

## 基于二维窄带宏粒子模型的带状电子注传输研究

张小锋<sup>\*①②</sup> 阮存军<sup>①</sup> 罗积润<sup>①</sup> 韩莹<sup>①②</sup> 赵鼎<sup>①</sup> 阮望<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所高功率微波源与技术重点实验室 北京 100190)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要:** 带状电子注具有非轴对称性和大宽高比的特性, 非常适合应用于高功率微波与毫米波真空电子器件电子注形成。该文针对带状电子注的这种特性, 建立了2维窄带宏粒子模型, 编写了静电磁约束下带状电子注传输过程的分析计算程序, 讨论了无外加高频场时带状电子注在均匀磁场和周期会切磁场聚焦情况下的传输过程, 数值计算结果与单粒子模型及3维PIC软件模拟结果进行了比较, 结果表明, 该文编写程序的计算结果与3维PIC软件的有很好的 consistency, 且计算速率有大幅度提升。

**关键词:** 带状电子注; 电子注传输; 窄带宏粒子; 周期会切磁场

中图分类号: TN122

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)01-0151-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00304

## Study of the Sheet Beam Transmission Based on 2D Macroparticle Model

Zhang Xiao-feng<sup>\*①②</sup> Ruan Cun-jun<sup>①</sup> Luo Ji-run<sup>①</sup> Han Ying<sup>①②</sup> Zhao Ding<sup>①</sup> Ruan Wang<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Key Laboratory of High Power Microwave Sources and Technologies, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

<sup>②</sup>(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** The sheet beam with a large width-high ratio is nonaxisymmetrical, which is very suitable to the formation of the electron beam in high power microwave and millimeter wave vacuum devices. In this paper, a 2D macroparticle model is proposed for developing a program to study the sheet beam transmission. The transmission of the sheet beam in an uniform magnetic field and Periodic Cusped Magnetic (PCM) field is discussed, and the calculation results are compared with the single particle model and 3D PIC software, which show good agreement with 3D PIC software's and the computation time is greatly reduced.

**Key words:** Sheet beam; Beam transmission; Macroparticle; Periodic Cusped Magnetic (PCM) field

### 1 引言

现代高能粒子加速器和下一代电子直线对撞机(NLC)、超远程雷达和通信系统等大型科学装置, 需要小型化和紧凑型的高频率、高功率微波源。对于轴对称的功率源, 在高功率和高频率下, 电子注大电流和小尺寸是一对矛盾, 因而在高频段难以产生高功率输出。带状注速调管(SBK)通过采用宽高比很大的薄矩形或扁椭圆形电子注来降低空间电荷力对强电子注电流的限制, 增大电子注电流, 能够有效地提高输出功率容量<sup>[1-4]</sup>。

带状电子注的聚焦和稳定传输是实现带状注速调管性能的关键技术之一。均匀磁场是普遍采用的一种聚焦方式。近期的实验和理论研究表明, 在一

定条件下均匀磁场聚焦方式可以实现电子注的稳定传输<sup>[5,6]</sup>。此外, 周期磁场是带状注聚焦的另一种可行技术途径, 它主要有两种形式: 周期摇摆磁场(wiggler)<sup>[7]</sup>和周期会切磁场(PCM)<sup>[8]</sup>, 文献[9,10]曾利用3维PIC粒子模拟软件讨论了这种聚焦形式下带状电子注的传输问题。

对带状电子注在静电磁聚焦下的传输, 通常可以采用3维PIC软件或者单粒子模型<sup>[9,11]</sup>进行分析研究。不过3维PIC软件计算耗时非常长, 依靠这种方法来优化磁场分布和设计聚焦结构的效率很低。单粒子模型虽然计算效率高, 但在计算空间电荷场时认为电子注密度均匀、电子注纵向传输速度不变, 具有较大的近似性, 从而应用范围有一定的局限性<sup>[11]</sup>。本文尝试建立一种适用于带状电子注的2维宏粒子模型, 采用粒子推动程序, 对矩形带状电子注在均匀磁场和PCM磁场聚焦中的传输情况进行分析, 并将计算结果与单粒子模型计算结果和3维PIC

