

压缩采样技术及其应用

金 坚 谷源涛 梅顺良
(清华大学电子工程系 北京 100084)

摘 要: 如何降低宽带模拟信号数字化过程中的采样率, 以及如何有效的对大量数据进行压缩存储一直是学者们关心的问题。该文综述了最近出现的一种新型信号处理方法—压缩采样(Compressive Sampling, CS), 也称压缩传感(Compressive Sensing)。该方法通过对稀疏信号进行观测而非采样, 只需少量观测点就能精确的重构原始信号。结果表明新方法的观测频率可以远远低于奈奎斯特采样频率。该文除介绍其基本原理和主要实现方法外, 同时列举了多种应用, 并指出若干待研究的问题。

关键词: 压缩采样; 稀疏性; 观测矩阵; 信号恢复

中图分类号: TN919.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)02-0470-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00497

An Introduction to Compressive Sampling and Its Applications

Jin Jian Gu Yuan-tao Mei Shun-liang

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The problems of how to reduce the sampling rate in the broadband analog signal digitization and how to compress effectively the large amount of data for storage are always concerned by researchers. The recent proposed Compressive Sampling or Compressive Sensing method to solve the said problems is introduced in this paper. The method, which employs non-adaptive linear projections that preserve the structure of the signal, can capture and represent the compressible signal at a rate significantly below Nyquist rate. This paper not only presents the key procedures of this theory but also lists a variety of applications and points out the questions to be studied.

Key words: Compressive Sampling (CS); Sparsity; Measurement matrix; Signal reconstruction

1 引言

香农/奈奎斯特采样定理指出: 为避免信息丢失, 实现无失真恢复原始信号, 采样率至少要两倍于信号带宽。所以, 宽带模拟信号的数字化往往需要很高的采样率。由于器件的物理特性约束, 提高采样率的代价是巨大的, 如导致量化精度下降等。另一方面, 必须对采样得到的大量数据进行压缩(图 1(a))。以图像信号为例, 压缩编码的传统思路是: 首先取得完整的信号样本; 然后投影到某个基底上, 使之具有稀疏性; 最后对投影向量中最重要的分量及其位置进行存储或编码传输。此传统方式存在明显缺陷: 首先, 上述计算过程必须用到完整的原始信号, 而原始信号的数据量非常大, 对存储容量和处理速度的要求很高; 其次, 在计算出完整的投影向量之后, 又丢弃了其中的大部分分量, 浪费了计算资源; 最后, 必须记录重要分量的位置, 浪费了存储空间。鉴于传统方法的众多不足, 探索降低宽

带模拟信号采样率和提高海量数据压缩存储效率的新途径一直是学者们关注的问题。

对于稀疏信号, 压缩采样(Compressive Sampling, CS)或压缩传感(Compressive Sensing)理论^[1-4]为解决上述问题开启了新的思路。压缩采样的概念由 Candes 和 Donoho 等人于 2004 年首次提出, 其思想是对稀疏信号以远低于奈奎斯特频率的速度进行全局观测(global measurement)而非局部采样(local sampling), 然后用适当的重建算法从观测值中还原出原始信号(如图 1(b))。由于观测样值

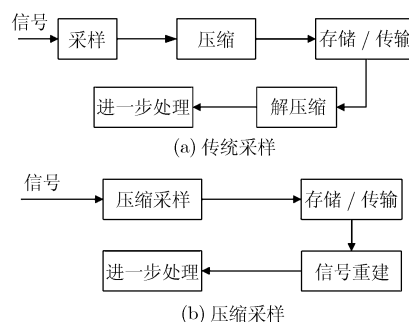


图 1

2009-04-07 收到, 2009-07-27 改回

国家自然科学基金(60872087)和国家自然科学基金联合资助重点项目(广东联合基金 U0835003)资助课题

通信作者: 谷源涛 gyt@tsinghua.edu.cn

数目小于原始样值数目, 相当于原始信号在采样过程中被压缩了, 所以称为压缩采样。压缩采样与宽带信号处理、图像信号处理、信源信道编码、网络、雷达等领域都密切相关。此理论一出现即引起了广泛的关注, 是近几年的热门研究方向, IEEE 多种期刊上涌现出大量研究文章, ICASSP 会议连续 3 年开设了专门的 Session 讨论相关问题。

