## 基于 Daubechies 尺度函数的共形 MRTD 方法研究及其电磁散射应用

高强业<sup>\*02</sup> 周建江<sup>0</sup> 曹群生<sup>0</sup> <sup>0</sup>(南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016) <sup>2</sup>(解放军汽车管理学院装备技术系 蚌埠 233011)

摘 要:为了降低Yee氏蛙跳式网格划分的台阶误差,该文对3维曲面导体目标进行精确电磁建模,将时域多分辨 (MRTD)算法与共形时域有限差分(CFDTD)算法结合,提出一种新的基于Daubechies尺度函数的共形时域多分辨 (CMRTD)方法。该文提出将基于Daubechies尺度函数的MRTD迭代公式分解为若干传统FDTD迭代公式的线性组 合,然后对最里面回路上的FDTD分解式运用局部共形技术,再将各个分解式进行线性组合,从而得到CMRTD结 果。仿真结果表明,CMRTD方法既保持了MRTD方法节省计算资源、计算效率高等优点,同时明显提高了计算的 精度。

 关键词:电磁散射;时域多分辨;时域有限差分;Daubechies 尺度函数;共形技术

 中图分类号:O441.4;TN011
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2011)01-0136-06

 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00271

# Research and Application to Electromagnetic Scattering of Conformal MRTD Method Based on Daubechies Scaling Functions

Gao Qiang-ye<sup>02</sup> Zhou Jian-jiang<sup>0</sup> Cao Qun-sheng<sup>0</sup>

<sup>©</sup>(College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China) <sup>©</sup>(Dept. of Equipment Technology, PLA Automobile Management Institute, Bengbu 233011, China)

Abstract: In order to reduce the staircasing error of Yee's leap-frog meshing and accurately model threedimensional curved conducting objects, a new Conformal MultiResolution Time-Domain (CMRTD) method based on Daubechies' scaling functions is proposed by combining the MultiResolution Time-Domain (MRTD) algorithm with the Conformal Finite-Difference Time-Domain (CFDTD) algorithm. This paper puts forward to decompose the MRTD update equation based on Daubechies' scaling functions into a linear combination of several conventional Finite-Difference Time-Domain (FDTD) update equations. Then locally conformal technology is applied to the FDTD decomposition equation on the innermost loop. Finally, all decomposition equations are linearly combined into the CMRTD result. Simulation results show that CMRTD can not only preserve MRTD's advantages of saving of computational resources and high computational efficiency, but also enhance computational precision obviously.

**Key words**: Electromagnetic scattering; MultiResolution Time-Tomain (MRTD); Finite-Difference Time-Domain (FDTD); Daubechies scaling function; Conformal technology

1 引言

1996年,Krumpholz等应用矩量法结合多分辨 分析来离散麦克斯韦方程,首次提出基于三次样条 Battle-Lemarie小波的时域多分辨(MRTD)方法<sup>[1]</sup>。 相对传统的时域有限差分(FDTD)方法<sup>[2]</sup>,MRTD 方法具有更好的线性色散特性,可以在保持相对较 小的相差情况下采用更低的空间采样率<sup>[1]</sup>,这可以 大大节省计算资源,提高电磁场的计算模拟效率。

2010-03-23 收到, 2010-09-06 改回 国家自然科学基金(60771018)资助课题 \*通信作者:高强业 gaoqiangye@gmail.com 但 Battle-Lemarie 小波在空间域非紧支撑,计算迭 代时需要考虑很多项,在处理连接边界和吸收边界 时相当复杂,为了减少迭代式中考虑的项数,紧支 撑的小波函数可以作为选择。1999年,Cheong 等 首次提出基于紧支撑的具有二阶消失矩的 Daubechies 尺度函数( $D_2$ )的 MRTD 算法<sup>[3]</sup>,2000 年,Fujii 等人<sup>[4]</sup>将其扩展到具有三阶、四阶消失矩 的 Daubechies 尺度函数  $D_3$ 和  $D_4$ ,随后基于 Daubechies 尺度函数的 MRTD 算法(Daubechies-MRTD)被深入研究,并应用到微波、射频和电磁散 射等诸多领域<sup>[5-10]</sup>。 Daubechies 尺度函数不仅具有紧支撑性,还具 有近似的移位内插特性<sup>[11]</sup>,该特性使得计算时不需 要再对场量进行分解和重构<sup>[3]</sup>,让算法变得更为简 单。另外经研究发现,基于 Daubechies 尺度函数的 MRTD 迭代式可以看成若干传统 FDTD 迭代式的 线性组合,因而可以将 FDTD 的研究成果应用到 MRTD 中,为共形时域多分辨(CMRTD)方法的提 出提供了理论依据。