2010-03-26 收到, 2010-07-15 改回

国家自然科学基金(60501019, 10775139, 60971073)资助课题

\*通信作者: 张小锋 zxfworking@126.com

软件的模拟结果进行了比较, 希望计算时间靠近单粒子模型, 模拟结果类似于3维PIC软件。

## 2 窄带宏粒子物理模型

对于带状电子注空间电荷力的求解可以通过格林函数法进行。Jensen和Caryotakis等人<sup>[12]</sup>在适用于圆形电子注的1维圆盘宏粒子模型基础上, 建立了适用于带状电子注的1维矩形薄片宏粒子模型, 并通过格林函数法求解带状电子注内的空间电荷力。但1维模型只考虑粒子之间的纵向电场力, 忽略了粒子的横向运动; 无法考虑电子注截获问题; 同时, 1维模型描述的只能是一种具有无穷大轴向磁场的理想聚焦情形, 不能考察不同聚焦磁场强度及不同形式的聚焦磁场(例如PCM)对电子注传输的影响。本文将采用2维窄带宏粒子模型通过格林函数法求解带状电子注内的空间电荷力。

### 2.1 窄带模型

矩形带状电子注宽高比大, 具有中心平面对称性, 可以用空间2维、速度3维( $y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ )直角坐标系描述, 具体模型如下: 在宽和高分别为  $a$  和  $b$  的矩形漂移通道内(如图1所示), 把一个电子波长  $\lambda_e$  ( $\lambda_e = u_0 T$ ,  $u_0$  为电子的直流速度,  $T$  为高频波周期)范围内的电子注沿  $z$  方向等分为  $N_z$  个矩形薄片, 每个矩形薄片的宽度为  $w$ , 厚度为  $d = \lambda_e / N_z$ ; 然后把每个矩形薄片沿  $y$  方向( $y$  方向高度为  $h$ )划分为  $N_y$  个体积相等的窄带, 每个窄带的高度为  $h / N_y$ , 如图2所示, 图中每一个小矩形块即代表一个宏粒子。这里假设电子注在  $y$ - $z$  截面上的电荷均匀分布, 因此各窄带宏粒子携带的电量都相等。在运动过程中窄带的纵向厚度始终为  $d$  保持不变, 但

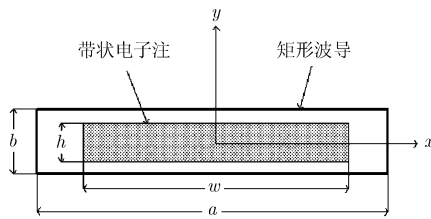


图1 矩形通道中的带状注截面示意图

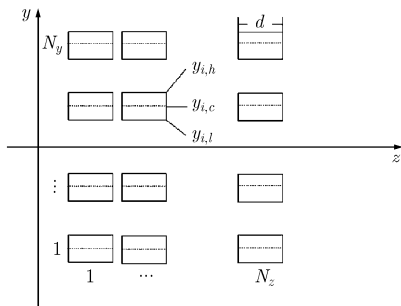


图2 2维窄带模型示意图

$y$  方向高度可因受力而发生改变, 窄带的截面始终为矩形。

### 2.2 空间电荷力

窄带宏粒子之间的空间电荷力可使用格林函数法计算<sup>[13]</sup>。取源宏粒子携带的电量为  $q_i$ , 该宏粒子中心的坐标分别为  $y_{i,c}$  和  $z_{i,c}$ ,  $y_{i,h}$  和  $y_{i,l}$  分别为其上沿和下沿  $y$  坐标;  $q_j$  为受力宏粒子携带的电量,  $y_{j,c}$  和  $z_{j,c}$  为该宏粒子中心的坐标。我们先求出源宏粒子在点  $(y_{j,c}, z_{j,c})$  的标势  $V$  和矢势  $\mathbf{A}$ , 再由  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  及  $\mathbf{E} = -\nabla V - \partial \mathbf{A} / \partial t$  求出点  $(y_{j,c}, z_{j,c})$  的电场  $E_y$  和  $E_z$ , 然后求出两粒子之间的  $y$  方向和  $z$  方向的作用力如下:

