

基于空间角稀疏表示的二维 DOA 估计

李鹏飞* 张旻 钟子发

(合肥电子工程学院 309 研究室 合肥 230037)

(安徽省电子制约技术重点实验室 合肥 230037)

摘要: 论文提出一种基于空间角稀疏表示的2维DOA估计方法,解决了2维DOA估计中冗余字典构造的难题。构建的空间角包含了方位角和俯仰角的信息,利用其构造冗余字典可以将方位角和俯仰角的组合从2维空间映射到1维空间,极大地降低了字典的长度和求解的复杂度;同时将算法推广到频域,扩展了其应用范围。与传统的高分辨算法相比,该方法对信噪比和快拍数要求不高、无需特征值分解和多维搜索过程。理论分析和仿真实验,验证了该方法对2维相干信号和非相干信号都具有较高的估计精度和较好的分辨力,在不同信噪比下性能优于MUSIC算法。

关键词: 信号处理; 波达方向; 2 维角; 稀疏表示; 空间角

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)10-2402-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00255

Two Dimensional DOA Estimation Based on Sparse Representation of Space Angle

Li Peng-fei Zhang Min Zhong Zi-fa

(Laboratory 309, Electronic Engineering Institute of Hefei, Hefei 230037, China)

(Key Laboratory of Electronic Restricting Technique, Anhui Province, Hefei 230037, China)

Abstract: To solve the problem of estimating two dimensional Direction Of Arrival (DOA) using sparse representation, a novel DOA estimation method is proposed to estimate the DOAs of two-dimensional signals based on sparse representation of space angle. So the space angle is put forward to construct the dictionary. By this way, the dimension of dictionary is reduced to one-dimension from two-dimensional space, and the length of the redundant dictionary is largely reduced. Then the algorithm is extended to frequency domain, and the frequency sparse representation of space angle method is presented. Compared with the traditional high-resolution methods, the proposed method has lower SNR threshold and smaller snaps. Theoretical analysis and simulation experiments verify the algorithm has a better performance in the aspect of precision and resolution to estimate the DOAs of two-dimensional coherent signals than the MUSIC algorithm.

Key words: Signal processing; Direction Of Arrival (DOA); Two dimensional angle; Sparse representation; Space angle

1 引言

波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计是阵列信号处理的研究热点,在民用和军用领域都得到了广泛的应用。特别是在现代复杂的电磁环境中,对波达方向估计提出了高精度、高分辨率、解相干信号等方面的要求。实际的信号往往处在一个3维的空间内,2维参量比1维参量能更加准确地描述入射信号的空间特征,因而对2维到达角(方位角和俯仰角)的研究具有更加普遍和重要的意义。最大似然^[1](ML)、加权子空间拟合^[2](WSF)等基于参数化

的方法是一种有效的一致性估计,能逼近克拉美-罗下界。然而这类方法通常需要全局极值的多维搜索,计算量随着目标个数的增加呈指数增长,同时对初始值的选择比较敏感,限制了其应用发展。2维ESPRIT^[3], MUSIC^[4]等特征子空间类方法是一种实际可行的次优估计方法,但是这类算法通常具有较高的信噪比门限并需要较多的采样快拍。对于相关或多径信号, MUSIC需要进行空间平滑实现解相关,这样会造成阵列孔径的损失。利用稀疏分解的方法进行DOA估计具有很高的分辨率,可以用很少的快拍数达到很高的精度,不需要进行任何预处理,可以直接应用到相干信号上来,得到了国内外学者的广泛关注^[5-8]。但是利用稀疏分解的方法进行2