在空间离散方面, MRTD 方法采用与传统 FDTD 方法类似的 Yee 氏蛙跳式网格划分<sup>[2]</sup>,使得 目标边界变成一种台阶近似,因此对于复杂目标, 为了精确模拟目标边界形状,保持计算精度,就需 要把网格划分得很细,这就大大削弱了 MRTD 方 法的优越性。为了解决这个问题,本文借鉴文献[12] 提出的多区域双正交 MRTD 方法,将 MRTD 算 法与基于局部共形技术的共形 FDTD(CFDTD)算 法<sup>[13,14]</sup>结合,提出一种 CMRTD 方法。该方法首先 将 MRTD 迭代公式分解为若干传统 FDTD 迭代公 式的线性组合,然后对最里面回路的 FDTD 分解式 运用局部共形技术,再将各个分解式进行迭加。该 方法不仅适用于复杂完全导电(Perfect Electrical Conductor, PEC)目标, 也适用于复杂介质目标。 根据局部共形原理, CMRTD 方法只是将目标表面 附近变形网格上的场量进行特殊处理,其它区域仍 按照正常的 MRTD 迭代公式进行计算, 吸收边界 条件和入射波引入也与正常 MRTD 相同。

本文首先推导了基于 Daubechies 尺度函数的 MRTD 方法的迭代公式; 然后系统介绍了 CMRTD 方法,包括 MRTD 迭代公式的多区域分解、PEC 目标的局部共形原理和 CMRTD 迭代公式的推导; 最后利用该算法仿真出电大尺寸 PEC 球和 NASA 金属杏仁体的雷达散射截面(RCS),并与 FDTD 计 算结果、MRTD 计算结果、解析解或实测结果进行 比较。

## 2 Daubechies-MRTD 算法推导

作为一种时域电磁场计算方法, MRTD 方法主要用来求解麦克斯韦旋度方程

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \partial \boldsymbol{H} / \partial t - \sigma_m \boldsymbol{H}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon \partial \boldsymbol{E} / \partial t + \sigma \boldsymbol{E}$$
(1)

根据矩量法原理和多分辨分析的特性,将式(1)中的 电、磁场量用空间和时间基函数展开,如磁场分量 *H<sub>z</sub>*可以有如下展开形式:

$$H_z(\mathbf{r},t) = \sum_{\substack{i,j,k,n=-\infty\\ \cdot \varphi_{j+0.5}(y)\varphi_k(z)h_{n+0.5}(t)}^{\infty} H_1\varphi_{i+0.5}(x)$$
(2)

式中  $H_1 = H_{i+0.5, j+0.5, k}^{\varphi z, n+0.5}$  为场展开系数; i, j,  $k \approx n$ 分别为空间和时间的离散坐标,并有  $x = i\Delta x$ ,  $y = j\Delta y$ ,  $z = k\Delta z \approx t = n\Delta t$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z \approx \Delta t$ 分别表示空间和时间的离散间隔; h(t)为时域展开 的矩形脉冲函数,即 Haar 尺度函数,  $\varphi(x)$ 为空域 展开的标准正交尺度函数;而空间网格划分则依照 标准的 Yee 氏蛙跳式。其它场量可以按照类似方式 展开。另式(2)中的函数  $h_n(t)$ 和尺度平移函数  $\varphi_m(v)$ 分别表示为

$$\begin{array}{l} h_n(t) = h(t/\Delta t - n) \\ \varphi_m(v) = \varphi(v/\Delta v - m), \ v = x, y, z \end{array} \right\}$$
(3)