由于压缩采样理论只出现短短几年, 相关工作远未完善和深入, 尚有诸多亟待解决的问题。国内对该领域的研究处于起步阶段^[5-8], 因此有必要对压缩采样理论进行详细介绍, 对其中的关键技术和待研究的问题进行综述和整理。本文结构安排如下: 第 2 节用数学语言介绍压缩采样的基本概念和实现过程; 第 3 节详细阐述压缩采样的两个关键问题——设计观测矩阵和信号恢复算法; 第 4 节列举压缩采样理论直接的和潜在的应用; 第 5 节指出一些待解决的问题; 最后对全文进行总结。

2 压缩采样的基本概念

首先给出 K -稀疏信号的定义。设 $\mathbf{x}=[x(1), x(2), \dots, x(N)]^T$ 表示一维离散信号组成的列向量。任意 N 维向量可以用一个 $N \times 1$ 的正交向量基组 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 表示:

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N s_i \psi_i \quad \text{或者} \quad \mathbf{x} = \Psi \mathbf{s} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{s}=[s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ 是权重系数向量, $s_i = \langle \mathbf{x}, \psi_i \rangle = \psi_i^T \mathbf{x}$; $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ 称为基矩阵。显然, \mathbf{s} 在 Ψ 域和 \mathbf{x} 在时域一一对应。如果 \mathbf{s} 中只有 K 个非零(或绝对值较大)的系数, 而其它 $N-K$ 个系数都为 0(或绝对值很小), 则称 \mathbf{x} 是 K -稀疏的。其中 $K \ll N$ 的情形为我们所重点关注, 此时称 \mathbf{x} 具有稀疏性, 是可压缩的。

例如, 对缓变平滑信号, 当选取傅里叶变换基时, 其分解表示即为稀疏的; 分段平滑信号在特定的小波基下分解也是稀疏的。稀疏信号在自然界广泛存在, 如商用编码标准 MP3^[9]和 JPEG^[10]等所针对的音频和图像呈现明显的稀疏性。

对于前述定义的稀疏信号, 传统的逐点采样方式只关注局部信息, 导致采不到有效信息或相邻采样点间信息冗余(前后相关性大)。而压缩采样关注的是全局信息, 通过某种方式对信号进行多次全局“观测”, 每个观测值都包含信号的部分有效信息; 同时, 每次用不同的观测方法确保观测值之间的信息冗余很少, 从而观测点的数目可以远小于原信号样值数而不影响无失真恢复。具体地, 假设 \mathbf{x} 为 Ψ 基下的 K -稀疏信号, 有 M 个不同的观测向量 $\{\phi_j\}_{j=1}^M$, 通过计算 \mathbf{x} 与每个观测向量的内积得到相应的观测

值

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \mathbf{s} = \Theta \mathbf{s} \quad (2)$$

其中 $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M]^T$, $\Theta = \Phi \Psi$ 。这里 $K \leq M \ll N$, N 维原始信号 \mathbf{x} 在采样过程中被压缩成 M 维观测值 \mathbf{y} 。在得到观测信号后即可重建原始信号, 由于 Θ 是 $M \times N$ ($M < N$) 矩阵, 式(2)是欠定方程, 所以满足条件的 \mathbf{s} 有无穷多个。但压缩采样问题要求解的 \mathbf{s} 是稀疏的, 同时精心设计的观测矩阵 Φ 能保证满足式(2)的最稀疏解为 K -稀疏, 而且只存在唯一的最稀疏解。因此, 压缩采样信号恢复算法的目的就是找到这一最稀疏解 $\hat{\mathbf{s}}$ 。恢复稀疏信号后即可重建原始信号

$$\hat{\mathbf{x}} = \Psi^{-1} \hat{\mathbf{s}} \quad (3)$$

可见, 压缩采样方法节省了传统采样方式前期所需的存储空间和计算资源, 而将上述资源用于后期的恢复算法中。在现代通信和信号处理领域, 前期的开销往往更加珍贵。比如, 在战场通信中, 希望前端传感器的计算复杂度较低, 采集的信号冗余量较小, 而在后方接收到信号后, 可通过多台高级计算机强大的并行处理能力低成本地实时恢复原始信号, 实现与传统采样和压缩相同的效果。

压缩采样包括以下 4 个步骤:

(1) 原始信号 \mathbf{x} (图 2(a))在基底 Ψ ($N \times N$)下是稀疏的, 稀疏信号为 \mathbf{s} (图 2(b))。

$$\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s} \quad (4)$$

(2) 利用观测矩阵 Φ ($M \times N$)获取观测值 \mathbf{y} (图 2(c))。

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \Psi \mathbf{s} = \Theta \mathbf{s} \quad (5)$$

