两类典型多目标跟踪算法的性能分析与比较

王 芝 徐晓滨 刘伟峰 文成林

(杭州电子科技大学信息与控制研究所 杭州 310018)

摘 要: 在处理目标跟踪的两类主要方法中,一类是通过数据关联来解决,如PDA和JPDA等;另一类则是绕过关 联直接处理,如随机集、GM-PHD等。该文从两类典型方法中各选取一种有代表性的方法,如JPDA与GM-PHD, 首先通过分析两种算法主要步骤的计算量,得到相应算法总计算量的解析表达式;然后根据观测与目标状态之间关 联复杂程度,分3种情况对两类算法的计算量进行比较;最后以仿真说明算法的跟踪效果,并以算法运行时间来验 证计算量公式的正确性。

 关键词:多目标跟踪;联合概率数据关联(JPDA);随机集;概率假设密度(PHD)

 中图分类号:TP391
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2010)07-1633-05

 DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00917

Performance Analysis and Comparison of Two Classic Algorithms in Multi-target Tracking

Wang Zhi Xu Xiao-bin Liu Wei-feng Wen Cheng-lin

(Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: There are two primary ways to process multi-target tracking problem. One is data association method, whose deputies are PDA and JPDA. The other is direct method without the data association, whose deputies are random sets theory and GM-PHD. Two representational algorithms are chosen from aforementioned two kinds of methods respectively, that is, JPDA and GM-PHD. Firstly, general analytical forms to evaluate calculation complexity of each algorithm are formulated by analyzing and totaling their major operation steps. Secondly, the calculation complexity of two algorithms is compared through three cases respectively, which are divided on the basis of associated complexity between states and the measurements. Finally, one example, including tracking effect and the running time, is utilized to illustrate the analytical forms of evaluating calculation complexity proposed in this paper.

Key words: Multi-target tracking; Joint Probabilistic Date Association (JPDA); Random sets; Probability Hypothesis Density (PHD)

1 引言

众所周知,多目标跟踪是军事领域中需要研究 的一个重要课题,同时也是目前的难点问题^[1]。解决 目标跟踪问题的传统思路是先进行数据关联,然后 再对目标状态或参数进行估计,而数据关联步骤则 是整个跟踪问题的核心与关键。处理数据关联常用 的方法有最近邻、联合概率数据关联(JPDA)、多假 设、多维分配、模糊及神经网络等^[2-4],其中 JPDA 是最为经典的方法之一。但这些方法共同的局限性 是对关联的精度要求较高,而且当目标个数较多并 有一定数量的杂波存在时,进行数据关联所需要的

2009-06-23 收到, 2009-12-02 改回

国家自然科学基金 (60772006, 60934009),浙江省自然科学基金 (R106745,Y1080422)和清华信息科学与技术国家实验室学科交叉基 金等课题资助

通讯作者: 文成林 wencl@hdu.edu.cn

计算量就会非常大,这样必定会制约上述方法在实 际跟踪系统中的有效应用。在不考虑数据关联的情 况下,有学者已提出了基于随机集理论的 Bayes 滤 波估计方法^[5]。该方法是一种集值估计方法,不再考 虑集合中元素之间的对应关系,可以避免关联计算。 但是,它在递归过程中需要进行集函数的积分运算, 也就导致了其在实际中因计算复杂度高而难以实现 的现象^[6]。美国洛克希德马丁公司的多目标跟踪研究 专家 Mahler 教授, 在随机集理论的框架下, 提出 了概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波器^[7]。该方法将集函数积分运算简化为单 个变量的积分运算,因而也就具备了实现数值运算 的可行性^[8,9]。但是该方法并无一般意义下的解析解, 仅在混合高斯(Gaussian Mixture, GM)条件下可以 解析表达,该情况下的 PHD 方法称为 GM-PHD^[10]。 正是因为 PHD 与 GM-PHD 的种种优点, 近年来关 于 PHD 与 GM-PHD 的研究工作已逐步成为该领域 中的热点[11,12]。