将场量 H<sub>z</sub>的展开式(2)代入麦克斯韦旋度方程 式(1),并采用 Galerkin 采样方法<sup>[3]</sup>,就得到场展开 系数 H<sub>1</sub>的 MRTD 迭代公式为

$$H_{1} = H_{2} + \frac{1}{\mu} \sum_{v=-L_{s}}^{L_{s}-1} a(v) \\ \cdot \left( E_{i+0.5, j+v+1, k}^{\varphi x, n} \frac{\Delta t}{\Delta y} - E_{i+v+1, j+0.5, k}^{\varphi y, n} \frac{\Delta t}{\Delta x} \right) \quad (4)$$

式中 $H_2 = H_{i+0.5,j+0.5,k}^{\varphi_2,n-0.5}$ ,  $L_s$ 表示尺度函数的有效支撑 尺寸, a(v)为连接系数并由式(5)计算得到。类似地 可以得到其它场量的场展开系数的迭代公式。

$$a(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x+v) \frac{\partial \varphi(x-0.5)}{\partial x} \mathrm{d}x \tag{5}$$

对于 Daubechies 尺度函数,根据它的近似移位 内插特性可以分析得到,任意时刻场分量在空间某 点的采样值实际上近似等于相应的场展开系数<sup>[3]</sup>, 因此,采用基于 Daubechies 尺度函数的 MRTD 算 法不需要再对场量进行分解和重构,这大大降低了 应用和程序实现的复杂性。

对于具有二阶、三阶和四阶消失矩的 Daubechies 尺度函数 $D_2$ ,  $D_3$ 和 $D_4$ , 有效支撑尺 $L_s$ 分别为3,5和7, 连接系数a(v)在 $0 \le v \le L_s - 1$ 范 围内的值见文献[4], 而 $v \ge L_s$ 时a(v)为0, 这是由 于Daubechies 尺度函数的紧支撑性, v < 0的a(v)由下面对称关系给出:

$$a(-v-1) = -a(v)$$
 (6)

另外需要指出的是,具有一阶消失矩的 Daubechies 尺度函数 *D*<sub>1</sub> 实质上就是 Haar 尺度函 数,如将场分量在空间域用 Haar 尺度函数展开, 并应用同样的 Galerkin 采样方法就可以得到经典 FDTD 的差分公式,所以 FDTD 方法可以看作 MRTD 方法的特例。

## 3 共形 MRTD 方法

#### 3.1 Daubechies-MRTD 迭代公式的多区域分解

不失一般性,仍以*H<sub>z</sub>*为例。均匀离散情况下, 根据连接系数*a*的对称关系式(6),式(4)可以重写为

$$\begin{split} H_{1} &= H_{2} + a(0) \frac{\Delta t}{\Delta x \cdot \mu} (E_{i+0.5,j+1,k}^{\phi x,n} \\ &- E_{i+0.5,j,k}^{\phi x,n} - E_{i+1,j+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i,j+0.5,k}^{\phi y,n}) \\ &+ 3a(1) \frac{\Delta t}{3\Delta x \cdot \mu} (E_{i+0.5,j+2,k}^{\phi x,n} - E_{i+0.5,j-1,k}^{\phi x,n} \\ &- E_{i+2,j+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i-1,j+0.5,k}^{\phi y,n}) + \dots + (2L_{s} - 1)a(L_{s} - 1) \\ &\cdot \frac{\Delta t}{(2L_{s} - 1)\Delta x \cdot \mu} (E_{i+0.5,j+L_{s}+1,k}^{\phi x,n} - E_{i+0.5,j-L_{s},k}^{\phi x,n} \\ &- E_{i+L_{s}+1,j+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i-L_{s},j+0.5,k}^{\phi y,n}) \end{split}$$