2011-03-21 收到, 2011-07-08 改回

国家自然科学基金(60972161)资助课题

*通信作者: 李鹏飞 eei_li@163.com

维DOA估计时, 冗余字典要覆盖整个 2 维空间, 字典的长度也急剧增大, 导致稀疏分解的计算量往往大的难以实现, 限制了稀疏分解在 2 维DOA估计中的应用。

针对以上问题, 本文提出一种基于空间角稀疏表示(Sparse Representation of Space Angle, SRSA)的 2 维DOA估计方法。利用空间角构造冗余字典, 将冗余字典从 2 维空间降为 1 维空间, 大大降低了稀疏分解的计算量; 利用稀疏分解的幅度信息, 有效地解决了方位角和俯仰角的配对问题; 同时将算法推广到频域, 扩展了算法的应用范围。与传统的高分辨算法相比, 本文方法无需特征值分解和多维搜索过程, 运算速度大大提高。本文的结构如下: 第 2 节介绍了基于空间角稀疏表示(SRSA)的DOA估计方法, 将DOA估计问题转化为稀疏分解问题, 并引入空间角构造冗余字典, 然后利用二阶锥规划解决稀疏表示问题, 最后利用稀疏分解后的幅度信息解决方位角和俯仰角的配对问题; 第 3 节将SRSA算法扩展到频域, 提出了基于频域空间角稀疏表示(FSRSA)的DOA估计方法; 第 4 节是仿真实验和性能分析; 第 5 节为全文总结。

2 基于空间角稀疏表示(SRSA)的 DOA 估计方法

2.1 基于稀疏表示的 2 维 DOA 估计

假设 p 个远场信号入射到 $(2M-1)$ 元的 L -阵列上 (如图 1 所示), 其中子阵 X 位于 x 轴上, 子阵 Y 位于 y 轴上, x 轴与 y 轴互成 90° , 两子阵的结构完全相同, 均为等距线阵, 且阵元数都为 M 。第 p 个信号的入射方向为 (θ_p, φ_p) , 其中 θ_p, φ_p 是入射信号的方位角和俯仰角。子阵 X, Y 在某一时刻接收的信号分别记为 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 。则有,

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{A}_X(\theta, \varphi)\mathbf{s} + \mathbf{n}_X \\ \mathbf{y} &= \mathbf{A}_Y(\theta, \varphi)\mathbf{s} + \mathbf{n}_Y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_p]$ 为 p 个信号在当前时刻的幅度。 $\mathbf{A}_X(\theta, \varphi)$ 和 $\mathbf{A}_Y(\theta, \varphi)$ 分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_X(\theta, \varphi) &= [\mathbf{a}_x(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_x(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_x(\theta_p, \varphi_p)] \\ \mathbf{A}_Y(\theta, \varphi) &= [\mathbf{a}_y(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_y(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_y(\theta_p, \varphi_p)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

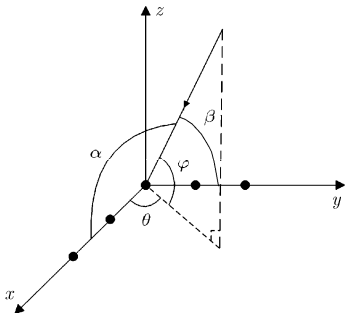


图 1 均匀 L 阵列模型

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}_x(\theta_p, \varphi_p) &= [e^{-j2\pi f d \cos(\theta_p) \cos(\varphi_p)}, \dots, e^{-j2\pi f M d \cos(\theta_p) \cos(\varphi_p)}]^\top \\ \mathbf{a}_y(\theta_p, \varphi_p) &= [e^{-j2\pi f d \cos(\theta_p) \sin(\varphi_p)}, \dots, e^{-j2\pi f M d \cos(\theta_p) \sin(\varphi_p)}]^\top \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

为了把式(1)转化为稀疏表示问题, 需要构造一个过完备的字典。通常把阵列流行矩阵扩展进行形成字典 \mathbf{D} , 使其包含所有可能的方位角和俯仰角的组合:

$$\mathbf{D} = [\mathbf{a}_x(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_x(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_x(\theta_N, \varphi_L)] \quad (4)$$