计算量是评价各类跟踪算法好坏的主要标准之 一。但在目前的文献中,针对传统方法计算量的描 述大多为:"当目标个数较多并存在杂波时,关联本 身就是难以处理的,会出现诸如组合爆炸、计算量 呈指数型增长等问题"[2]。针对基于随机集理论的 Bayes 滤波估计方法的计算量描述为:"随机集方法 可以有效避免关联计算"[13],"随机集方法的计算量 很大" [7]。这些描述都有不同程度的模糊性,没有对 典型算法的计算量给出较为具体而切合实际的分 析。而评价一个跟踪算法性能的好坏不仅要从计算 量方面考虑,更重要的是要从跟踪效果等方面综合 衡量。所以,针对已有的重要跟踪算法,如果能从 计算量和跟踪效果等方面进行综合的性能分析与比 较,就可以定位它们各自的适用范围,并可进一步 为研究者或使用者在不同环境下选择不同的算法提 供必要的参考。由此可见,对算法性能进行综合分 析与比较有着重要的科学意义和应用价值。

为此,本文将以 JPDA 与 GM-PHD 方法为研 究对象,基于计算量和跟踪效果等主要指标,对两 类算法的性能进行综合比较。

2 算法的计算量分析

联合概率数据关联(JPDA) 是 Bar-shalom 等 人提出的适用于多目标情形的数据关联算法,它是 目前在杂波环境中跟踪多个目标最常用的算法之 一^[2,14]。PHD 滤波器是在随机集框架下的一种 Bayes 滤波估计方法。由于 PHD 没有一般意义下的解析形 式,仅在混合高斯条件下有解析表达式^[15]。本节将 分别统计这两种算法主要步骤的计算量,得到相应 算法总计算量的解析表达式。

2.1 JPDA 的计算量分析

JPDA 算法中计算量主要集中在确认矩阵的拆 分,Kalman 滤波过程以及可行矩阵权值的确定上。

(1)确认矩阵拆分的计算量 记确认矩阵为 $\mathbf{E} = [\mathbf{1}_{M \times 1}, \mathbf{E}]_{M \times (n+1)}$,其中的 *M* 表示某一时刻量测 的数目,*n* 表示目标的个数。需要说明的是,这里 的量测数目不但包括对目标的观测数目,还包括杂 波的数目。一般情况下,量测的数目不少于目标数 目,即 *M* \geq *n*。对确认矩阵的拆分需要满足以下两 个原则:

(a)在可行矩阵中,每一行有且仅有一个非零 元;

(b)在可行矩阵中,除第1列外,每列最多只有 一个非零元素。

根据上面的两个原则,可以得到由确认矩阵拆 分而成的可行矩阵的个数为

$$H_1 = \sum_{i=M-n}^{M} C_M^i C_n^{M-i} A_{M-i}^{M-i} - B$$
(1)

其中*C**表示组合数,*A**表示排列数,式(1)前一部 分表示满足原则(b)的矩阵个数,*B*则为拆分后的矩 阵中某一行全为0的矩阵个数,即不满足原则(a)的 矩阵个数,两者相减就是可行矩阵的个数。对于不 同的确认矩阵,即使是量测与目标数目一定的情况 下,由于矩阵中元素1,0分布可能不同,导致*B*值 不同,那么最终的可行矩阵个数也不同。*B*值的确 定将在分类比较中加以说明。

(2)可行矩阵权值的计算量 每个可行矩阵权 值的确定也是 JPDA 算法中计算量较大的部分由于 该部分的计算量与确认矩阵的形式有很大关系,这 里暂记为 *H*₂,在后文中会给出计算量的表达式。

(3)Kalman 滤波的计算量 执行一次 Kalman 滤波器的计算量为 $H_K = 6t^3 + 8t^2 + 7t + 1$,其中 t为状态维数^[16]。

综上可知,到 *k* 时刻 JPDA 算法总计算量的通 用表达式为

 $H = H(k, M, n, B, H_K)$

$$= k \left(\sum_{i=M-n}^{M} C_{M}^{i} C_{n}^{M-i} A_{M-i}^{M-i} - B \right) \times (H_{K} + H_{2}) \quad (2)$$