$$(7)$$

对于 Daubechies 尺度函数,为了保证在空间网格尺 寸趋于 0 时数值结果能够收敛到正确解,连接系数 *a* 必须满足<sup>[11]</sup>

$$\sum_{v=0}^{L_s-1} a(v)(2v+1) = 1 \tag{8}$$

因此式(7)可以分解成下面L<sub>s</sub>个子式

$$a(0)H_{1} = a(0)H_{2} + a(0)\frac{\Delta t}{\Delta x\mu} \cdot (E_{i+0.5,j+1,k}^{\phi x,n} - E_{i+0.5,j,k}^{\phi x,n} - E_{i+1,j+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i,j+0.5,k}^{\phi y,n})$$

$$(9)$$

$$\begin{aligned} 3a(1)H_1 &= 3a(1)H_2 + 3a(1)\frac{\Delta t}{3\Delta x\mu} (E_{i+0.5,j+2,k}^{\phi x,n} \\ &- E_{i+0.5,j-1,k}^{\phi x,n} - E_{i+2,j+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i-1,j+0.5,k}^{\phi y,n}) (10) \end{aligned}$$

$$\begin{split} (2L_s-1)a(L_s-1)H_1 \\ &= (2L_s-1)a(L_s-1)H_2 + (2L_s-1)a(L_s-1) \\ &\cdot \frac{\Delta t}{(2L_s-1)\Delta x\mu} (E_{i+0.5,j+L_s+1,k}^{\phi x,n} - E_{i+0.5,j-L_s,k}^{\phi x,n} \\ &- E_{i+L_s+1,j+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i-L_s,j+0.5,k}^{\phi y,n}) \end{split}$$

由式(9)-式(11)可以发现,基于 Daubechies 尺 度函数的 MRTD 算法实际上就是 $L_s$ 个网格尺寸分 别为 $\Delta x$ ,  $3\Delta x$ , …和( $2L_s$  – 1) $\Delta x$ 的传统 FDTD 算 法的线性组合。以支撑尺寸 $L_s$ 为3的 $D_2$ -MRTD 算 法为例, $D_2$ -MRTD 实际上就是3个网格尺寸分别 为 $\Delta x$ ,  $3\Delta x$ 和5 $\Delta x$ 的传统 FDTD 的线性组合,其 多区域分解示意图见图1,图中由里到外的3个矩 形即分别为网格尺寸为 $\Delta x$ ,  $3\Delta x$ 和5 $\Delta x$ 的传统 FDTD 的积分路径。另外由于双正交 CDF 小波和 Battle-Lemarie 小波的连接系数a也满足式(8)<sup>[11]</sup>, 因此基于双正交 CDF 小波和 Battle-Lemarie 小波 的 MRTD 算法也可以做类似分解。

## 3.2 PEC 目标的 CFDTD 算法

复杂 PEC 目标的 FDTD 电磁散射分析一直是



图 1 D2-MRTD 算法的多区域分解

一个难题和挑战,为了解决这个难题,在过去的很 多年,许多共形技术被研究。其中有些共形技术应 用曲线坐标或者非正交网格来完全描述目标边界, 但是曲线坐标要扩展到任意形状结构是非常困难 的,而非正交 FDTD 方法也由于算法的复杂性需要 相当长的 CPU 计算时间,它们都削弱了传统 FDTD 方法的简单性和有效性。因此,最近研究的共形技 术都是基于局部共形技术<sup>[13]</sup>的,该技术的主要优势 在于仅仅目标边界的局部元胞需要被特殊处理。不 管是介质目标还是 PEC 目标都可以用这种方法处 理。

图2显示的是一个PEC的共形立方网格在*xOy* 平面内的局部截面示意图。区域 1(空心点网格)为 PEC,区域 2(实心点网格)为需要计算的区域,其 中阴影部分为变形网格又称共形网格,它们位于导 体表面附近,一部分在 PEC 内,一部分在 PEC 外。 对于非变形(即矩形)网格的电场和磁场,用一般的 FDTD 公式进行处理。对于变形网格,其电场的递 推公式不变,但是磁场则需要特殊的共形处理。由 传统的 FDTD 迭代公式<sup>[2]</sup>可以看出,*H<sub>x</sub>*,*H<sub>y</sub>*,*H<sub>z</sub>* 的递推分别是在 *yOz*, *zOx*, *xOy* 平面内进行。