其中 N 和 L 分别为方位角和俯仰角搜索的个数, 通过式(4)构造的字典的长度为 $N \times L$, 以基追踪(Basis Pursuit, BP)算法为例, 进行稀疏分解的计算量为 $O((N \times L)^3 \log(N \times L))$ ^[9]。在保证一定分辨率的条件下, 稀疏分解的计算量将是很惊人的, 所以很少直接利用常规的稀疏表示方法进行 2 维方位角和俯仰角的估计。因此减少冗余字典的长度, 成为稀疏表示在 2 维 DOA 估计应用的一个关键环节。

2.2 基于空间角的冗余字典构造

为了降低冗余字典的长度, 利用空间角构造字典, 将字典从 2 维空间降为 1 维空间, 大大减少了冗余字典的长度。引入空间角 α 和 β , 分别表示为入射信号和 x 轴与 y 轴的夹角, 如图所示。由图中的几何位置关系可知:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \theta \cos \varphi \\ \cos \beta &= \sin \theta \cos \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

将式(5)代入式(3)可得

$$\mathbf{a}_x(\alpha) = \mathbf{a}_x(\theta_N, \varphi_N) = [e^{-j2\pi f d \cos \alpha}, \dots, e^{-j2\pi f M d \cos \alpha}]^\top \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_y(\beta) = \mathbf{a}_y(\theta_N, \varphi_N) = [e^{-j2\pi f d \cos \beta}, \dots, e^{-j2\pi f M d \cos \beta}]^\top \quad (7)$$

利用式(6)和式(7)构造冗余字典, 得到的冗余字典为

$$\mathbf{D}_X = [\mathbf{a}_x(\alpha_1), \mathbf{a}_x(\alpha_2), \dots, \mathbf{a}_x(\alpha_N)] \quad (8)$$

$$\mathbf{D}_Y = [\mathbf{a}_y(\beta_1), \mathbf{a}_y(\beta_2), \dots, \mathbf{a}_y(\beta_N)] \quad (9)$$

其中 $N \gg p, N \gg M$ 。利用式(8)和式(9)可以把式(1)转化为稀疏表示问题, 将信号矢量扩展成 $N \times 1$ 维的矢量 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{D}_X \mathbf{h}_x + \mathbf{n}_X \\ \mathbf{y} &= \mathbf{D}_Y \mathbf{h}_y + \mathbf{n}_Y \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

\mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 中非零元素的位置分别代表了空间角 α 和 β 的值, 非零元素的大小代表信号在采样时刻的幅度。假设 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 中非零元素的分别为 $[h_{xm1}, h_{xm2}, \dots, h_{xmp}]$, $[h_{ym1}, h_{ym2}, \dots, h_{ymp}]$, 即

$$h_{xmi} = h_{ymj} = s_m, \quad i, j, m = 1, 2, \dots, p \quad (11)$$

通过式(5)-式(9)的变换, 将进行 2 维 DOA 估计的冗余字典长度从 $N \times L$ 降为 N , 稀疏分解的计算量也从 $O((N \times L)^3 \log(N \times L))$ 降为 $O(N^3 \log(N))$ 。

2.3 稀疏表示的求解

由式(10)求 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 是一个反问题, 在反问题中我们不能完全保证解的存在性、唯一性和稳定性。由于信号的稀疏特性, 使得我们可以找到充分稀疏的唯一解, 而且通过这个稀疏扩展就可以精确重构原信号^[10,11]。

找到最好的、也就是最稀疏的信号表示, 等同于解决下述问题:

$$\left. \begin{array}{l} \min \|\mathbf{h}\|_0 \\ \text{s.t. } \mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{h} + \mathbf{n} \end{array} \right\} \quad (12)$$

其中 $\|\mathbf{h}\|_0$ 是序列 \mathbf{h} 中非零项的个数。从一个随机冗余字典中寻找信号的稀疏扩展是一个 NP 难问题, 为解决这一难点, Chen 等人^[12]将其转化为解决下述稍有差别的问题:

$$\left. \begin{array}{l} \min \|\mathbf{h}\|_1 \\ \text{s.t. } \mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{h} + \mathbf{n} \end{array} \right\} \quad (13)$$