其中 H(*)表示与*有关的函数 H_{\circ} 由式(2)可以看出, JPDA 总的计算量与量测数目 M,目标数目 n,运 行的步数 k,一次 Kalman 滤波的计算量 H_k ,以及 确认矩阵的形式有关(B由确认矩阵的形式决定)。

2.2 GM-PHD 的计算量分析

GM-PHD 算法的计算量主要集中在递归过程 与确定目标数目和状态的过程中。

(1)递归过程 首先,给定时刻(k-1)的高斯组成 个数J(k-1),由每一目标发散生成的目标的高斯组 成个数为 $J_{\beta}(k)$,杂波的高斯组成个数为 $J_{\gamma}(k)$,观 测的个数为M(k),由GM-PHD的递归公式可得时 刻k的计算量为 $[J(k-1)(1+J_{\beta}(k))+J_{\gamma}(k)]\times(1+$ M(k))。因此,可以看出计算量会随递归步数的增 加呈指数级增长,为避免这种情况的出现,可以通 过设定一个界限而去掉那些较小的权值^[15]。保存下 来的组成个数记为U,这里U值可以自适应地选取, 一般可以取为目标数目的 1 倍到 3 倍之间。则第k步的高斯组成数

 $\bar{H}_{1} = [U(1 + J_{\beta}(k)) + J_{\gamma}(k)] \times (1 + M(k))$ (3)

执行一次 Kalman 滤波器的计算量为 H_K ,则第 k步的计算量为 $\overline{H}_1 H_K$ 。

(2)确定目标数目与状态 得到目标的概率假 设密度函数 v(x)之后,对其在区域 S上进行积分,

 $\overline{H}(1) = \sum_{i=1}^{k} \{U \times (1 + M(k)) \times H_{K} + U \\ \times (1 + M(k)) \times [U \times (1 + M(k)) + 1]/2\}$

令 $D = H/\overline{H}$ 表示两种算法的计算量比值,这里的比值运算不但可以方便后文利用仿真时间的比值 来验证算法的正确性,而且可以直观地比较两种算法的计算量。

(2)关联复杂度高的情况 该情形下, F1, F2 都是'1'矩阵,即整个矩阵中所有元素均为1,它 表示每一个目标都可以对应于任意量测。此时,不 存在如3.1节中所说的拆分后某一行全为0的矩阵, 所以此时, JPDA 算法中 B=0, H₂的计算量约为 n³, 将其代入式(2)可得其总共的计算量约为

$$H(2) = k \left(\sum_{i=N-M}^{N} C_N^i C_M^{N-i} A_{N-i}^{N-i} \right) \times (H_K + n^3)$$
(8)

GM-PHD 算法中, $J_{\beta,i} = 0$, $J_{\gamma,i} = 0$,将它们 代入式(5)可得总计算量约为

$$\begin{split} \overline{H}(2) &= \sum_{i=1}^{k} \left\{ U \times (1 + M(k)) \times H_{K} \right. \\ &+ U \times (1 + M(k)) \times [U \times (1 + M(k)) + 1]/2 \right\} \end{split} \tag{9}$$

(3)关联复杂度中等的情况(一般情况) 该情形 下,矩阵中元素的组合方式是任意的,与具体的场 景有关,它表示一般情况。结合式(1)与确认矩阵拆 分的原则可知,JPDA 算法在情形(1),情形(2)中的 计算量分别给出了其在情形(3)中计算量的上下界, 即有: *H*(1)≤*H*(3)≤*H*(2)。由 GM-PHD 算法的递 归过程可以看出,它的计算量仅与目标数目与量测 数目有关,所以当目标数目与量测数目一定的情况 下,GM-PHD 的计算量在这 3 种情况下几乎不变。 根据计算量比值的定义式,近似有式(10)成立

$$D(1) \le D(3) \le D(2)$$
 (10)

即算法在情形(1),情形(2)中的计算量比值给出了其 在情形(3)中计算量比值的上下界,通过比较情形 (1),情形(2)中的计算量比值,同样可以提供有效的 信息。例如,在情形(1)中,如果目标数目大于某一 数值时,两者的比值大于 1,即 JPDA 的计算量大 于 GM-PHD 的计算量。那么,在情形(3)中,如果 目标数目大于该数值,则 JPDA 的计算量必定大于 GM-PHD 的计算量,此时可以考虑使用 GM-PHD 算法。

