极低信噪比下的导频联合编码辅助载波同步算法

史治平* 唐发建 晏 辉 龚万春

(电子科技大学通信抗干扰国家级重点实验室 成都 611731)

摘 要:针对深空通信系统中编码辅助载波同步算法存在精度受限和同步范围小的问题,该文提出两种导频联合编码辅助载波同步算法。首先按照最大似然估计准则推导出编码辅助载波估计的对数似然函数;按麦克劳林级数将其展开并简化或将其导数展开并简化,得到两种具有解析表达式的编码辅助精同步算法。然后为扩大同步范围,设计了一种插入导频的帧结构,提出了基于导频的粗同步算法,推导出它的理论方差。最后将粗同步与精同步顺序地结合起来,同时利用导频来辅助精同步,得到两种大频偏大相偏情况下的载波同步算法,并采用码率为1/12的低码率 LDPC-Hadamard 码仿真验证。结果表明新算法能大幅提高同步参数的估计精度和范围,在一定的导频长度下可逼近理想同步。

关键词:深空通信;载波同步;编码辅助;导频;LDPC-Hadamard 码
 中图分类号:TN929.5
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2011)10-2506-05
 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00085

Joint Assisted Carrier Synchronization Algorithm by Pilot and Code at Extremely Low SNR

Shi Zhi-ping Tang Fa-jian Yan Hui Gong Wan-chun

(National Key Laboratory of Science and Technology on Communications,

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: Considering that the Code-Aided (CA) carrier recovery algorithms perform small synchronization range and big inaccuracy in extremely low Signal to Noise Ratio (SNR) deep space communication systems, two joint assisted carrier synchronization algorithms by code and pilot are proposed. First the Log-Likelihood-Function (LLF) of CA carrier estimation is derived by Maximum-Likelihood (ML) criterion and two new CA fine synchronization algorithms which have closed-form expression are got by simplify the Maclaurin series of LLF and its derivative. And then, a coarse synchronization algorithm is proposed based on pilot symbols in order to handle larger parameter offsets and its Mean Squared Error (MSE) is also derived. Finally, two joint assisted carrier synchronization algorithms by code and pilot are got by orderly combining the coarse estimation algorithm and fine estimation algorithm. And the simulations by the LDPC-Hadamard code with rate 1/12 verify that the new algorithm can increase synchronization range and improve accuracy, achieving perfect synchronization with a certain amount of pilot symbols at extremely low SNR.

Key words: Deep space communications; Carrier synchronization; Code-Aided (CA); Pilot; LDPC-Hadamard code

1 引言

深空信道的特点是通信距离远,信噪比极低, 因此载波同步是深空通信的一个研究难点。传统的 同步方法在极低信噪比下不能有效工作,导致后面 的译码器也无法译码。近年来,利用译码信息来辅 助载波同步成为深空通信的研究热点。文献[1,2]利 用 LDPC/Turbo 码的译码软信息进行载波相位恢 复,缺点是没有考虑载波频偏。文献[3]在文献[2]的

2011-01-25 收到, 2011-07-15 改回 国家 973 计划项目(2007CB310604)资助课题 *通信作者: 史治平 szp@uestc.edu.cn 基础上考虑了频偏估计。文献[4-7]中的同步算法均 采用对似然函数进行最大值搜索的方法估计载波频 偏,复杂度较高,尤其是极低信噪比下,码长较长 的纠错码进一步增加了复杂度。文献[8]定义了基于 软信息的评价函数,并用搜索的方法估计频偏,复 杂度较高。文献[9]在一定程度上降低了期望极大 (EM)算法的复杂度。文献[10,11]给出了两种复杂度 较低的编码辅助同步算法,并实现了频率和相位的 联合估计。但在极低信噪比下,它们与理想同步的 性能还有一定差距。另外由于大频偏和大相偏会造 成译码器输入信号的功率下降,当译码器的输入信 噪比低于译码门限时,译码器无法提供可靠的软信 息,导致现有的编码辅助同步算法的同步范围都比 较小。在极低信噪比环境下,此问题更为突出,利 用数据辅助同步是不可避免的。因此利用导频扩大 同步范围成为另一个值得研究的课题。