当上述模型含有噪声时, 式(13)的约束条件不再适用, 问题转化为最小化目标函数:

$$\min \|\mathbf{x} - \mathbf{D}\mathbf{h}\|_2 + \lambda \|\mathbf{h}\|_1 \quad (14)$$

目标函数中前一项反映失配程度, 后一项反映稀疏性要求。由于 \mathbf{h} 是复数, 它的 l_1 范数为

$$\|\mathbf{h}\|_1 = \sum_{i=1}^N \sqrt{\text{Re}(\mathbf{h})^2 + \text{Im}(\mathbf{h})^2} \quad (15)$$

可以发现式(15)的两边平方仍不能消除平方根项, 直接导致我们不能使用二次规划的方式最小化目标函数。为了解决这个问题, 我们采用二阶锥规划的方法, 其转化形式为

$$\left. \begin{array}{l} \min \mathbf{h} + \lambda \mathbf{1}t \\ \text{s.t. } \mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{D}\mathbf{h}, \|\mathbf{z}\| < s \\ \|\text{Re}(\mathbf{h}), \text{Im}(\mathbf{h})\|_2 < t_i, i \in \{1, 2, \dots, N\} \end{array} \right\} \quad (16)$$

利用内点法可以有效解决上述优化问题, 得到式(10)中稀疏分解的系数, 进而根据非零元素的位置求得信源对应的空间角 α 和 β 。

2.4 方位角和俯仰角的配对

利用分维的方法进行方位角和俯仰角估计时, 一个难题就是方位角和俯仰角的配对问题。而稀疏分解不仅能得到信号的方位, 还能得到信号的幅度, 这就为解决配对问题提供了依据。利用稀疏正则化方法可以得到信源对应的空间角 α 和 β , 然后根据式(5)可以反推得到 θ 和 φ :

$$\theta = \arctg \left\{ \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \right\} \quad (17)$$

$$\varphi = \arccos \left(\sqrt{(\cos \alpha)^2 + (\cos \beta)^2} \right) \quad (18)$$

从式(11)可以知道, 这些非零元素值代表了入

射信号的幅度信息。稀疏分解后得到两组非零元素, 必然存在数值上的对应关系, 利用这种对应关系可以有效地解决方位角和俯仰角的配对问题。具体算法步骤如下:

(1)构造冗余字典。引入空间角, 根据式(8), 式(9)构造冗余字典 \mathbf{D}_X 和 \mathbf{D}_Y 。

(2)进行稀疏分解。利用 2.3 节介绍的稀疏正则化方法, 对两个子阵的接收信号分别进行稀疏分解, 得到两组稀疏分解系数 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 。根据非零元素的位置可以求得对应的空间角 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p\}$ 和 $\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p\}$ 。

(3)参数配对。对 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 的非零元素进行排序, 按顺序分别求 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 非零元素对应的空间角 α 和 β 。

(4)求解方位角和俯仰角。根据式(17), 式(18)求得方位角 θ 和俯仰角 φ 。

3 基于频域空间角稀疏表示(FSRSA)的DOA估计方法

SRSA 方法利用单快拍的数据可以对 2 维方位角和俯仰角进行有效的估计, 但是单快拍数据容易受到噪声和信号采样时刻幅度跳变的影响。本节将 SRSA 方法扩展到频域, 提出一种频域空间角稀疏表示(Frequency Sparse Representation of Space Angle, FSRSA)的 DOA 估计方法。

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(f) = \mathbf{A}_X(\theta, \varphi, f)\mathbf{s}(f) + \mathbf{n}_X(f) \\ \mathbf{y}(f) = \mathbf{A}_Y(\theta, \varphi, f)\mathbf{s}(f) + \mathbf{n}_Y(f) \end{array} \right\} \quad (19)$$