本文设定每次量测数目比目标数目多 1,而 U 值为目标数目的 1 倍。这种设定不但考虑了杂波影 响,而且便于计算。图 1,表 1 以及后文中的仿真 均是在此设定下进行的。图 1 显示了目标状态是 2 维,算法运行 50 步的情况下,两种算法计算量比值

就可以得到区域内目标的数目,记为 *L*,而
$$v(x)$$
中峰值所对应的状态值,则可以认为是目标的状态估
计值。在实际计算中,可以将递归中得到的权值加
和来近似 GM-PHD 的积分运算,从而得到目标个
数,它的计算量为 \overline{H}_1 。记目标数目为 *n*,首先从
 $[U(1+J_\beta(k))+J_\gamma(k)] \times (1+M(k))$ 中选取 *n* 个最大的
峰值点,其对应的值即为要求的状态估计值。该步
骤总的计算量为

$$\overline{H}_2 = \overline{H}_1(\overline{H}_1 + 1)/2 \tag{4}$$

综上所述,GM-PHD 算法总计算量的通用表达 式为

$$\overline{H} = \overline{H}(k, M, U, J, H_K) = \sum_{i=1}^k \{\overline{H}_1 H_K + \overline{H}_1 (\overline{H}_1 + 1)/2\}$$
(5)

3 算法比较

本节依据观测与目标状态之间关联复杂度的 低、高、中3种情况,分别比较两类算法在每种情 况下的计算量;然后用图示方法呈现出两类算法之 间的计算量比值随目标数目的变化趋势,并从计算 量角度为研究者提供两类典型算法适用范围的参考 界定。

由上面的分析可知,影响 JPDA 计算量的因素 比 GM-PHD 更多,所以在分析时将以 JPDA 为主, 设立分类准则进行比较。本节将观测与目标状态之 间关联复杂度分为关联复杂度低、关联复杂度高、 关联复杂度中等 3 种情况。前两种情况给出了第 3 种情况的上下界。关联复杂度可以通过确认矩阵来 体现,为方便描述,本节将确认矩阵 $\Xi = [\mathbf{1}_{M \times 1}, E]_{M \times (n+1)}$ 改写为分块形式,具体如下所示

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \mathbf{1}_{n \times n} \\ & \vdots \\ 1 & \mathbf{F} \mathbf{2}_{(M-n) \times n} \end{pmatrix}_{M \times (n+1)}$$

其中第1列全为1, F1为n阶方阵,如果量测数目 大于目标数目,则F2为 $(M-n) \times n$ 的矩阵。

(1)关联复杂度低的情况 在这种情形下,确认 矩阵的具体形式为第一列全为 1, **F**1 为一单位阵, **F**2 为零矩阵,它表示可能有杂波,但目标与该目标 的观测一一对应。此时,不存在如 3.1 节中所说的 拆分后某一行全为 0 的矩阵,所以此时,JPDA 算 法中 *B*=0, *H*₂的计算量约为 *n*²,将其代入式(2)可 得

$$H(1) = k(2^{N} - 1) \times (H_{K} + n^{2})$$
(6)

GM-PHD 算法中, $J_{\beta,i} = 0$, $J_{\gamma,i} = 0$, 将它们代入 式(5)可得

(7)

表1GM-PHD与JPDA算法在情形(1),情形(2)下的计算量比值

| 目标数目 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| D(1) | 0.5 | 0.504 | 0.599 | 0.791 | 1.124 | 1.689 | 2.647 | 4.286 | 7.117 | 9.857 |
| D(2) | 0.5 | 0.971 | 5.749 | 45.35 | 445.6 | 5132 | 6.64e + 4 | 9.42e + 5 | 1.44e + 7 | 2.36e + 8 |