(1)源荷电窄带宏粒子与受力荷电窄带宏粒子在  $z$  方向不存在重叠, 即  $|z_{j,c} - z_{i,c}| > d$  时,

$$F_z = \frac{32q_i q_j a^3 b^3}{\epsilon_0 k^2 m^2 \pi^6 \gamma^2 w^2 d^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (m^2 a^2 + k^2 b^2)^{-1} \times \sin^2(k\pi/2) \sin^2(k\pi h/(2a)) \times c_{y1} \times c_{z1} \quad (1)$$

$$F_y = \frac{32q_i q_j a^4 b^3}{\epsilon_0 k^2 m \pi^6 \gamma w^2 d^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (m^2 a^2 + k^2 b^2)^{-1} \times \sin^2(k\pi/2) \sin^2(k\pi h/(2a)) \times c_{y2} \times c_{z1} \quad (2)$$

(2)源荷电窄带宏粒子与受力荷电窄带宏粒子在  $z$  方向存在重叠, 即  $|z_{j,c} - z_{i,c}| \leq d$  时,

$$F_z = \frac{32q_i q_j a^3 b^3}{\epsilon_0 k^2 m^2 \pi^6 \gamma^2 w^2 d^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (m^2 a^2 + k^2 b^2)^{-1} \times \sin^2(k\pi/2) \sin^2(k\pi h/(2a)) \times c_{y1} \times c_{z2} \quad (3)$$

$$F_y = \frac{32q_i q_j a^4 b^3}{\epsilon_0 k^2 m \pi^6 \gamma w^2 d^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (m^2 a^2 + k^2 b^2)^{-1} \times \sin^2(k\pi/2) \sin^2(k\pi h/(2a)) \times c_{y2} \times c_{z3} \quad (4)$$

式中  $\gamma$  为相对论因子,

$$c_{z1} = 2e^{\mu_n \gamma |z_{j,c} - z_{i,c}|} - e^{\mu_n \gamma (|z_{j,c} - z_{i,c}| + d)} - e^{\mu_n \gamma (|z_{j,c} - z_{i,c}| - d)} \quad (5)$$

$$c_{z2} = -2 + 2e^{\mu_n \gamma |z_{j,c} - z_{i,c}|} - e^{\mu_n \gamma (|z_{j,c} - z_{i,c}| + d)} + e^{-\mu_n \gamma (|z_{j,c} - z_{i,c}| - d)} \quad (6)$$

$$c_{z3} = 2e^{\mu_n \gamma |z_{j,c} - z_{i,c}|} - e^{\mu_n \gamma (|z_{j,c} - z_{i,c}| + d)} - e^{-\mu_n \gamma (|z_{j,c} - z_{i,c}| - d)} - 2\mu_n \gamma (|z_{j,c} - z_{i,c}| - d) \quad (7)$$

$$\mu_n = -\frac{\pi(m^2 a^2 + k^2 b^2)^{1/2}}{ab} \quad (8)$$

$$c_{y1} = c_y \sin\left(\frac{m\pi(y_{j,h} + y_{j,l} - b)}{2b}\right) \quad (9)$$

$$c_{y2} = c_y \cos\left(\frac{m\pi(y_{j,h} + y_{j,l} + b)}{2b}\right) \quad (10)$$

$$c_y = \sin\left(\frac{m\pi(y_{i,h} + y_{i,l} + b)}{2b}\right) \sin\left(\frac{m\pi(y_{i,h} - y_{i,l})}{2b}\right) \times \sin\left(\frac{m\pi(y_{j,h} - y_{j,l})}{2b}\right) / (y_{i,h} - y_{i,l})(y_{j,h} - y_{j,l}) \quad (11)$$

作为一个实际的算例, 在  $a$  和  $b$  分别为 120 mm 和 12 mm 的矩形漂移通道内, 源宏粒子的中心  $y$  坐标为  $y_{i,c} = 0.2 h$ , 作用于一个受力宏粒子上的空间电荷力如图 3 和图 4 所示。电子波长  $\lambda_e$  约为 20.43 mm, 电子注高度为  $h = 8$  mm, 宽度为  $w = 100$  mm, 每个窄带厚度约  $d$  为 0.68 mm。