由法拉第感应定律,磁场的计算需考虑沿网格 边界切向电场的贡献,对于变形网格,由于处于 PEC内的电场为零,因此在处理该网格时,仅需考 虑网格中处于 PEC 以外的电场贡献。不失一般性,



图 2 xOy 平面内 FDTD 共形网格结构

以*H<sub>z</sub>*的 *xOy* 面为例进行分析。对于变形网格,将 回路积分形式法拉第定律应用于变形回路,即

$$\oint_{c} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{s} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$
(12)

就得到变形网格(*i*,*j*,*k*)上 *H*<sub>z</sub>的 3 维 CFDTD 迭代公 式:

$$H_{z}^{n+0.5}(i,j,k) = H_{z}^{n-0.5}(i,j,k) + \frac{\Delta t}{\mu S(i,j,k)} \cdot \left[E_{x}^{n}(i,j+1,k)l_{x}(i,j+1,k) - E_{x}^{n}(i,j,k)l_{x}(i,j,k) - E_{y}^{n}(i+1,j,k) - E_{x}^{n}(i,j,k)l_{x}(i,j,k) - E_{y}^{n}(i+1,j,k) + l_{y}(i+1,j,k) + L_{y}^{n}(i,j,k)l_{y}(i,j,k)\right]$$
(13)

式(13)中各变量的示意图见图 3,图中阴影部分为 PEC, $l_x$ , $l_y$ 为变形网格(i,j,k)中除 PEC 以外的网格 棱边长度,S(i,j,k)则为变形网格(i,j,k)在 xOy 平面 内除 PEC 以外的有效面积。同理可以得到  $H_x$ , $H_y$ 在变形网格中的迭代公式。



图 3 网格(i,j,k)上有关变量

从式(13)可见,变形网格磁场迭代式的基本形式与常规 FDTD 相似,所涉及的场量也与常规 FDTD 相同。但是该算法的稳定性会受到变形网格的形状、面积以及时间步长选取的制约,尤其当变形网格的有效面积 *S*(*i,j,k*)很小时,会使计算程序的稳定性变差,甚至发散,为了克服这一问题,本文采用一种简化的修正方案<sup>[14,15]</sup>,即设定

$$S(i, j, k) = \begin{cases} S(i, j, k), & S(i, j, k) \ge \alpha \Delta S\\ \alpha S(i, j, k), & S(i, j, k) < \alpha \Delta S \end{cases}$$
(14)

式中ΔS为非变形网格即标准网格的面积, α为极限参数,可以选为 1/6<sup>[14]</sup>或者更小<sup>[15]</sup>。另α越小,数值结果的精度越高,但是时间步长就必须要选得更小,以确保算法的稳定性<sup>[15]</sup>。

## 3.3 CMRTD 迭代公式

根据 PEC 目标的局部共形原理,只需要对 PEC 目标表面附近变形网格上的磁场分量进行共 形处理,其它位置的磁场分量和电场分量仍按照普 通 MRTD 公式进行计算。我们首先将变形网格上 磁场分量 H<sub>2</sub>的 MRTD 迭代式(4)按式(9)-式(11)分 解成若干 FDTD 迭代式,然后再对最里面环路(图 1 所示的 C<sub>1</sub>)的 FDTD 迭代式(9)用 CFDTD 迭代式 (13)代入,最后再将各个分解式相加,就得到了磁 场分量 H<sub>2</sub>的 CMRTD 迭代公式