随目标数目的变化情况。图中横线表示两种算法的 计算量相等,计算量比值的具体数值如表 1 所示。 结合图表可以看出,当目标个数超过 5 时,*D*(1)在 横线上方,这说明在情形(1)下,当目标个数超过 5 时 JPDA 的计算量将超过 GM-PHD;当目标个数超 过 3 时,*D*(2)在横线上方,这说明在情形(2)下,当 目标个数超过 3 时 JPDA 的计算量超过 GM-PHD。 随着目标个数的增加,*D*(2)增加的速度远远大于 *D*(1)增加的速度,这说明 JPDA 算法在情形(2)下的 计算量增速更快。

需要说明的是,如果改变量测数目与 U值,则 相应的结果会有所变化。例如,U 设为目标数目的 2 倍,如果目标数目大于 7,则 JPDA 计算量大于 GM-PHD;若 U 设为目标数目的 3 倍,则这一数值 就变为 8。虽然数值上有所变化,但是通过比较计 算量公式可以得到,当目标数目增大到一定程度时, JPDA 的计算量一定会大于 GM-PHD,但是具体的 数值则与计算量公式中的变量设定有关。

4 仿真

本节将通过仿真验证计算量公式的正确性。由



图 2 GM-PHD 与 JPDA 的跟踪结果(6 个目标)

于情形(1)是所有情况下计算量的下界,通过对它的 分析即可判断在一般情形上的比较结果,所以本节 的仿真均在情形(1)下进行,并通过变化目标数目这 一主要变量,以仿真时间之比来验证第3节中的分 析结果。另外,仿真中将以平均误差的平方为标准 来比较两种算法的跟踪效果。仿真时所使用计算机 的配置为: CPU intel Pentium 2.99 GHz;内存 512 M;运行环境 Matlab 6.5。

在此仿真中,有6个目标平行地进行匀速直线运动,初值状态的纵坐标分别为[500,300,100,-100,-300,-500],横坐标均为3,总的量测数目为7,状态方差与量测方差均为10。在该情况下,JPDA与GM-PHD算法各运行50步,GM-PHD中的U值设为目标数目的1倍,仿真结果如图2所示。

图 2 中,横轴表示目标的 X 轴方向位置,纵轴 表示目标的 Y 轴方向位置,可以看出几条线几乎是 重合的,这说明两算法在有 6 个目标时的跟踪效果 很好。图 3 给出了两种算法的平均误差比较结果, 横轴表示运行的步数,纵轴表示平均误差的平方。 JPDA 与 GM-PHD 平均的误差比值为 0.869,算法 运算时间的比值为 1.79,即 JPDA 的误差比 GM-PHD 降低 13.1%,但是计算时间增加 79%。

在目标数目分别为 2,8 和 10 时做仿真,将仿真 结果汇总于表 2。从表 2 可以看出,当目标数目增 多时,误差并没有随之变大,而是几乎保持不变, 但是 JPDA 的计算量比 GM-PHD 增加的更快。将 两种算法计算时间的比值与表 1 中的 *D*(1)行数据进 行比较,可以看出,仿真结果验证了计算量比值的 正确性,也验证了本文计算量公式的正确性。

5 结束语

本文以 JPDA 与 GM-PHD 算法为例,对两类



图 3 GM-PHD 与 JPDA 的误差比较(6 个目标)

| 目标数目 | 2 | 6 | 8 | 10 |
|--------|------|-------|-------|-------|
| 误差比值 | 0.89 | 0.869 | 0.885 | 0.858 |
| 计算时间比值 | 0.43 | 1.79 | 4.85 | 10.36 |

表 2 仿真结果汇总表

典型的多目标跟踪算法进行了性能的分析与比较。 虽然本文的分析取得了一定的成果,但是仍然有一 些问题值得进一步研究。例如,如何寻找一个统一 的准则,在该准则下解析表示两种算法的估计误差, 并进行误差比较是一个难点问题。本文仅比较了两 类算法中有代表性的两种,研究者还可以使用同样 的方法对其它算法进行比较。

参考文献

[1] 李良群.信息融合系统中的目标跟踪及数据关联技术研究[D].[博士论文],西安电子科技大学,2007.

Li Liang-qun. Research on the target tracking and data association techniques with the information fusion system[D]. [Ph. D. dissertation], Xidian University, 2007.