本文首先在第 2 节给出系统模型; 然后在第 3 节重点推导了两种新的基于最大似然的编码辅助精 同步算法; 在第 4 节给出了大频偏相偏情况下的导 频联合编码共同辅助同步算法; 第 5 节为性能仿真, 最后为全文总结。

2 系统模型

图 1 为导频联合编码辅助载波同步算法的系统 模型。信息比特序列经过编码器得到长度为 N_d 的码 字c,经 BPSK 调制为信号a并与长度为 N_p 导频复 用后,从发送端发射出去。信号经过加性高斯白噪 声信道,并引入随机相位 $\theta \in [-\pi,\pi]$ 和频率偏移 Δf 。 假定接收机已实现理想的定时同步和帧同步,且归 一 化频偏(Normalized Frequency Offset, NFO) ΔfT 满足 $|\Delta fT| \ll 1$,则接收到的基带等效信号可以 表示成

 $r_k = a_k \exp[j(2\pi k\Delta fT + \theta)] + n_k, \ k = 1, \cdots, N \quad (1)$

其中*T*是符号周期, $N = N_d + N_p$ 表示帧长, $E(|a_k|^2) = 1$, n_k 是独立同步分布的零均值复高斯随机变量,实部虚部的方差均为 σ^2 。接收机先利用导频时行粗估计,然后再利用导频和译码器输出的软信息进行迭代的载波精估计。用符号D和P分别表示数据帧中数据和导频的时间样点集合。

3 两种新的编码辅助同步算法

为清晰,先在本节给出无导频情况下的编码辅助同步算法,即利用译码器输出的符号软信息导出 基于最大似然的编码辅助同步算法。在下一节给出 大频偏相偏情况下的导频联合编码辅助的同步算 法。

根据文献[9],接收信号的对数似然函数为 $\ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda})$

$$= \sum_{k \in D} \ln \left\{ \sum_{i=\pm 1} P(a_k = i) \exp\left[\frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left(r_k a_k^* e^{-j(2\pi k \Delta f T + \theta)}\right)\right] \right\}$$
(2)

其中 $\lambda = [\Delta f, \theta]$ 表示待估计同步参数, $P(a_k = i)$ 表

示符号 a_k 的先验概率, Re()表示实部。

众所周知,当x足够小时, $\exp(x)$ 和 $\ln(1+x)$ 可 用其麦克劳林级数的线性项近似,即

$$\exp(x) \approx 1 + x, \quad \ln(1+x) \approx x$$
 (3)

在极低信噪比下,噪声功率很大,故可用式(3) 简化式(2),并去掉与待估参数不相关的因子,则有

$$\ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda}) \approx \sum_{k \in D} \operatorname{Re}\left(r_k \overline{a}_k^* e^{-j(2\pi k \Delta f T + \theta)}\right)$$
(4)

其中 $\bar{a}_k^* = \sum_{i=+1} P(a_k = i) \cdot i$ 为符号的均值。

由于接收机不知道符号的先验信息,故利用译码器输出的软信息 *L*(*k*)来计算符号的后验概率,用此后验概率近似先验概率,并且 \overline{a}_k^* 与待估参数无关。

至此,式(4)表示的对数似然函数只与待估参数 λ 有关。求解 λ 最大似然估计 $\hat{\lambda}_{ML}$,必有

$$\frac{\mathrm{d}\ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda})}{\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}}\Big|_{\boldsymbol{\lambda}=\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{ML}} = 0$$
(5)

式(5)的非线性度很高,很难直接解出 $\hat{\lambda}_{ML}$ 。为解决此问题,需对式(4)或者式(5)进行简化,在此给出两种方法。由于方法 2 的性能优于方法 1,限于篇幅的原因,对方法 1 仅仅给出结果,在此对方法 2 给出详细推导。

