信道 h 维度 $N = 100$, 而各种 BCS 重构方法重构出来的非零分量数在稀疏度 $T = 20$ 左右, 由此也间接说明了贝叶斯压缩重构相对 BP 重构具有一定的去噪效果。

5 计算复杂度

为了研究本文机制的计算复杂度, 我们对本文机制的信道估计运行时间进行统计分析, 并将其与 BP 重构算法、贝叶斯重构算法、自适应贝叶斯重构算法的 CPU 运行时间进行比较。虽然算法的 CPU

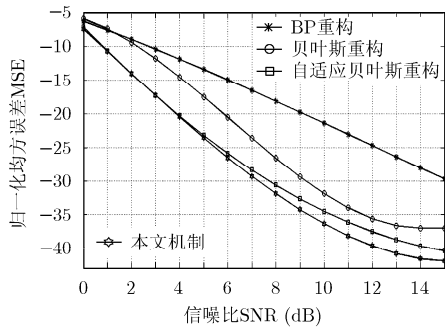


图 2 $K = 70$, SNR = 0 - 15 dB 4 种重构算法的重构误差比较图

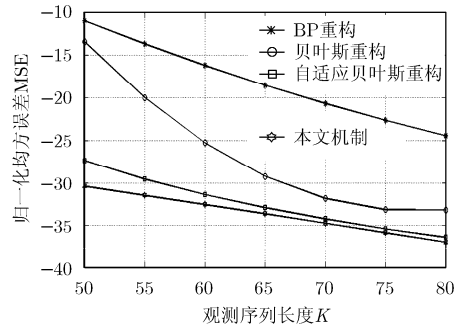


图 3 SNR = 10 dB, $K = 50 - 80$ 4 种重构算法的重构误差比较图

表 1 观测序列长度 $K = 70$, SNR = 0 ~ 15 dB 时观测矩阵相关度比较

	SNR(dB)					
	0	3	6	9	12	15
自适应贝叶斯观测矩阵	0.3968	0.4541	0.5098	0.5367	0.5420	0.5355
本文机制	0.3414	0.3829	0.4341	0.4493	0.4556	0.4540

表 2 SNR = 10 dB, 观测序列长度 $K = 50 \sim 80$ 时观测矩阵相关度比较

	观测序列长度 K						
	50	55	60	65	70	75	80
自适应贝叶斯观测矩阵	0.6181	0.6030	0.5851	0.5748	0.5619	0.5490	0.5234
本文机制	0.5534	0.5400	0.5115	0.4992	0.4693	0.4516	0.4287

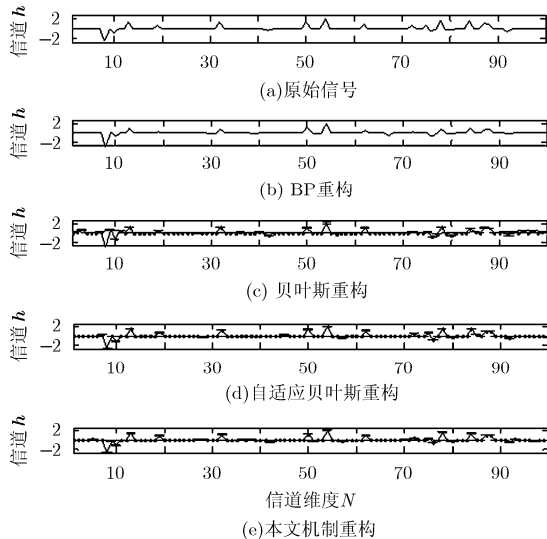


图4 4种重构算法的重构效果比较图

运行时间不能严格地用于定义算法复杂度，却可以在一定程度上对算法的计算复杂度做出描述。这里，我们的仿真运行环境为 2.53 GHz 英特尔 i5 双核处理器、3 GB 内存 Win7 系统下的 MATLAB 2008 b。仿真中将各算法在相同观测序列长度 K 、不同信噪比 SNR 下的运行时间进行统计平均，给出了各算法随观测序列长度 K 的变化对应的计算时间如图 5。

由图 5 可以看出，随着观测序列长度 K 的增大，各种重构算法的 CPU 运行时间均呈增大趋势，其中，BP, BCS 方法的运行时间增大幅度较小。而本文机制相比于自适应贝叶斯算法，由于存在对观测矩阵的优化过程，对信道估计性能的改善，使得重构算法的收敛速度更快，运行时间更短。然而对观测矩阵的优化和自适应设计这两个环节的存在，也使得本文机制在改善信道估计效果的同时，对比 BP, BCS 重构方法，计算时间大大增加，计算复杂度大大增大。

