

## 金属介质混合目标散射分析的快速偶极子法

陈新蕾 邓小乔 李 茁 牛臻弋 顾长青\*  
(南京航空航天大学电子信息工程学院 南京 210016)

**摘要:** 基于等效偶极矩法, 该文利用快速偶极子法用于快速计算金属介质混合目标的电磁散射。通过分组技术和简单的泰勒级数展开, 将远场组之间的矩阵向量积自然地转化为聚集-转移-发散的形式, 实现了矩阵向量积的快速计算。另一方面, 由于远场组之间的互阻抗元素不用存储, 大大降低了内存消耗。在仿真分析中, 为了进一步快速计算近场组中的互阻抗元素, 还采用了等效偶极矩法。数值结果表明该方法具有较高的计算效率和令人满意的数值精度。

**关键词:** 电磁散射; 体面积分方程; 等效偶极矩法; 快速偶极子法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)11-2790-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00398

## Electromagnetic Scattering by Mixed Conducting and Dielectric Objects Analysis Using Fast Dipole Method

Chen Xin-lei Deng Xiao-qiao Li Zhuo Niu Zhen-yi Gu Chang-qing  
(College of Electronic and Information Engineering,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The Fast Dipole Method (FDM) is used for the fast calculation of electromagnetic scattering from composite metallic and material targets, which is based on the Equivalent Dipole-moment Method (EDM). In the FDM, a simple Taylor's series expansion and grouping scheme are used to transform the Matrix Vector Product (MVP) into an aggregation-translation-disaggregation form naturally, which accelerates the MVP remarkably. Further more, the impedance elements related to the far group pairs are not stored, which saves much memory. In addition, the EDM is used to speed up the calculation of mutual impedance elements in the near-field groups. Simulation results are presented to demonstrate the efficiency and satisfactory accuracy of this method.

**Key words:** Electromagnetic scattering; Volume-Surface Integral Equation (VSIE); Equivalent Dipole-moment Method (EDM); Fast Dipole Method (FDM)

### 1 引言

频率选择表面、雷达天线罩、微带天线及其阵列以及隐身目标等金属介质混合目标在军民领域有着广泛的应用, 对这类目标进行高效高精度电磁仿真分析已成为当前的研究热点之一。在矩量法分析中, 有表面积分方程(Surface Integral Equation, SIE)和体面积分方程(Volume-Surface Integral Equation, VSIE)两种。一般而言, 对于包含分块均匀的各向同性介质的金属介质混合目标, 采用 SIE 比 VSIE 更高效, 因为 SIE 的未知量是目标表面的等效电流和等效磁流, 而 VSIE 的未知量是金属表面的等效面电流和介质体内的等效体电流。而 VSIE

更适合于含有任意非均匀介质的混合目标, 而且也更适合于含有各向异性介质的混合目标<sup>[1,2]</sup>。但是, 无论采用哪种积分方程, 其计算和存储的复杂度均为  $N^2$ , 这里  $N$  为总的未知量数目, 所以计算机内存和计算量是仿真分析电大尺寸混合目标电磁特性的主要瓶颈。目前, 常用的高效高精度算法有: 多层快速多极子方法<sup>[3]</sup>(Multilevel Fast Multipole Algorithm, MLFMA)、自适应积分方法<sup>[4]</sup>(Adaptive Integral Method, AIM)、预修正-快速傅里叶变换<sup>[2]</sup>(Pre-corrected Fast Fourier Transform, P-FFT)、积分方程-快速傅里叶变换<sup>[5,6]</sup>(Integral Equation Fast Fourier Transform, IE-FFT)方法等。

最近, 文献[7-10]提出了一种快速填充 VSIE 中阻抗矩阵元素的新方法——等效偶极矩法(Equivalent Dipole-moment Method, EDM)。它是将 Rao-Wilton-Glisson(RWG)<sup>[11]</sup>基函数面元对和

2011-04-25 收到, 2011-07-15 改回

国家自然科学基金(61071019)和江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ11\_0229)资助课题

\*通信作者: 顾长青 qucq0138@sina.com

Schaubert-Wilton-Glisson(SWG)<sup>[12]</sup>基函数体元对分别用偶极子模型进行等效,在一定距离条件下,互阻抗元素可表示成一种没有积分运算的简单解析表达式,从而能够显著地降低 VSIE 中互阻抗元素的填充时间,缺点是不能节省内存和解阻抗矩阵的时间。