方法1 先求对数似然函数的导数,将sin()函数用其麦克劳林级数展开式的线性项简化,可得

$$\Delta \hat{f}T = \frac{1}{2\pi} \frac{a_1 a_5 - a_3 a_4}{a_2 a_5 - a_3^2}, \quad \hat{\theta} = \frac{a_2 a_4 - a_1 a_3}{a_2 a_5 - a_3^2} \tag{6}$$

其中

$$\begin{aligned} a_1 &= \sum_{k \in D} kA_k \theta_k, \quad a_2 &= \sum_{k \in D} k^2 A_k, \quad a_3 &= \sum_{k \in D} kA_k, \\ a_4 &= \sum_{k \in D} A_k \theta_k, \quad a_5 &= \sum_{k \in D} A_k \end{aligned}$$

方法 2 将对数似然函数按二元麦克劳林级数 展开,并简化之。

首先,将接收信号 r_k 表示成极坐标的形式,即 $r_k = |r_k| \exp(j\varphi_k)$,其中 $\varphi_k = \angle r_k$ 。为简洁,记 $B_k = |r_k| \overline{a}_k^*(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{\lambda}), x = 2\pi \Delta fT, y = \theta$,则对数似然函数 式(4)改写为

$$\ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda}) \approx \sum_{k \in D} B_k \cos[\varphi_k - (kx + y)]$$
(7)

按二元函数的 n 阶麦克劳林展开式将它展开为



图 1 系统模型

$$\ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda}) \approx \underbrace{\sum_{k \in D} B_k \cos(\varphi_k) + x \sum_{k \in D} kB_k \sin(\varphi_k) + y \sum_{k \in D} B_k \sin(\varphi_k)}_{\text{$\widehat{\pi}_{2} \times \widehat{\pi}_{1} \times \widehat{\pi}_{2} \times \widehat$$

其中*G*(*j*)为展开式的第*j*项,是关于*x*,*y*的高次幂, *R*_n为拉格朗日余项。

因为 $x = 2\pi\Delta fT$ 非常小,且 $y = \theta$ 足够小时,式 (8)中G(j)和 R_o 可以忽略掉,即简化为

$$\ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda}) \approx \sum_{k \in D} B_k \cos(\varphi_k) + x \sum_{k \in D} k B_k \sin(\varphi_k) + y \sum_{k \in D} B_k \sin(\varphi_k) - x y \sum_{k \in D} k B_k \cos(\varphi_k) - \frac{1}{2} \left[x^2 \sum_{k \in D} k^2 B_k \cos(\varphi_k) + y^2 \sum_{k \in D} B_k \cos(\varphi_k) \right]$$
(9)

分别对 x, y 求偏导并令它们为 0 得方程组

$$\frac{\partial \ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda})}{\partial x} = \sum_{k \in D} kB_k \sin(\varphi_k) - x \sum_{k \in D} k^2 B_k \cos(\varphi_k) - y \sum_{k \in D} kB_k \cos(\varphi_k) = 0$$
(10)

$$\frac{\partial \ln p(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{\lambda})}{\partial y} = \sum_{k \in D} B_k \sin(\varphi_k) - x \sum_{k \in D} k B_k \cos(\varphi_k) - y \sum_{k \in D} B_k \cos(\varphi_k) = 0$$

解式(10),并将
$$x$$
, y 换算成 ΔfT , θ , 可得

$$\Delta \hat{f}T = \frac{1}{2\pi} \frac{b_1 b_5 - b_3 b_4}{b_2 b_5 - b_3^2} , \quad \hat{\theta} = \frac{b_2 b_4 - b_1 b_3}{b_2 b_5 - b_3^2}$$
(11)