从图 3 可以注意到, 两窄带在  $z$  向完全重叠时 (即  $z_{j,c} - z_{i,c} = 0$ )  $z$  方向作用力  $F_z$  为零。当两窄带中心  $y$  方向距离为  $0.1 h$  时,  $F_z$  在两窄带  $z$  方向距离约为  $d$  处出现最大值; 当两窄带中心  $y$  方向距离小于  $0.1 h$  时,  $F_z$  的最大值增大, 且两窄带  $z$  方向距离减小; 当两窄带中心  $y$  方向距离大于  $0.1 h$  时,  $F_z$  的最大值减小, 且两窄带  $z$  方向距离增加。图 4 给出了  $y$  方向的受力情况, 窄带在  $z$  方向重叠时 (即  $z_{j,c} - z_{i,c} = 0$ )  $F_y$  不等于零, 且对应这一位置  $F_y$  出现极值, 随着两宏粒子中心  $z$  方向距离的增加  $F_y$  减小; 当受力宏粒子中心  $y$  方向坐标 ( $y_{j,c} = 0.1 h$  和  $y_{j,c} = 0.3 h$ ) 与源宏粒子中心  $y$  方向坐标 ( $y_{i,c} = 0.2 h$ ) 相差较小时,  $F_y$  的最大值较大; 反之,  $F_y$  的最大值较小。

当两窄带在轴向存在部分重叠时 (如图 5 所示), 求取两窄带之间的作用力时需将图 5 中区域划分为 3 部分分别计算后再将结果相加: (1) 源窄带在  $(z'_c - d/2, z'_c - d/2)$  区间的部分对整个受力窄带的作用; (2) 源窄带在  $(z'_c - d/2, z'_c + d/2)$  区间内的部分对受力窄带在  $(z'_c + d/2, z'_c + d/2)$  内部分的作用; (3) 在  $(z'_c - d/2, z'_c + d/2)$  区域内, 二者重叠部分之间的相互作用。在重叠区域中, 即在图 5 中的阴影区域源宏粒子施加在  $z$  受力宏粒子上的  $z$  方向作用力为零, 而  $y$  方向作用力  $F_y$  不  $F_z$  为零。此时两窄带之间的方向作用力  $F_z$  为前两部分之和。

此外当受力宏粒子的中心  $y$  方向坐标  $y_{j,c}$  不同时,  $F_z$  的最大值也不同, 当受力宏粒子中心  $y$  坐标 ( $y_{j,c} = 0.1 h$  和  $y_{j,c} = 0.3 h$ ) 与源宏粒子中心  $y$  坐标 ( $y_{i,c} = 0.2 h$ ) 相差较小时,  $F_z$  的最大值较大; 反之,  $F_z$  的最大值较小。

以上的分析和计算表明本文讨论的 2 维窄带宏

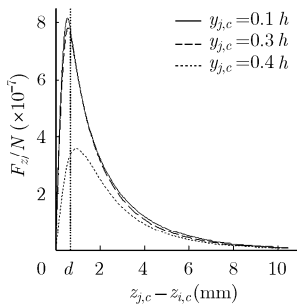


图 3  $z$  方向空间电荷力

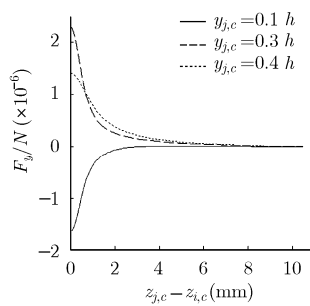


图 4  $y$  方向空间电荷力

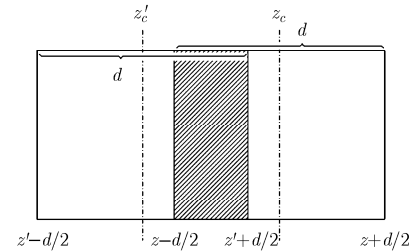


图 5 窄带  $z$  方向出现重叠的情形

粒子模型能够较为准确地描述大宽高比的矩形带状电子注, 通过格林函数法可以准确求取各宏粒子间的空间电荷力。基于上述窄带宏粒子和空间电荷力模型, 我们编写了 2 维粒子推动程序, 用于研究带状电子注在不同聚焦结构中的传输情况。