[2] 韩崇昭,朱洪艳,段战胜. 多源信息融合[M]. 北京:清华大学 出版社, 2006, 297-303.

Han Chong-zhao, Zhu Hong-yan, and Duan Zhan-sheng. Multi-source Information Fusion [M]. Beijing, Tsinghua University Press, 2006: 297–303.

- [3] 李正周,金钢,董能力.基于改进概率数据关联滤波的红外小运动目标跟踪.电子与信息学报,2008,30(4):953-956.
 Li Zheng-zhou, Jin Gang, and Dong Neng-li. A novel method for tracking and recognizing infrared dim and small moving target based on modified probabilistic data associating filter. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(4):953-956.
- [4] 樊国创,戴亚平,许向阳.基于神经网络的混合双滤波器自适应目标跟踪算法.火力与指挥控制,2009,34(2):120-123.
 Fan Guo-chuang, Dai Ya-ping, and Xu Xiang-yang. Neural network-based hybrid double filters for adaptive target tracking. *Fire Control & Command Control*, 2009, 34(2): 120-123.
- [5] Goodman I, Mahler R, and Nguyen H. Mathematics of Data Fusion[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997, Chapter 2, 4–8.
- [6] 徐晓滨,文成林,刘荣利.基于随机集理论的多源信息统一表示与建模方法.电子学报,2008,36(6):1174-1181.
 Xu Xiao-bin, Wen Cheng-lin, and Liu Rong-li. The unified method of describing and modeling multi-source information based on random set theory. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(6): 1174-1181.
- [7] Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order

multi-target moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, 2003, 39(4): 1152–1178.

- [8] Mahler R. An introduction to multi-source multi-target statistics and its applications. Technical Monograph. Lockheed Martin, Eagan MN, 2000.
- [9] Ulmke M, Franken D, and Schmidt M. Missed detection problems in the cardinalized probability hypothesis density filter. 11th International Conference on Information Fusion. Cologne, 2008: 1–7.
- [10] Vo Ba-ngu and Ma Wing-kin. A closed-form solution for the probability hypothesis density filter. 8th International Conference on Information Fusion. Philadelphia, 2005: 856–863.
- [11] Zhang Hong-jian, Jing Zhong-liang, and Hu Shi-qiang. Tracks extraction of the probability hypothesis density filter for survival targets. Proceedings of the 27th Chinese Control Conference, Kunming, 2008: 343–347.
- [12] Liu Wei-feng, Han Chong-zhao, Lian Feng, Xu Xiao-bin, and Wen Cheng-lin. Multitarget state and track estimation for the probability hypothesis density filter. *Journal of Electronics* (China), 2009, 26(1): 2–12.
- [13] Wen Cheng-lin and Xu Xiao-bin. Random sets in data fusion: a new framework for multi-target tracking. Systems and Control in Aerospace and Astronautics, Harbin, 2006: 999–1004.
- [14] K Chang and Y Bar-shalom. Joint probabilistic data association for multi-target tracking with possibly unresolved measurements and maneuvers[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, 29(7): 585–594.
- [15] Clark D, Vo Ba-tuong, Vo Ba-Ngu, and Godsill S. Gaussian mixture implementations of probability hypothesis density filters for non-linear dynamical models. 2008 IET Seminar on Target Tracking and Data Fusion: Algorithms and Applications, Birmingham, 2008: 21–28.
- [16] 文成林, 吕冰, 葛泉波. 一种基于分步式滤波的数据融合算法
 [J]. 电子学报, 2004, 32(8): 1264-1267.
 Wen Cheng-lin, Lü Bing, and Ge Quan-bo. A data fusion algorithm based on filtering step by step. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(8): 1264-1267.

| 王 芝: | 男, 1985年生,硕士生,研究方向为目标跟踪. |
|------|-------------------------------|
| 徐晓滨: | 男, 1980年生, 博士, 研究领域为故障诊断与随机集理 |
| | 论. |
| 刘伟峰: | 男,1973年生,博士,研究方向为信息融合与目标跟踪. |
| 文成林: | 男, 1963年生, 教授, 研究领域为故障诊断与预报、多 |
| | 源信息融合. |