其中

$$\begin{split} b_1 &= \sum_{k \in D} kB_k \sin\left(\varphi_k\right), \quad b_2 &= \sum_{k \in D} k^2 B_k \cos\left(\varphi_k\right), \\ b_3 &= \sum_{k \in D} kB_k \cos\left(\varphi_k\right), \quad b_4 &= \sum_{k \in D} B_k \sin\left(\varphi_k\right), \\ b_5 &= \sum_{k \in D} B_k \cos\left(\varphi_k\right) \end{split}$$

这两种方法均得到了最大似然估计的显式表达 式。用式(6)或式(11)得到频偏和相偏的估计值后, 补偿接收信号,反馈给译码器进行下一次迭代译码 和同步。随着迭代次数的增加,译码和同步趋于收 敛。为方便在后文中与已有算法对比,称式(6)和式 (11)表示的算法分别为新算法 1 和新算法 2。

4 导频联合编码辅助同步算法

从上节的推导过程中可以看出,新算法1和新 算法2同步范围有限,适合精同步。因此在实际系 统中,需采用粗同步模块将频偏和相偏锁定在精同 步模块的收敛范围以内。在文献[7]中,我们已详细 地研究了利用导频进行粗同步的算法,在此不做过 多的讨论。因此在综合考虑导频位置对粗同步和精同步的影响后,在此给出一种在极低信噪比下易于同步的帧结构,如图 2 所示。即导频分成相等的 4 份,等间隔地插入到码字中。记这 4 段导频的时间样点集合为 P_i , $i = 1, \dots, 4$ 。第 1 段和第 3 段的距离,第 2 段和第 4 段的距离均为 $S = N_n/2 + 2N_d/3$ 。

图 2 帧结构

给出相应的频偏粗估计算法为

$$\Delta \hat{f}_{\text{Coar}} T = \frac{1}{2\pi S} \angle \left(\sum_{k \in P_3} r_k \sum_{k \in P_1} r_k^* + \sum_{k \in P_4} r_k \sum_{k \in P_2} r_k^* \right)$$
(12)

理论上它的同步范围为|△*fT*|≤1/(2*S*)。可证明其为 无偏估计量,其方差为

$$E((\Delta \hat{f}_{\text{Coar}} - \Delta f)^2 T^2) = \frac{1}{2\pi^2 S^2} \left(\frac{1}{N\text{SNR}} + \frac{2}{N^2 \text{SNR}^2} \right)$$
(13)

补偿信号后对相位进行粗估计,即

$$\hat{\theta}_{\text{Coar}} = \angle \sum_{k \in P} r_k \exp(-j2\pi k \Delta \hat{f}_{\text{Coar}} T)$$
(14)

补偿信号后,利用新算法1或新算法2进行精同步。 在这里,精同步利用了导频信息,即符号的后验均 值变为

$$\overline{a}_{k}^{*}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{\lambda}) = \begin{cases} \tanh(L(k)), & k \in D\\ 1, & k \in P \end{cases}$$
(15)

这样同时利用数据和编码辅助载波同步,可进行一步提高同步的精度。

整个导频联合编码辅助同步算法的主要思想为 利用导频粗同步,再利用导频和编码精同步。总估 计量为

$$\begin{split} & \Delta \hat{f}_{\text{Total}} = \Delta \hat{f}_{\text{Coar}} + \Delta \hat{f}_{\text{Fine}}^{(n)}, \ \hat{\theta}_{\text{Total}} = \hat{\theta}_{\text{Coar}} + \hat{\theta}_{\text{Fine}}^{(n)} \ (16) \\ & \text{其中} \Delta \hat{f}_{\text{Fine}}^{(n)}, \ \hat{\theta}_{\text{Fine}}^{(n)} \\ & \text{表示用新算法1或新算法2在第$$
n $} \\ & \text{次迭代时得到的频率和相位的估计值。为验证此方 \\ 案的有效性,将在下节给出仿真结果。} \end{split}$