### 3 带状电子注传输与聚焦的研究

#### 3.1 在均匀磁场中的传输

以 X 波段 100 MW 带状注速调管作为数值计算实例, 假定电子注电压、电流、宽度和高度分别为 385 kV, 478 A, 100 mm 和 8 mm, 矩形漂移通道宽 150 mm, 高 10.5 mm, 聚焦磁场强度为 0.2 T。在计算中, 对一个电子波长的电子注作  $z$  方向 30 和  $y$  方向 8 的划分, 即沿平行于  $x-z$  平面方向把电子注切分为 8 层, 每层又沿平行于  $x-y$  平面方向切分为 30 个宏粒子, 即总共划分为 240 个宏粒子。程序中追踪每个窄带宏粒子中心坐标, 得到的  $y-z$  平面运动轨迹如图 6(a) 所示, 横轴表示宏粒子中心  $z$  坐标, 纵轴表示宏粒子中心  $y$  坐标。

由图 6(a) 可见, 各宏粒子在  $y-z$  平面运动轨迹波动很小, 轨迹无交叉穿越。图 6(b) 为对应单粒子模型计算出的结果, 图中不同曲线代表当粒子处于不同横向位置时 ( $y$  坐标不同) 在  $y-z$  平面的运动轨迹。图 6(c) 为 3 维 PIC 软件的模拟结果。从 3 幅图中都可以看出, 电子注在  $y-z$  平面波动很小, 能够实现稳定传输。在均匀磁场情况下, 单粒子模型计算, 2 维窄带宏粒子模型的程序和 3 维 PIC 软件都能反映出粒子的运动情况, 3 者结果相对吻合。

#### 3.2 在 PCM 聚焦磁场中的传输

典型的平面 PCM 结构如图 7 所示, 其轴线附近的磁场可以近似表示为<sup>[5]</sup>

$$B_x^{\text{ext}} = -B_0 \frac{k_x}{k_m} \sinh(k_x x) \cosh(k_y y) \cos(k_m z) \quad (12a)$$

$$B_y^{\text{ext}} = -B_0 \frac{k_y}{k_m} \sinh(k_x x) \cosh(k_y y) \cos(k_m z) \quad (12b)$$

$$B_z^{\text{ext}} = B_0 \cosh(k_x x) \cosh(k_y y) \sin(k_m z) \quad (12c)$$

其中  $B_0$  是轴上磁场峰值,  $k_x, k_y, k_m$  均为常数, 且满足  $k_x^2 + k_y^2 = k_m^2$ ,  $k_m = 2\pi/l_m$ ,  $l_m$  是聚焦结构的磁场周期。在中心轴线上  $B_z$  随  $z$  的变化曲线如图 8 所示。

本文中选用的聚焦结构的设计参数如下:  $l_m = 60 \text{ mm}$ ,  $k_x = 0.1k_m$ ,  $k_y = 0.995k_m$ 。在程序计算中, 对电子注同样作纵向  $30 \times$  横向 8 的划分, 计算得到宏粒子在  $y-z$  平面内的运动轨迹如图 9(a)所示。从图 9(a)中可以看出各层粒子运动轨迹没有出现交叉穿越, 在 10 个磁场周期内(600 mm)实现了稳定传输; 在约 300 mm 处电子注横向尺寸达到最大。在 300 mm 之后, 电子注轨迹整呈收缩趋势。虽然外层电子向内收缩, 内层电子向外张开, 使轨迹彼此靠近, 但未见明显的穿越现象, 电子注有较好的层流性。图 9(b)和 9(c)分别是单粒子模型理论和 3 维 PIC 软件的模拟结果。从图 9(b)看出, 外层粒子轨迹向内

聚集, 内层粒子轨迹向外扩散, 导致电子注轨迹在 300 mm 处开始出现内外交叉, 电子注层流性破坏。从轮廓上看, 图 9(c)粒子轨迹与图 9(a)的有相对好的一致性。