本文基于等效偶极矩法,提出了一种加速 VSIE 中矩阵向量积的新方法——快速偶极子法(Fast Dipole Method, FDM)。基本思路是:首先将所有的未知量进行分组。然后采用泰勒级数展开方法,使远场组之间的矩阵向量积自然地转化成聚集-转移-发散的形式,实现了矩阵向量积的快速计算。另一方面,由于远场组之间的互阻抗元素不用存储,大大降低了内存消耗。此外,在仿真分析金属介质混合目标的电磁散射问题中,还采用了 EDM 快速计算近场组中的互阻抗元素。数值算例表明 FDM 法具有较高的计算效率和令人满意的数值精度。

## 2 理论分析

### 2.1 电场体面积分方程

考虑自由空间中的金属介质混合目标,设  $V$  为介质体所占的空间,不失一般性,其介质的电参数用介电常数张量  $\bar{\epsilon}(\mathbf{r})$  表示; $S$  为金属表面。根据等效性原理,金属部分可以用等效表面电流  $\mathbf{J}_s(\mathbf{r})$  来代替,而介质部分可以用等效体电流  $\mathbf{J}_v(\mathbf{r})$  来代替。 $\mathbf{J}_u(\mathbf{r})$  ( $u = s, v$ ) 在自由空间 ( $\epsilon_0, \mu_0$ ) 中产生的散射电场  $\mathbf{E}_u^s(\mathbf{r})$  可以表示为

$$\mathbf{E}_u^s(\mathbf{r}) = -j\omega\mathbf{A}_u(\mathbf{r}) - \nabla\phi_u(\mathbf{r}) \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{A}_u(\mathbf{r}) = \mu_0 \int_v \mathbf{J}_u(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' \quad (2)$$

$$\phi_u(\mathbf{r}) = -\frac{1}{j\omega\epsilon_0} \int_v \nabla \cdot \mathbf{J}_u(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' \quad (3)$$

式中  $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}/(4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$  和  $k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  分别是自由空间的格林函数和波数。

电场体面积分方程可通过下列边界条件建立<sup>[4,10]</sup>

$$\left( \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_s^s(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_v^s(\mathbf{r}) \right) \Big|_{\tan} = 0, \quad \mathbf{r} \in S \quad (4a)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_s^s(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_v^s(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in V \quad (4b)$$

式中  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  为介质中的电场,和电位移矢量  $\mathbf{D}(\mathbf{r})$  的关系为  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \bar{\epsilon}^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r})$ ;  $\mathbf{E}^i(\mathbf{r})$  为照射金属介质混合目标的入射波电场。

根据体场等效性原理,等效体电流  $\mathbf{J}_v(\mathbf{r})$  与电位移矢量  $\mathbf{D}(\mathbf{r})$  的关系为

$$\mathbf{J}_v(\mathbf{r}) = j\omega\bar{\kappa}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) \quad (5)$$

其中  $\bar{\kappa}(\mathbf{r})$  为介电常数对比率张量,和相对介电常数

张量  $\bar{\epsilon}_r(\mathbf{r})$  的关系为

$$\bar{\kappa}(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{I}} - \bar{\epsilon}_r^{-1}(\mathbf{r}) \quad (6)$$

式中  $\bar{\mathbf{I}}$  为单位张量。

在矩量法求解电场体面积分方程中,使用三角形面片离散金属表面,四面体单元离散介质体,并假定每个四面体单元内的介质是均匀的。这样等效的面电流和体电流可分别用 RWG 基函数  $\mathbf{f}_{sn}(\mathbf{r})$  和 SWG 基函数  $\mathbf{f}_{vn}(\mathbf{r})$  展开为

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N_s} I_n \mathbf{f}_{sn}(\mathbf{r}) \quad (7a)$$

$$\mathbf{J}_v(\mathbf{r}) = \sum_{n=N_s+1}^{N_s+N_v} I_n \bar{\kappa}_n \cdot \mathbf{f}_{vn}(\mathbf{r}) \quad (7b)$$