5 仿真与分析

本文仿真采用系统的 LDPC-Hadamard 码^[12],

由 1/2 码率,行重为 6 的 LDPC 码去构造 LDPC-Hadamard 码,得到的 LDPC-Hadamard 码的码长 为 1200,码率为 1/12,译码迭代次数上限设为 20 次,仿真帧数为 10000 帧。接收机首先提取出导频 符号进行一次粗补偿;然后译码器迭代译码,每次 迭代时对同步参数进行更新。

为衡量本文提出的两种同步算法的有效性,本 文给出它们的鉴频、鉴相曲线,以及频率估计、相 位估计的根均方差(Root Mean Square Error, RMSE)曲线。为描述方便,分别简称基于两种新算 法的导频联合编码辅助同步算法为联合算法 1 和联 合算法 2。

图 3 为导频数 $N_p = 160$ 时,联合估计算法的鉴频曲线。从图中可以看出,联合估计算法的鉴频范 围明显大于其他同类算法。图 4 为导频数 $N_p = 160$ 时,联合算法的鉴相曲线。需要特别指出的是,当 相偏 θ 接近 π 或 $-\pi$ 时,联合估计算法的相偏估计量 会出现极性跳跃现象。即 $\hat{\theta}$ 会在 θ 或 $-\text{sign}(\theta)2\pi + \theta$ 附近区间取值(sign(θ)表示 θ 的极性)。这种估计量极 性跳跃现象造成了统计均值减小,但系统的相偏仍 然得到了正确补偿。因此联合估计算法的鉴相区间 为[$-\pi,\pi$],且可以消除相位模糊^[7]。

图 5 和图 6 分别为频偏 $\Delta fT = 3 \times 10^{-4}$,相偏 $\theta = 60^{\circ}$,导频数 $N_p = 160$ 时,联合算法的频率估计、 相位估计的 RMSE 曲线。粗同步的理论方差由式(13) 给出。频偏和相偏估计的 Modified Cramer-Rao Bound (MCRB)分别为 MCRB(ΔfT) = 3/($2\pi^2 N^3$ SNR), MCRB(θ) = 1/(2NSNR)。从图 5 可以看出, 频率粗同步的根均方差与其理论值基本重合。在粗 同步后继续采用导频与编码联合辅助进行精同步, 根均方差会大幅降低。并随着信噪比升高,译码的 准确度增强,根均方差会逼近 MCRB。特别地,联 合算法 2 的估计精度优于联合算法 1。相位估计与 频率估计有相似的结论。需注意的是,虽然两种联 合算法的相位估计根均方差均与 MCRB 界有一定 距离,但在译码器工作的信噪比区间内,它对译码 器的影响很小。

图 7 为不同导频长度下联合估计算法与文献[7] 估计算法的 BER 曲线,同步参数为频偏 $\Delta fT =$ 3×10^{-4} ,相偏 $\theta = 60^{\circ}$ 。根据图 7(a)可以看出在导 频相等的情况下,联合算法 2 的性能稍优于联合算 法 1,但不明显。随着导频长度的增加,两种算法 的性能均可逼近理想同步。图 7(b)是将联合估计算 法与文献[7]中的基于 EM 的导频联合编码辅助的方 法的译码性能进行对比,可以看出新算法的译码性 能相比基于 EM 的导频联合编码辅助同步的方法几 乎没有差别,但新算法的直观度和复杂度很明显地 优于基于 EM 的导频联合编码辅助同步算法,并且 新算法更易于理解。

6 结论

本文通过对编码辅助同步算法的似然函数进行 线性化处理,得到两种适合在极低信噪比环境下工 作的精同步算法,尤其是第2种算法;针对精同步 算法同步范围受限的问题,提出了一种基于导频的 粗同步算法;粗同步后,在精同步算法中插入导频 符号辅助估计,得到两种大频偏相偏情况下的载波 同步算法。仿真结果表明,这两种方法可以大幅度 提高同步精度和范围。第2种方法在精度上稍优, 但复杂更高。在实际中,需视情况择优选取。综上 所述,本文提出的两种导频联合编码辅助载波同步 算法可广泛地应用于深空通信等极低信噪比通信系 统。