从上述分析可知, 对于大宽高比的带状电子注 PCM 聚焦, 单粒子模型理论计算结果不能很好地反映电子注的真实运动。本文讨论的 2 维宏粒子模型计算结果与 3 维 PIC 软件模拟结果更为接近, 而计算时间却非常短(一次计算约 5 min 左右)。在实际模拟和设计过程中, 可以首先利用本文讨论的模型和程序进行计算, 从中选取电子注传输状况好的电参数和聚焦结构作为设计的初选结果, 再通过 3 维 PIC 软件进一步优化和确认, 可以大大缩短模拟设计的时间。

#### 4 结束语

本文基于 2 维窄带宏粒子模型, 分析了带状电子

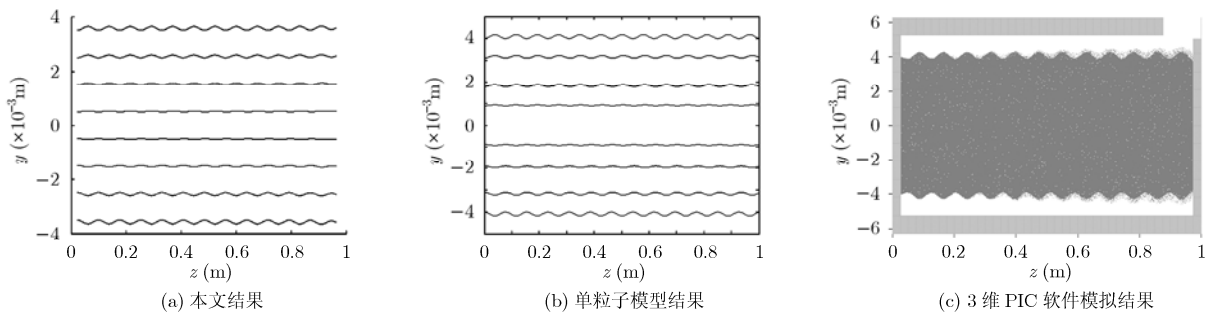


图 6 带状注在均匀磁场中的传输

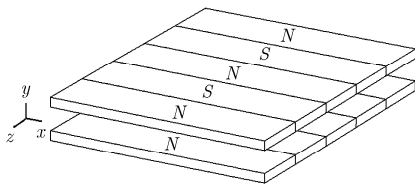


图 7 典型的 PCM 结构示意图

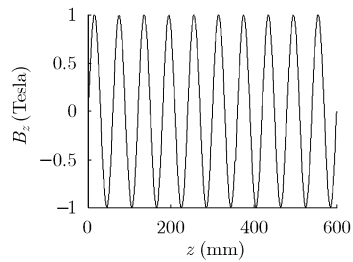


图 8  $B_z - z$  曲线

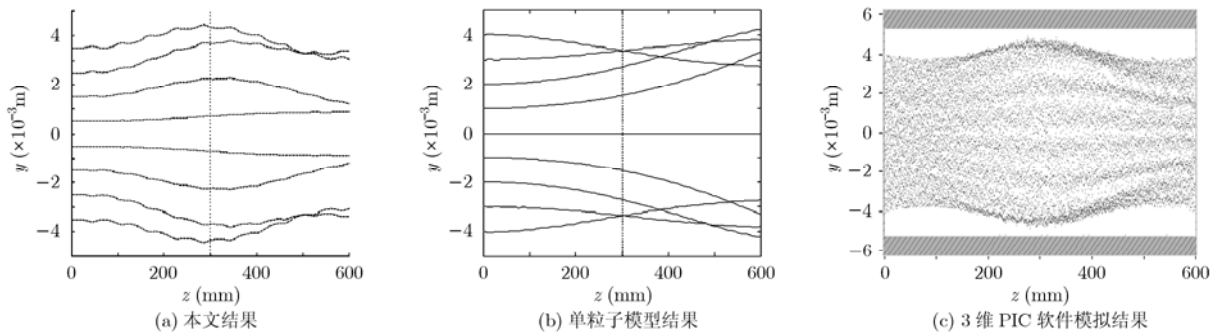


图 9 带状注在 PCM 聚焦磁场中的传输

注的受力情况和运动过程。数值计算结果表明, 对于均匀磁场和PCM磁场聚焦情况, 2维宏粒子模型能较好地反映电子注在静电磁场约束下的传输情况, 与3维PIC软件模拟结果有好的一致性, 且计算时间上很有优势, 对带状注速调管的理论研究和工程设计很有意义。