其中式(19)是式(1)的频域形式, 即由式(1)进行傅里叶变换得到, $\mathbf{x}(f)$, $\mathbf{s}(f)$ 和 $\mathbf{n}(f)$ 分别对应频率 f 的接收数据、信号及噪声的频域表示。同理, 利用式(6)和式(7)构造冗余字典, 得到的冗余字典为

$$\mathbf{D}_X(f) = [\mathbf{a}_x(\alpha_1, f), \mathbf{a}_x(\alpha_2, f), \dots, \mathbf{a}_x(\alpha_N, f)] \quad (20)$$

$$\mathbf{D}_Y(f) = [\mathbf{a}_y(\beta_1, f), \mathbf{a}_y(\beta_2, f), \dots, \mathbf{a}_y(\beta_N, f)] \quad (21)$$

利用式(20)和式(21)可以把式(19)转化为稀疏表示问题, 将频率 f 对应的信号矢量扩展成 $N \times 1$ 维的矢量 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 。 \mathbf{h}_x 和 \mathbf{h}_y 中非零元素的位置分别代表空间角 α 和 β 的值, 非零元素的大小代表信号在采样时刻的幅度。

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}(f) = \mathbf{D}_X(f)\mathbf{h}_x + \mathbf{n}_X \\ \mathbf{y}(f) = \mathbf{D}_Y(f)\mathbf{h}_y + \mathbf{n}_Y \end{array} \right\} \quad (22)$$

同理, 利用 2.2 节和 2.3 节的方法可以得到方位角和俯仰角的估计。

4 仿真实验及性能分析

本节实验中, 天线阵列采用的是 9 元 L 型阵列,

阵元间距为半波长。SPSA 为单快拍算法，FSPSA 和 MUSIC 算法采用的快拍数为 128。仿真环境：Matlab7.5 平台，Pentium 4 处理器，1 G 内存。

实验 1 计算复杂度分析

假设两个信源的角度分别为 $(45^\circ, 45^\circ)$ 和 $(145^\circ, 24^\circ)$ ，信噪比为 15 dB。分别利用 2 维角的组合和空间角构建冗余字典，利用稀疏表示的方法进行 DOA 估计，字典的角度分辨率都为 1° ，SRSA 和 FSRSA 算法的字典长度 $N=180$ ，2 维角组合的方法构造的字典长度为 $180 \times N$ 。表 1 为两种算法的计算时间和精度比较。

从表 1 可以看出，利用 2 维角的组合构建冗余字典，稀疏分解的计算量是非常大的，达到 100 多秒，这在实际中往往是难以容忍的；而本文方法构建的字典长度大大减小，计算时间也降低为原来的 1/184，但是估计精度却大大提高，具有较大的实用价值。

实验 2 3 个信号的 2 维 DOA 估计

3 个远场独立窄带信号入射到 9 元 L 型阵列上，阵元间距为半波长，3 个信源的角度分别为 $(91^\circ, 64^\circ)$ 、 $(111^\circ, 66^\circ)$ 和 $(245^\circ, 24^\circ)$ ，信噪比为 10 dB。图 2 为 SPSA 算法对 DOA 的估计结果。

从图 2 可以看出，本文提出的方法对 3 个信号的方位角和俯仰角都能得到高精度的估计结果。3 个信号的估计角度分别为 $(91.6^\circ, 64.7^\circ)$ 、 $(110.3^\circ, 67.1^\circ)$ 和 $(244.6^\circ, 24.4^\circ)$ ，估计值和真实值基本重合，均方根误差在 1° 以内。本文的方法不存在特征值分解，对相干信号同样具有优越的性能，而且能分辨

出离得很近的两个信号。

实验 3 估计精度分析

2 个远场信号入射到 9 元 L 型阵列上，阵元间距为半波长，两个信源的角度在 2 维空间内随机产生，在不同的信噪比下分别进行 200 次独立实验，图 3 为不同算法均方根误差随信噪比变化曲线。图 4 为均方根误差随快拍数变化曲线，每个快拍数下进行 200 次独立实验，信噪比为 5 dB。