图 3 SNR=-9 dB,联合算法的鉴频曲线

图 4 SNR=-9 dB,联合算法的鉴相曲线

图 5 联合算法频率估计的根均方误差曲线



图 6 联合算法相位估计的根均方误差曲线

参考文献

- Zhang Li and Alister G. Iterative carrier phase recovery suited to turbo-coded systems[J]. *IEEE Transactions on* Wireless Communications, 2004, 3(6): 2267–2276.
- [2] Wymeersch H and Moeneclaey M. Iterative Code-Aided ML phase estimation and phase ambiguity resolution[J]. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2005, (6): 981–988.
- [3] 徐俊辉,刘朝生,张忠培. 一种基于 APPA 的码辅助载波同步 算法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(12): 2834-2837.
 Xu Jun-hui, Liu Chao-sheng, and Zhang Zhong-pei. A code-aided carrier synchronization algorithm based on APPA[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(12): 2834-2837.
- [4] Noels N, Lottici V, Dejonghe A, et al. A theoretical framework for soft-information-based synchronization in iterative(turbo) receivers[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2005, (4): 117–129.
- [5] Herzet C, Ramon V, and Vandendorpe L. A theoretical framework for iterative synchronization based on the sumproduct and the expectation-maximization algorithms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(5): 1644–1658.
- [6] Godtmann S, Hadaschik N, Steinert W, et al. A concept for data-aided carrier frequency estimation at low signal-to-noise ratios[C]. IEEE International Conference on Communications, Beijing, China, May 19–23, 2008: 463–467.
- [7] 晏辉,唐发建,张忠培.一种基于低码率 LDPC 码的编码与导频联合辅助载波同步算法[J].电子与信息学报,2011,33(2):470-474.

Yan Hui, Tang Fa-jian, and Zhang Zhong-pei. A joint assisted carrier synchronization algorithm with code and pilot based on low rate LDPC code[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(2): 470–474.

图 7 各种估计算法的 BER 曲线

- [8] 包建荣, 詹亚锋, 陆建华. 基于 LDPC 译码软信息的迭代载波恢复[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(10): 2416-2420.
 Bao Jian-rong, Zhan Ya-feng, and Lu Jian-hua. Iterative carrier recovery based on soft decision metrics of LDPC decoding[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(10): 2416-2420.
- [9] 晏辉,唐发建,张忠培. 一种低复杂度编码辅助载波同步算法
 [J]. 电子与信息学报, 2010, 32(12): 2959-2963.
 Yan Hui, Tang Fa-jian, and Zhang Zhong-pei. A low complexity code-aided carrier synchronization algorithm[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(12): 2959-2963.
- [10] Kim Pan-soo, Choi Kwon-hue, Song Yun-jeong, et al. Joint Carrier recovery and Turbo decoding method for TDMA burst MODEM under very low SNRs[C]. IEEE Vehicular Technology Conference, Melbourne, Australia, 2006: 2198–2200.
- [11] Pan Xiao-fei, Liu Ai-jun, Zhang Bang-ning, et al. Code-aided iterative carrier estimation in presence of residual frequency offset[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(2): 404–432.
- [12] Yue Guo-sen, Ping Li, and Wang Xiao-dong. Generalized Low-Density Parity-Check codes based on Hadamard constraints[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(3): 1058–1079.
- 史治平: 女,1972年生,博士,副教授,研究方向为无线通信中的信号处理技术.
- 唐发建: 男,1985年生,硕士生,研究方向为信道编码与移动通 信技术.
- 晏 辉: 男, 1982 年生,博士生,研究方向为信道编码与移动 通信技术.
- 龚万春: 女,1987年生,硕士生,研究方向为信道编码与移动通 信技术.