### 参考文献

- [1] Nguyen T, Pasour, and Wright L, *et al.* High-perveance W-band sheet-beam electron gun design[C]. The IEEE International Vacuum Electronics Conference, Monterey, California, USA, April 2008: 179-180.
  - [2] Cusick, Atkinson J, and Balkcum A, *et al.* X-band sheet beam klystron (XSBK) [C]. The IEEE International Vacuum Electronics Conference, Rome, Italy, April 2009: 296-297.
  - [3] Ruan Wang, Wang Yong, and Ding Yao-gen, *et al.* Interaction simulation of an X-band sheet beam klystron [C]. The IEEE International Vacuum Electronics Conference, Rome, April 2009: 304-305.
  - [4] 阮存军, 王树忠, 赵鼎, 等. 新型带状电子注电子光学系统的研制进展[C]. 第十七届学术年会军用微波管研讨会, 宜昌, 9, 2009: 420-424.  
Ruan Cun-jun, Wang Shu-zhong, and Zhao Ding, *et al.* Development of newtype sheet beam electron optics system[C]. The 17th annual academic conference, military microwave tube proseminar, Yichang, China, September 2009: 420-424.
  - [5] Booske J H, Brian D M, and Thomas M A. Stability and confinement of nonrelativistic sheet electron beams with periodic cusped magnetic focusing[J]. *Journal of Applied Physics*, 1993, 73(9): 4140-4155.
  - [6] 王树忠, 王勇, 杨景华, 丁耀根, 阮存军. 均匀场聚焦带状注速调管电子光学系统的研究[J]. *真空科学与技术学报*, 2007, 27(3): 226-229.  
Wang Shu-zhong, Wang Yong, Yang Jing-hua, Ding Yao-gen, and Ruan Cun-jun. Study on sheet beam klystron electron optics system in uniform magnetic field[J]. *Chinese Journal of Vacuum Science and Technology*, 2007, 27(3): 226-229.
  - [7] Sturrock P A. Magnetic deflection focusing[J]. *Journal of Electron Control*, 1959, 7(2): 162-168.
  - [8] Booske J H and Basten M A, *et al.* Periodic magnetic focusing of sheet electron beams[J]. *Physics of Plasmas*, 1994, 1(5): 1714-1720.
  - [9] Basten M A and Booske J H. Two-plane focusing of high-charge sheet electron beams using periodically cusped magnetic fields[J]. *Journal of Applied Physics*, 1999, 85(9): 6313-6322.
  - [10] Wang Shu-zhong, Wang Yong, Ding Yao-gen, and Ruan Cun-jun. Design of an electron optics system for a W-band sheet beam klystron[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2008, 36(3): 665-669.
  - [11] 韩莹, 赵鼎, 阮存军, 等. 带状电子注在 PCM 磁场系统中聚焦与传输的研究[C]. 第十七届学术年会军用微波管研讨会, 宜昌, 9, 2009: 415-419.  
Han Ying, Zhao Ding, and Ruan Cun-jun, *et al.* Study of the sheet beam focusing and transport in the PCM structure [C]. The 17th annual academic conference, military microwave tube proseminar, Yichang, China, September 2009: 415-419.
  - [12] Jensen A J, Caryotakis G, and Scheitrum G, *et al.* Sheet beam klystron simulations using AJDISK. Proc. of Vacuum Electronics Conference, 2006 held jointly with 2006 IEEE international Vacuum Electron Sources, California, April 2006: 489-490.
  - [13] Rowe E. Nonlinear Electron-wave Interaction Phenomena[M]. China: Academic Press, 1965: 71-73.
- 张小锋: 男, 1981年生, 博士生, 从事高功率微波毫米波器件与技术的研究。  
阮存军: 男, 1974年生, 副研究员, 从事多注速调管、带状注速调管的研究。  
罗积润: 男, 1957年生, 研究员, 博士生导师, 从事高功率微波毫米波产生与应用的研究。