从图 3 可以看出本文的方法可以对信号的方位角和俯仰角达到很高的估计精度，在信噪比大于 -5 dB 时均方根误差小于 1° ，性能优于 MUSIC 算法。FSRSA 算法的估计精度要比 SRSA 时的精度稍高。图 4 可以看出：本文提出的 SPSA 算法为单快拍算法，不受快拍数的影响；而 FSPSA 算法是对 SPSA 的改进，快拍数对其影响较小，在快拍数大于 8 时，估计误差基本收敛。

实验 4 不同角度间隔下的分辨概率

为了验证算法对两个间隔很近信号的分辨能力，作如下定义：如果信号方位角和俯仰角估计的均方根误差在 1° 以内，则认为能成功分辨，否则不能分辨。在信噪比 15 dB 下，两个信号入射到天线阵列上。图 5 是信号为非相干信号时不同角度间隔下的分辨概率，图 6 是信号为相干信号时不同角度间隔下的分辨概率，每个角度间隔下进行 200 次独立实验。两个信号的角度间隔定义为： $\sqrt{(\theta_1 - \theta_2)^2 + (\varphi_1 - \varphi_2)^2}$ ，其中 $\theta_1, \theta_2, \varphi_1, \varphi_2$ 分别为两个信号的方位角和俯仰角。

表 1 不同方法的计算时间和精度

字典构造方法	字典长度	计算复杂度	计算时间(s)	误差($^\circ$)
2 维角组合	32400	$O(5.832 \times 10^6 \times N^3 \log(N) + 5.832 \times \log(180) \times 10^6 \times N^3)$	138	2.3
SRSA	180	$2 O(N^3 \times \log(N))$	0.75	0.96
FSRSA	180	$2 O(N^3 \times \log(N))$	1.03	0.31

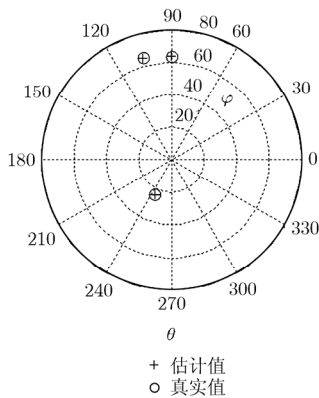


图 2 3 个信号的 2 维角估计结果

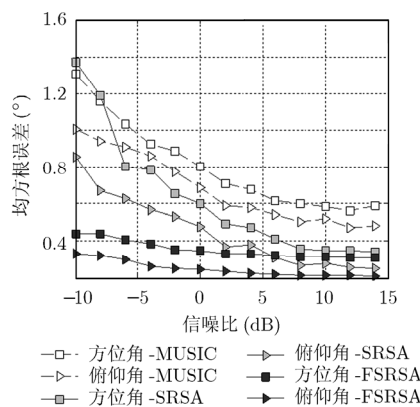


图 3 均方根误差随信噪比变化曲线

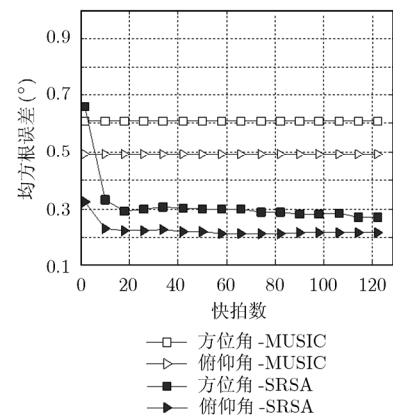


图 4 均方根误差随快拍数变化曲线

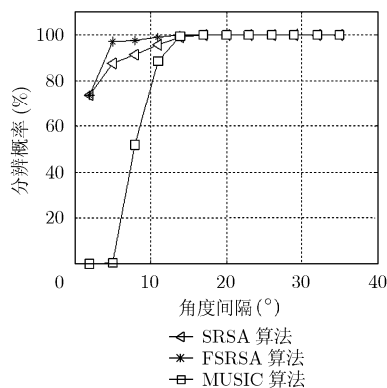


图 5 不同角度间隔下的分辨概率(非相干信号)