式中  $I_n$  为待求复系数,  $\bar{\kappa}_n$  为体元对  $n$  的介电常数对比率张量,  $N_s$  为面离散中总的公共边数目,  $N_v$  为体离散中总的面元数目。采用伽略金法,得到下列矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{SS} & \mathbf{Z}_{SV} \\ \mathbf{Z}_{VS} & \mathbf{Z}_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_S \\ \mathbf{I}_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_S \\ \mathbf{V}_V \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中子块阻抗矩阵  $\mathbf{Z}_{SS}$ ,  $\mathbf{Z}_{SV}$ ,  $\mathbf{Z}_{VS}$ ,  $\mathbf{Z}_{VV}$  中的元素分别为

$$\mathbf{Z}_{mn}^{ss} = -\langle \mathbf{f}_{sm}(\mathbf{r}), \mathbf{E}_{sn}^s(\mathbf{r}) \rangle \quad (9a)$$

$$\mathbf{Z}_{mn}^{sv} = -\langle \mathbf{f}_{sm}(\mathbf{r}), \mathbf{E}_{vn}^s(\mathbf{r}) \rangle \quad (9b)$$

$$\mathbf{Z}_{mn}^{vs} = -\langle \mathbf{f}_{vm}(\mathbf{r}), \mathbf{E}_{sn}^s(\mathbf{r}) \rangle \quad (9c)$$

$$\mathbf{Z}_{mn}^{vv} = -\langle \mathbf{f}_{vm}(\mathbf{r}), \mathbf{E}_{vn}^s(\mathbf{r}) \rangle$$

$$+ \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \langle \mathbf{f}_{vm}(\mathbf{r}), \bar{\epsilon}_r^{-1}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_{vn}(\mathbf{r}) \rangle \quad (9d)$$

电压向量中的元素分别为

$$V_{sm} = \langle \mathbf{f}_{sm}(\mathbf{r}), \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \rangle \quad (10a)$$

$$V_{vm} = \langle \mathbf{f}_{vm}(\mathbf{r}), \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \rangle \quad (10b)$$

### 2.2 求解 VSIE 的等效偶极矩法

在等效偶极矩法中, RWG 基函数面元对和 SWG 基函数体元对分别用无穷小电偶极子来等效,当两个电偶极子的距离超过一定值时,它们之间的互阻抗元素可表示为一种没有积分运算的简单解析表达式。强调的是,由于同一类型偶极子之间以及不同类型偶极子之间,它们的距离标准都是不一样的<sup>[9]</sup>,为了简化程序,在仿真分析中,选取 RWG 面元对的等效偶极子之间的距离(不小于  $0.15\lambda_0$ , 这里  $\lambda_0$  是自由空间中波长)作为整个分析的统一距离标准。

对于第  $n$  个等效电偶极子,电偶极矩可以通过对 RWG 或 SWG 基函数上的电流求积分获得<sup>[10-12]</sup>,其表达式为

$$\mathbf{m}_n = \begin{cases} l_n(\mathbf{r}_n^{c-} - \mathbf{r}_n^{c+}), & T_n^\pm \in S \\ a_n \bar{\mathbf{k}}_n^+ \cdot (\mathbf{r}_{ns}^c - \mathbf{r}_n^{c+}) + a_n \bar{\mathbf{k}}_n^- \cdot (\mathbf{r}_n^{c-} - \mathbf{r}_{ns}^c), & T_n^\pm \in V \end{cases} \quad (11)$$

式中  $\mathbf{r}_n^{c\pm}$  表示三角形面元或四面体元  $T_n^\pm$  的质心位置矢量;  $\mathbf{r}_{ns}^c$  表示四面体元对公共面的质心位置矢量。  $l_n$  为面元对的公共边长度,  $a_n$  为体元对的公共面积。

根据文献[10], 第  $m$  个等效电偶极子和第  $n$  个之间等效电偶极子的互阻抗元素  $Z_{mn}$  可以表示成式(12)的简洁形式

$$Z_{mn} \approx \frac{\eta e^{-jkR}}{4\pi} \left[ \mathbf{m}'_m \cdot \mathbf{m}_n \left( \frac{jk}{R} + C \right) - (\mathbf{m}'_m \cdot \hat{\mathbf{R}})(\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{m}_n) \left( \frac{jk}{R} + 3C \right) \right] \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{m}'_m = \begin{cases} l_m(\mathbf{r}_m^{c-} - \mathbf{r}_m^{c+}), & T_m^\pm \in S \\ a_m(\mathbf{r}_m^{c-} - \mathbf{r}_m^{c+}), & T_m^\pm \in V \end{cases} \quad (13)$$