$$\begin{aligned} H_{1} &= H_{2} + a(0) \frac{\Delta t}{\mu S_{1}(i+0.5,j+0.5,k)} \\ &\cdot (E_{i+0.5,j+1,k}^{\phi x,n} \cdot l_{x}(i+0.5,j+1,k) - E_{i+0.5,j,k}^{\phi x,n} \\ &\cdot l_{x}(i+0.5,j+1,k) - E_{i+1,j+0.5,k}^{\phi y,n} \cdot l_{y}(i+1,k) \\ &j+0.5,k) + E_{i,j+0.5,k}^{\phi y,n} \cdot l_{y}(i,j+0.5,k)) \\ &+ a(1) \frac{\Delta t}{\Delta x \cdot \mu} (E_{i+0.5,j+2,k}^{\phi x,n} - E_{i+0.5,j-1,k}^{\phi x,n} \\ &- E_{i+2,j+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i-1,j+0.5,k}^{\phi y,n}) + \dots + a(L_{s}-1) \\ &\cdot \frac{\Delta t}{\Delta x \cdot \mu} \cdot (E_{i+0.5,j+L_{s}+1,k}^{\phi y,n} - E_{i+0.5,j-L_{s},k}^{\phi y,n} \\ &- E_{i+L+1,i+0.5,k}^{\phi y,n} + E_{i-L,j+0.5,k}^{\phi y,n}) \end{aligned}$$
(15)

式中 *S*<sub>1</sub>(*i*+1/2,*j*+1/2,*k*)为最里面环路中除 PEC 以 外的有效面积。*H*<sub>x</sub>和 *H*<sub>y</sub>的 CMRTD 迭代公式可以 通过相同方式得到。这里只对最里面环路的 FDTD 分解式进行共形处理的主要原因是:在磁场分量的 迭代过程中,内部环路上的电场分量比外部环路上 的电场分量起更大的作用<sup>[15]</sup>。

## 4 数值结果

为了验证 CMRTD 方法的有效性和优越性,首 先计算了一电大尺寸 PEC 球的双站 RCS,并与 FDTD 结果、MRTD 结果及 Mie 级数解析解<sup>[16]</sup>进 行比较;然后计算了 NASA 金属杏仁体的后向散射 单站 RCS,并与 MRTD 结果和实测值进行比较。 算例中,MRTD 和 CMRTD 均是基于具有二阶消 失矩的 Daubechies 尺度函数  $D_2$ ,Courant-Friedrichs-Levy(CFL)稳定因子均取为 0.3, CMRTD 中的极限参数  $\alpha$  设为 0.1;另外采用各向 异性完全匹配层(APML)<sup>[17]</sup>作为吸收边界条件,实 现计算空间的截断,应用总场/散射场技术<sup>[2]</sup>来引入 入射波<sup>[9]</sup>,运用 FDTD 方法中常用的投盒子近远场 转换方法来获得远场值和 RCS<sup>[2,5]</sup>。

#### 4.1 电大尺寸 PEC 球的双站 RCS

PEC 球半径为 5 m,入射波为沿着 z 方向传播的频率为 300 MHz 的时谐平面波,电场沿着 x 方向极化。图 4 显示的是 PEC 球的 H 面双站 RCS,其中 CMRTD,MRTD 方法的空间采样率为每波长 10 个点,FDTD 方法的空间采样率为每波长 20 个点。由图 4 可见,CMRTD 结果和 FDTD 结果与解析解基本吻合,而 MRTD 结果与解析解吻合较差。表 1 分别列出了 FDTD,MRTD 和 CMRTD 方法

的空间步长(网格尺寸)、时间步长、总的网格计算 空间、总时间步和计算时间,所有仿真均在惠普工 作站(8 核,2.27 GHz CPU 和 16 G 内存)上进行, 计算时间包括变量初始化、近场计算、远场及 RCS 计算的时间。从表 1 和图 4 中可以得出:



图 4 PEC 球的 H 面双站 RCS

表1 CMRTD, MRTD 及 FDTD 方法的统计比较

| 方法                  | FDTD                        | MRTD                        | CMRTD                       |
|---------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 空间步长                | 0.05                        | 0.1                         | 0.1                         |
| (m)<br>时间步长<br>(ns) | 1/12                        | 0.1                         | 0.1                         |
| 计算空间<br>(网格)        | $252 \times 252 \times 252$ | $156{\times}156{\times}156$ | $156{\times}156{\times}156$ |
| 总时间步                | 5000                        | 5000                        | 5000                        |
| 计算时间(s)             | 181977.8                    | 63865.7                     | 80740.3                     |