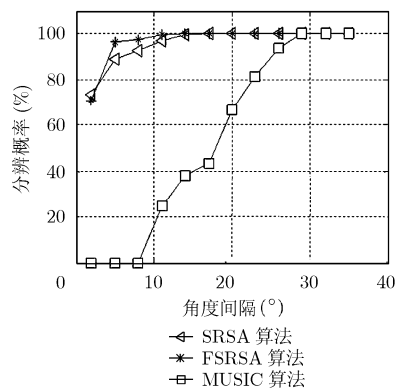


图 6 不同角度间隔下的分辨概率(相干信号)

从图 5 可以看出: 本文提出的方法对非相干信号具有较高的分辨概率, 能分辨出很近的两个信号, 分辨性能优于 MUSIC 算法。从图 6 可以看出: 本文提出的方法相干信号同样具有较高的分辨率, 能分辨出很近的两个信号, 而 MUSIC 算法在相干信号存在的情况下, 分辨性能严重下降。本文提出的方法对信号的相干性没有任何要求, 不需要任何处理可以直接应用到相干信号上来。

5 结束语

本文提出一种基于空间角稀疏分解的 2 维 DOA 估计方法。理论分析和仿真实验验证了本文方法对相干和非相干信号具有很高的估计精度和分辨率。利用空间角构造的冗余字典, 可以将冗余字典从 2 维空间降为 1 维空间, 大大降低了稀疏分解的计算量。利用稀疏分解的幅度信息, 解决了方位角和俯仰角的配对问题。本文提出的方法还适用于其他阵列, 如平行线阵, 存在任意夹角的线阵等。基于圆阵条件下方位角和俯仰角的联合估计将是下一步的研究方向。

参考文献

- [1] Forster P, Larzabal P, and Boyer E. Threshold performance analysis of maximum likelihood DOA estimation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(11): 3183-3191.
- [2] Park Cheol-Sun, Choi Jun-Ho, Yang Jong-Won, et al. Direction of arrival estimation using weighted subspace fitting with unknown number of signal sources [C]. Proc. 11th International Conference on Advanced Communication Technology, Phoenix Park, Dublin, Feb. 15-18, 2009: 2295-2298.
- [3] Jian C, Wang S, and Lin L. Two-dimensional DOA estimation of coherent signals based on 2D unitary ESPRIT method[C]. Proc. 8th International Conference on Signal Processing, Beijing, China, 2006: 16-20.
- [4] Gao Fei-fei, Nallanathan A, and Wang Yi-de. Improved MUSIC under the coexistence of both circular and

noncircular sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(7): 3033-3038.

- [5] Guo Xian-sheng, Wan Qun, Chang Chun-qi, et al. Source localization using a sparse representation framework to achieve superresolution [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2010, 21(4): 391-402.
- [6] Chow K Y, Lui K S, and Lam E Y. Wireless sensor networks scheduling for full angle coverage [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2009, 20(2): 101-119.
- [7] Malioutov D, Çetin M, and Willsky Alan S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [8] Zhang Shu, Li Yu-mei, and Song Jun-cai. A novel method for DOA estimation based on generalized-prior distribution [C]. 2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, Changsha, China, 2010: 244-247.
- [9] Duarte M F, Wakin M B, and Baraniuk R G. Fast reconstruction of piecewise smooth signals from incoherent projections. Workshop on Signal Processing with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS), Rennes, France, 2005. <http://spars05.isisa.fr/ACTES/TS5-3.pdf>.
- [10] Donoho D and Huo X. Uncertainty principles and ideal atomic decompositions [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(7): 2845-2862.
- [11] Elad M and Bruckstein A M. A generalized uncertainty principle and sparse representation in pairs of bases [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2002, 48(9): 2558-2567.
- [12] Chen Hao-bing, Donoho D L, and Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2001, 20(1): 33-66.

李鹏飞: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理和智能信息处理。

张 旻: 男, 1966 年生, 教授, 博士, 研究方向为通信信号处理、计算智能等。

钟子发: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为通信信号处理、数据融合等。