$$C = \frac{1}{R^2} \left[ 1 + \frac{1}{jkR} \right] \quad (14)$$

在式(12)~式(14)中,  $\mathbf{R} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n$ ,  $R = |\mathbf{R}|$ ,  $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}/R$ ,  $\mathbf{r}_n = (\mathbf{r}_n^{c-} + \mathbf{r}_n^{c+})/2$  表示第  $n$  个等效电偶极子中心的位置矢量,  $\mathbf{r}_m = (\mathbf{r}_m^{c-} + \mathbf{r}_m^{c+})/2$  分别表示第  $m$  个等效电偶极子中心的位置矢量,  $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  为真空中的波阻抗。

从上面分析不难得出结论: 等效偶极矩方法虽然能够大大简化阻抗矩阵的计算, 但是并不能节省内存和解矩阵的时间。

### 2.3 快速偶极子法加速求解 VSIE

首先对所有未知量进行分组, 将所有等效之后的偶极子模型按照其中心位置分配到不同的立方体(称为组)中。根据组  $i$  和组  $j$  之间的相对位置, 可分为近场组对或远场组对两种。如果用  $N_j$  表示组  $j$  的近场组集合,  $F_j$  表示组  $j$  的远场组集合, 则矩阵向量积可以表示成

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = \sum_{i \in N_j} \sum_{n \in i} Z_{mn} I_n + \sum_{i \in F_j} \sum_{n \in i} Z_{mn} I_n \quad (15)$$

其中  $m \in j$ ,  $n \in i$ 。

对于近场组相互作用, 阻抗矩阵元素  $Z_{mn}$  采用 MoM 或 EDM 进行直接计算。

对于远场组对之间的相互作用, 假设组  $j$  和组  $i$  的是远场组对,  $m \in j$  的等效电偶极子和  $n \in i$  的等效电偶极子之间的互阻抗矩阵元素  $Z_{mn}$  由式(12)计算得到, 式中  $R$  可具体表示为

$$R = |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n| = |\mathbf{r}_{ji} + \mathbf{r}_{mj} - \mathbf{r}_{ni}| \quad (16)$$

其中  $\mathbf{r}_{ji} = \mathbf{r}_{o_j} - \mathbf{r}_{o_i}$ ,  $\mathbf{r}_{mj} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{o_j}$ ,  $\mathbf{r}_{ni} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{o_i}$ ,  $\mathbf{r}_{o_j}$  和  $\mathbf{r}_{o_i}$  分别为  $j$  和  $i$  的组中心位置矢量。对式(16)用泰勒级数近似展开

$$R \approx r_{ji} + \left[ \hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj} + \frac{r_{mj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj})^2}{2r_{ji}} \right] + \left[ -\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{ni} + \frac{r_{ni}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{ni})^2}{2r_{ji}} \right] \quad (17)$$

其中  $r_{ji} = |\mathbf{r}_{ji}|$ ,  $\hat{\mathbf{r}}_{ji} = |\mathbf{r}_{ji}|/r_{ji}$ ,  $r_{mj} = |\mathbf{r}_{mj}|$ ,  $r_{ni} = |\mathbf{r}_{ni}|$ 。

根据式(17), 对式(12)做如下近似

$$R \approx r_{ji} \quad (18a)$$

$$e^{-jkR} \approx e^{-jkr_{ji}} e^{-jk \left[ \hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj} + \frac{r_{mj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj})^2}{2r_{ji}} \right]} \cdot e^{-jk \left[ -\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{ni} + \frac{r_{ni}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{ni})^2}{2r_{ji}} \right]} \quad (18b)$$

后可重新写为

$$Z_{mn} = \mathbf{M}'_m(\mathbf{r}_{ji}) \cdot \bar{\bar{\mathbf{T}}}(\mathbf{r}_{ji}) \cdot \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ij}) \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{M}'_m(\mathbf{r}_{ji}) = \mathbf{m}'_m e^{-jk \left[ \hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj} + \frac{r_{mj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj})^2}{2r_{ji}} \right]} \quad (20)$$

$$\bar{\bar{\mathbf{T}}}(\mathbf{r}_{ji}) = \frac{\eta e^{-jkr_{ji}}}{4\pi} \left[ \bar{\mathbf{I}} \left( \frac{jk}{r_{ji}} + C \right) - \hat{\mathbf{r}}_{ji} \hat{\mathbf{r}}_{ji} \left( \frac{jk}{r_{ji}} + 3C \right) \right] \quad (21)$$

$$\mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ij}) = \mathbf{m}_n e^{-jk \left[ \hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ni} + \frac{r_{ni}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ni})^2}{2r_{ij}} \right]} \quad (22)$$