(1)相对传统的 FDTD 方法, CMRTD 方法在 网格尺寸扩大 1 倍的情况下, 计算空间大约节省 76%, 计算时间减小约 56%, 但计算精度却稍微有 所提高, 这充分说明 CMRTD 方法能够节省计算机 内存、提高计算效率, 在处理电大尺寸目标方面具 有优越性;

(2)相对一般的 MRTD 方法, CMRTD 方法可 以在采用相同网格划分的情况下,大大提高计算精 度,但计算时间要多,这主要是因为变形网格的特 殊处理增加了计算量。

#### 4.2 NASA 金属杏仁体的后向散射单站 RCS

NASA 杏仁体是美国电磁程序代码联合会 (EMCC)的定标体,其几何外形定义见表 2<sup>[18]</sup>。假设杏仁体长度为 9.936 inch 即 25.23744 cm,材质为金属铝,入射波为频率为 3 GHz 的正弦波。图 5 比较了 HH 极化方式下 NASA 金属杏仁体 MRTD, CMRTD 的单站 RCS 以及实测结果(中国航天科工集团 207 所提供),横坐标表示的是 *xOy* 平面的入射方位角,其中 0°方位角表示指向杏仁体尖端的方向。表 3 分别列出了 MRTD 和 CMRTD 方法的空间步长、时间步长、总的网格计算空间、单个方位

角计算时的总时间步和计算时间。由图 5 可见, CMRTD 计算结果与实测结果更加吻合,这再次证 明了,在与 MRTD 方法相同的网格划分情况下, CMRTD 方法能够明显提高计算的精度。

表 2 NASA 杏仁体几何外形定义

| 半椭球面:                                       | 半椭圆尖顶拱形:  |
|---|---|
| -0.416667 < t < 0                           | 0 < t < 0.58333   |
| $-\pi < \psi < \pi$                         | $-\pi < \psi < \pi$   |
| x = dt                                      | x = dt  |
| $y = 0.193333d \cos \psi$                   | $y = 4.83345d\cos\psi$  |
| $\cdot \sqrt{1 - \left(t/0.416667 ight)^2}$ | $\cdot \left[ \sqrt{1 - \left( t/2.08335 \right)^2} - 0.96 \right]$ |
| $z = 0.064444 d \sin \psi$                  | $z = 1.61115d\sin\psi$  |
| $\cdot \sqrt{1 - \left(t/0.416667 ight)^2}$ | $\cdot \left[ \sqrt{1 - \left( t/2.08335 \right)^2} - 0.96 \right]$ |

注: d(杏仁体长度)= 9.936 inch 即 25.23744 cm



图 5 NASA 金属杏仁体的单站 RCS

#### 表 3 MRTD 和 CMRTD 方法的统计比较

| 方法       | MRTD                      | CMRTD                     |
|----------|---------------------------|---------------------------|
| 空间步长(mm) | 5                         | 5                         |
| 时间步长(ps) | 5                         | 5                         |
| 计算空间(网格) | $108{\times}76{\times}64$ | $108{\times}76{\times}64$ |
| 总时间步     | 3000                      | 3000                      |
| 计算时间(s)  | 3652.6                    | 4948.2                    |

## 5 结论

根据 Daubechies-MRTD 迭代公式可以分解成 若干传统 FDTD 迭代公式的线性组合,本文将 MRTD 算法与 CFDTD 算法结合,提出了一种新的 基于 Daubechies 尺度函数的 CMRTD 方法,应用 该方法分别计算了电大尺寸 PEC 球的双站 RCS 以 及 NASA 金属杏仁体的后向散射单站 RCS。数值 结果表明,CMRTD 方法不仅保持了 MRTD 方法 的计算效率高、节省计算资源等优良特性,而且由 于应用了共形技术,计算精度显著提高,可以有效 解决电大尺寸复杂目标的电磁计算问题,其应用前 景非常广阔。