从硬件实现角度来看，对比于 BP, BCS，本文机制也会由于上述两个环节，尤其是对观测矩阵的自适应设计过程，而给硬件实现的灵活性带来一定

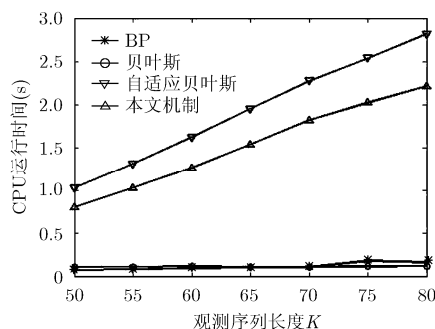


图5 4种不同重构算法的CPU运行时间

的不便。考虑到 3.1 节中提到的，对观测矩阵的自适应设计旨在使得 $\mathbf{r}_{K+1}^T \Sigma \mathbf{r}_{K+1}$ 最大化，我们可以通过预先设置一个字典 \mathbb{R} ，在每次自适应设计的过程中，不再对 Σ 进行特征值分解等操作，而是直接从字典 \mathbb{R} 中选取使得 $\mathbf{r}_{K+1}^T \Sigma \mathbf{r}_{K+1}$ 最大化的向量，即

$$\max \{ \mathbf{r}_{K+1}^T \Sigma \mathbf{r}_{K+1} \}, \quad \mathbf{r}_{K+1} \in \mathbb{R} \quad (20)$$

从而可以大大减小硬件的实现复杂度。当然，如何从硬件实现复杂度出发，寻找到实现本文机制的更佳方法，也是我们后续需要进一步学习的重点。

6 结束语

本文采用基于概率模型的贝叶斯压缩感知算法，从最大后验概率的角度，介绍了算法形成的思想。在此基础上，利用自适应贝叶斯压缩感知将信号的重构和观测矩阵的设计结合起来，使这两个环节不再相互独立。同时，从减少观测矩阵的相关度出发，提出基于最优观测矩阵的自适应贝叶斯压缩感知技术用于信道估计，通过减少观测矩阵的相关度以及对观测矩阵的自适应设计，使得信道的重构效果更佳，另外可以利用重构过程中得到的差错栏，对重构精确度进行衡量。仿真表明：在相同的实验条件下，该联合机制相比传统的重构算法，具有更好的抗噪声能力和重构精度。此外，在对观测矩阵进行自适应优化处理时，由于存在迭代循环过程，造成估计时延的增长。如何在降低已有的重构效果的基础上进一步减少估计时延，降低硬件实现复杂度，将是我们后续工作关注的重点。

参考文献

- [1] Haupt J and Bajwa W U. Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(11): 5862-5875.
- [2] 裴敏艳, 成文婧, 魏急波. 基于正交训练序列的 MIMO 系统联合最大似然时频同步和信道估计[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(3): 634-637.
Pei Min-yan, Cheng Wen-jing, and Wei Ji-bo. Joint ML time-frequency synchronization and channel estimation for MIMO system using orthogonal training sequences[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(3): 634-637.
- [3] Bajwa W U, Sayeed A M, and Nowak R. Sparse multipath channels: modeling and estimation[C]. *IEEE Digital Signal Processing Workshop*, Marco Island, FL, 2009, 1: 1-6.
- [4] 甘伟, 许录平, 苏哲, 等. 基于贝叶斯假设检验的压缩感知重构[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(11): 2640-2646.
Gang Wei, Xu Lu-ping, Su Zhe, et al. Bayesian hypothesis testing based recovery for compressed sensing[J]. *Journal of*

- Electronics & Information Technology*, 2011, 33(11): 2640–2646.
- [5] Tipping M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1(6): 211–244.
- [6] Ji Shi-hao, Xue Ya, and Carin L. Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346–2356.
- [7] Hong S. Direct spectrum sensing from compressed measurements[C]. IEEE Military Communications Conference, San Jose, CA, 2010: 1187–1192.
- [8] 齐国清. FMCW 液位测量雷达系统设计及高精度测距原理研究[D]. [博士学位], 大连海事大学, 2001: 74–76.
Qi Guo-qing. High precision FMCW level radar system design and principle[D]. [Ph.D. dissertation], Dalian Maritime University, 2001: 74–76.
- [9] Figueiredo M. Adaptive sparseness using Jeffreys prior[C]. Advances in Neural Information Processing Systems, Vancouver, British Columbia, Canada, 2001: 697–704.
- [10] Cover T M and Thomas J A. Elements of Information Theory[M]. New York: Wiley, 1991: 243–244.
- [11] Candès E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing[J]. *Comptes Rendus Mathématique*, 2006, 346(9–10): 589–592.
- [12] Donoho D L, Elad M, and Temlyakov V N. Stable recovery of sparse overcomplete re-presentations in the presence of noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(1): 6–18.
- [13] 肖小潮, 郑宝玉, 王臣昊. 基于最优观测矩阵的压缩信道感知[J]. 信号处理, 2012, 28(1): 67–72.
Xiao Xiao-chao, Zheng Bao-yu, and Wang Chen-hao. Compressed channel estimation based on optimized measurement matrix[J]. *Signal Processing*, 2012, 28(1): 67–72.
- [14] Tropp J A, Dhillon I S, Heath R W, et al. Design structured tight frames via an alternating projection method[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(1): 188–209.
- [15] Wipf D P and Rao B D. l_0 -norm minimization for basis selection[C]. Advances in Neural Information Processing System (NIPS 17), MIT Press, USA, 2005: 1513–1520.
- 肖小潮: 男, 1987 年生, 硕士生, 研究方向为无线通信与信号处理.
- 郑宝玉: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信与信号处理、智能信号处理、量子信息处理.
- 王臣昊: 女, 1987 年生, 硕士生, 研究方向为基于压缩感知的认知无线电中的频谱检测技术.