其中

$$C = \frac{1}{r_{ji}^2} \left[ 1 + \frac{1}{jk r_{ji}} \right] \quad (23)$$

因此, 式(15)最终表达式为

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = \sum_{i \in N_j} \sum_{n \in i} Z_{mn} I_n + \sum_{i \in F_j} \mathbf{M}'_m(\mathbf{r}_{ji}) \cdot \bar{\bar{\mathbf{T}}}(\mathbf{r}_{ji}) \cdot \sum_{n \in i} I_n \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ij}) \quad (24)$$

这样, 远场组间的相互作用自然地分成了3个部分:

(1) 聚集  $\sum_{n \in i} I_n \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ij})$ ; (2) 转移  $\bar{\bar{\mathbf{T}}}(\mathbf{r}_{ji})$ ; (3) 发散  $\mathbf{M}'_m(\mathbf{r}_{ji})$ 。其中,  $\mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ij})$  和  $\mathbf{M}'_m(\mathbf{r}_{ji})$  可分别视为聚集和发散函数, 张量  $\bar{\bar{\mathbf{T}}}(\mathbf{r}_{ji})$  可视为转移函数。由于聚集函数, 转移函数和发散函数的表示都比较简单, 不存在耗时的数值积分运算, 所以在仿真计算中即用即算不用存储, 提高了计算电大尺寸混合目标的电磁散射的能力。

### 3 数值结果

文中给出了电各向同性介质涂覆金属球和不均匀电各向异性介质板与金属板构成的混合目标两个算例, 通过FDM的数值结果与传统的MoM, EDM和

Mie级数解比较，说明FDM法的正确性和快速计算的有效性。所有数值结果都是在配置为Pentium(R) Dual CPU E5500 2.80 GHz，内存 2.0 GB的PC机上完成。数值求解中采用的是GMRES迭代求解器，并且收敛精度设为0.002。

**算例 1** 在电各向同性介质涂覆金属球中，金属球半径0.5 m，涂覆相对介电常数1.5，涂覆厚度5 cm。整个目标被离散成1300个三角形面元和5307个四面体元，共有14163个未知量。FDM分组大小为0.15 m，共有非空组240个。使用MoM和EDM计算迭代步数为586，内存为1637 MB，计算时间分别为28312 s和26807 s。使用FDM法迭代步数为648，内存424 MB，仅为MoM内存消耗的26%，计算时间1823 s，仅为MoM计算时间的6.4%；图1给出了FDM计算的 $\theta\theta$ 极化双站RCS曲线，从图中可以看出，FDM的计算结果和Mie级数解吻合得很好。

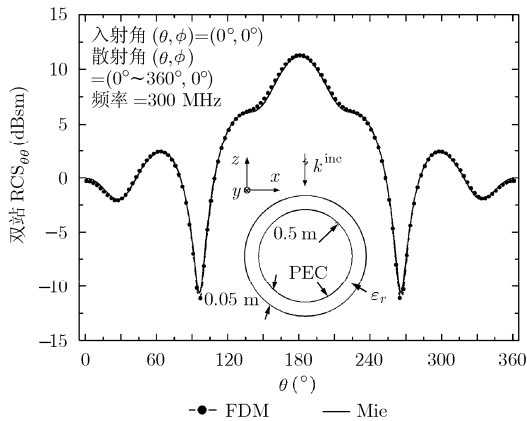


图1 均匀各向同性介质涂覆金属球的双站RCS

**算例 2** 非均匀电各向异性介质与金属混合目标是由两块介质板和一块金属板拼成，三块板的尺寸是相同的，均为0.8 m×0.8 m×0.05 m，两介质板的介电常数分别为 $\bar{\epsilon}_{r1}=[2.5, j, 0; -j, 2.5, 0; 0, 0, 1.5]$ ， $\epsilon_{r2}=1.2-1.2j$ 。整个混合目标被分成1334个三角形面元和3320个四面体元，共有9785个未知量。FDM分组大小为0.15 m，共有非空组102个。图2给出了FDM计算的E面和H面的双站RCS曲线，和传统MoM和EDM的计算结果比较可以看出结果吻合得很好。使用MoM和EDM计算时迭代步数为365，需要内存767 MB，计算时间分别为：6597 s和5954 s。使用FDM方法迭代步数为369，内存192 MB，仅为矩量法内存消耗的25%，时间426 s，仅为矩量法计算时间的6.5%。