#### 141

#### 参考文献

- Krumpholz M and Katehi L. MRTD: new time-domain schemes based on multiresolution analysis [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1996, 44(4): 555–571.
- Taflove A and Hagness S C. Computational Electrodynamics
   The Finite-Difference Time-Domain Method (3rd Edition)
   [M]. MA: Artech House, 2005: 51–80.
- [3] Cheong Y W, Lee Y M, and Ra K H, et al. Wavelet-Galerkin scheme of time-dependent inhomogeneous electro-magnetic problems [J]. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 1999, 9(8): 297–299.
- [4] Fujii M and Hoefer W J R. Dispersion of time domain wavelet Galerkin method based on Daubechies' compactly supported scaling functions with three and four vanishing moments [J]. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 2000, 10(4): 125–127.
- [5] Chen Yin-chao, Cao Qun-sheng, and Mittra R. Multiresolution Time Domain Scheme for Electromagnetic Engineering [M]. NJ: Wiley, 2005: 238–296.
- [6] 姜宇,于少鹏,高红友.基于 Daubechies 小波的 MRTD 在 电磁散射中的应用 [J].光学精密工程,2008,16(10): 2014-2019.

Jiang Yu, Yu Shao-peng, and Gao Hong-you. Application of Daubechies-wavelet-based MultiResolution Time Domain to electromagnetic scattering [J]. *Optics and Precision Engneering*, 2008, 16(10): 2014–2019.

- [7] 代少玉,吴振森.时域小波 Galerkin 法在有耗地面与任意目标复合散射中的应用[J].物理学报,2008,57(12):7635-7640.
  Dai Shao-yu and Wu Zhen-sen. Application of wavelet-Galerkin time domain method in the composite scattering of target and lossy ground [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(12): 7635-7640.
- [8] Jiang Yu, Yu Shao-peng, and Gao Hong-you, et al.. Application of Daubechies-wavelet based MRTD schemes to electromagnetic scattering [C]. IEEE International Conference on Industrial Informatics, INDIN 2008, Daejeon, Korea, 2008: 623–626.
- [9] Gao Qiang-ye, Cao Qun-sheng, and Zhou Jian-jiang. Application of total-field/scattered-field technique to 3D-MRTD scattering scheme [C]. 2009 International Forum on Information Technology and Applications, Chengdu, China, 2009, 1: 359–362.
- [10] 高强业,周建江,曹群生. MRTD 方法的色散特性分析和电

磁散射应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2010, 42(2): 191-197.

Gao Qiang-ye, Zhou Jian-jiang, and Cao Qun-sheng. Analysis of dispersion properties and electromagnetic scattering applications for the MRTD method [J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2010, 42(2): 191–197.

- [11] Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets [M]. PA: SIAM, 1992: 194–202.
- [12] Zhu Xian-yang, Dogaru T, and Carin L. Analysis of the CDF biorthogonal MRTD method with application to PEC targets [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2003, 51(9): 2015–2022.
- [13] Dey S and Mittra R. A locally conformal Finite-Difference Time-Domain (FDTD) algorithm for modeling threedimensional perfectly conducting objects [J]. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 1997, 7(9): 273–275.
- [14] Li Qing-liang, Dong Hui, and Tang Wei, et al. A simplified CFDTD algorithm for scattering analysis [C]. 2003 6th International Symposium on Antennas and propagation and EM Proceedings, Beijing, China, 2003: 404–407.
- [15] Sha Wei, Wu Xian-liang, and Huang Zhi-xiang, et al.. A new conformal FDTD(2,4) scheme for modeling threedimensional curved perfectly conducting objects [J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2008, 18(3): 149–151.
- [16] Du Hong. Mie-scattering calculation [J]. Applied Optics, 2004, 43(9): 1951–1956.
- [17] Gedney S D. An anisotropic perfectly matched layerabsorbing medium for the truncation of FDTD lattices [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1996, 44(12): 1630–1639.
- [18] Woo A C, Wang H T G, and Schuh M J, et al.. Benchmark radar targets for the validation of computational electromagnetics programs [J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 1993, 35(1): 84–89.
- 高强业: 男,1974年生,博士生,研究方向为计算电磁学和宽带 雷达目标特性分析.
- 周建江: 男,1962年生,教授,博士生导师,研究方向为雷达信 号处理和雷达目标特性分析.
- 曹群生: 男,1959年生,教授,博士生导师,研究方向为电磁理 论与应用和计算电磁学.