#### 4 结论

本文以金属介质混合目标的电磁散射计算为

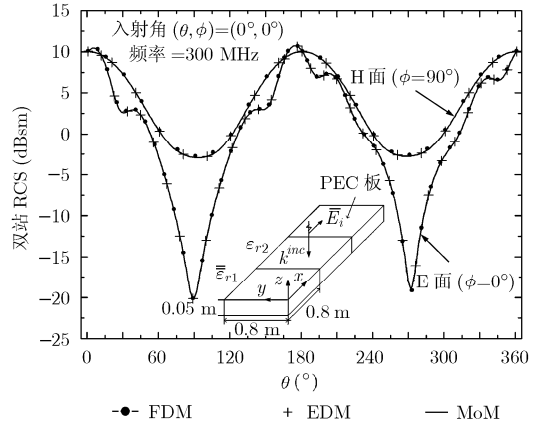


图2 非均匀电各向异性介质与金属混合目标的双站RCS

例，说明提出的FDM除了具有良好的快速计算能力外，还具有理论相对简单、编程实现容易等优势。除此之外，该方法还是一种通用方法，不仅可应用于金属目标，还可应用于金属介质混合目标；不仅可应用于各向同性介质目标，还可应用于各向异性介质目标；不仅可应用于目标的电磁散射特性研究，还可应用于目标的电磁辐射特性研究。

#### 参考文献

- [1] 袁家德. 曲面微带天线的电磁仿真技术研究[D]. [博士论文], 南京航空航天大学, 2010.  
Yuan Jia-de. Research on electromagnetic simulation technique of curved microstrip antenna[D]. [Ph.D. dissertation], Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [2] Nie X C, Yuan N, Li L W, et al. A fast volume-surface integral equation solver for scattering from composite conducting-dielectric objects [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2005, 53(2): 818-824.
- [3] Lu C C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering from conducting objects with material coating [C]. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Boston, MA, USA, 2001, 3: 770-773.
- [4] Ewe W B, Li L W, and Leong M S. Fast solution of mixed dielectric/conducting scattering problem using volume-surface adaptive integral method [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, 52(11): 3071-3077.
- [5] Ozdemir N A and Lee J F. IE-FFT algorithm for a nonconformal volume integral equation for electromagnetic scattering from dielectric objects [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2008, 44(6): 1398-1401.
- [6] Yin J L, Hu J, and Nie Z P. IE-FFT solution of volume-surface integral equation for composite conducting-dielectric objects [C]. *International Conference on Microwave*

- Technology and Computational Electromagnetics, Beijing, China, Nov. 3-5, 2009: 414-417.
- [7] Makarov S N. Antenna and EM Modeling with MATLAB [M]. New York: John Wiley & Sons, 2002: 42-44.
- [8] Yeo J, K Ö ksoy S, Prakash V V S, *et al.*. Efficient generation of method of moments matrices using the characteristic function method [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, 52(12): 3405-3410.
- [9] Yuan J D, Gu C Q, and Han G D. Efficient generation of method of moments matrices using equivalent dipole-moment method[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2009, 8: 716-719.
- [10] Yuan J D, Niu ZY, Li Z, *et al.*. Electromagnetic scattering by arbitrarily shaped PEC targets coated with anisotropic media using equivalent dipole-moment method [J]. *Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, 2010, 31(6): 744-752.
- [11] Rao S M, Wilton D R, and Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1982, 30(3): 409-418.
- [12] Schaubert D H, Wilton D R, and Glisson A W. A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrarily shaped inhomogeneous dielectric bodies [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1984, 32(1): 77-85.
- 陈新蕾: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学、天线与电磁兼容.
- 邓小乔: 女, 1982年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学、天线与电磁兼容.
- 李 苗: 男, 1979年生, 副教授, 研究方向为计算电磁学、电磁兼容、左手材料等.
- 顾长青: 男, 1958年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为计算电磁学、目标特性分析与控制、宽带天线、智能天线与天线小型化、电磁兼容性设计与电磁环境预估等.