(3) 已知 Φ, Ψ 和 \mathbf{y} , 选择合适的算法恢复 $\hat{\mathbf{s}}$ (图 2(d))。

$$\hat{\mathbf{s}} = \{\text{满足 } \mathbf{y} = \Theta \mathbf{s} \text{ 的最稀疏解}\} \quad (6)$$

(4) 利用 Ψ 的逆矩阵重建原始信号 $\hat{\mathbf{x}}$ (图 2(e))。

$$\hat{\mathbf{x}} = \Psi^{-1} \hat{\mathbf{s}} \quad (7)$$

3 压缩采样的实现方法

由上文可知, 压缩采样理论主要包括两部分: 一是设计观测矩阵, 要在降低维数的同时保证原始信号 \mathbf{x} 的信息损失最小; 二是设计信号恢复算法, 利用 M 个观测值无失真地恢复出长度为 N 的原始信号。下面分别介绍这两部分内容。

3.1 观测矩阵设计

设计观测矩阵 Φ 的目标是从尽可能少的观测值中恢复原始信号。在具体设计中, 需要考虑以下两方面关系: (1) 观测矩阵 Φ 和基矩阵 Ψ 的关系; (2) 矩阵 $\Theta = \Phi \Psi$ 和 K -稀疏信号 \mathbf{s} 的关系。下面依次对

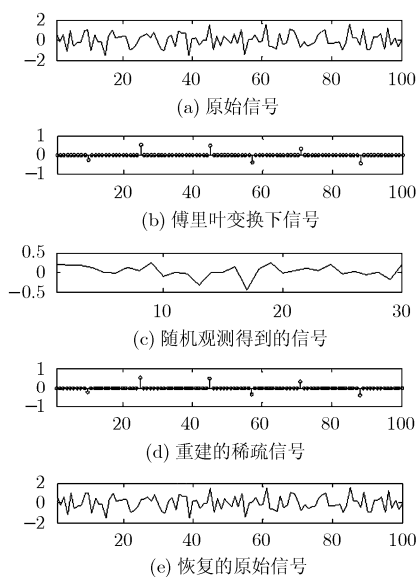


图2 压缩采样过程中的信号: (a)原始信号, 样值数为100; (b)变换域下的(稀疏)信号, 式(4); (c)随机观测30个观测信号, 式(5); (d)通过恢复算法重建的变换域下的信号, 式(6); (e)反变换得到的原始信号, 式(7)

这两方面分别论述。

首先, 观测矩阵 Φ 和基矩阵 Ψ 要具有不相干性(Incoherence)。

定义 1 观测矩阵 Φ 和基矩阵 Ψ 的相干度(coherence)定义为^[9]

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \cdot \max_{\substack{1 \leq k \leq M \\ 1 \leq j \leq N}} |\langle \phi_k, \psi_j \rangle| \quad (8)$$

相干度 μ 给出了 Φ 和 Ψ 的任意两个矢量之间的最大相干性。当 Φ 和 Ψ 包含相干矢量时, 相干度 μ 较大。由前述讨论可知, 对信号进行压缩采样, 要尽可能地使每个观测值包含原始信号的不同信息, 这就要求 Φ 和 Ψ 的矢量尽可能正交, 即相干度 μ 要尽可能的小, 这是观测矩阵和基矩阵之间必须具有不相干性的原因。有关不相干性和稀疏性的严格数学关系可参考文献[11]。

其次, 矩阵 $\Theta = \Phi\Psi$ 和 K -稀疏信号的关系与受限等距性质(Restricted Isometry Property, RIP)^[2]有关。为方便论述, 定义矩阵的“等距常量”^[12]。

定义 2 对任意 $K = 1, 2, \dots$, 定义矩阵 Θ 的等距常量 δ_K 为满足下式的最小值, 其中 s 为任意 K -稀疏向量:

$$(1 - \delta_K) \|s\|_2^2 \leq \|\Theta s\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|s\|_2^2 \quad (9)$$

如果 $\delta_K < 1$, 称矩阵 Θ 满足 K 阶 RIP, 此时矩阵 Θ 近似地保证了 K -稀疏信号 s 的欧氏距离不变, 这意味着 s 不可能在 Θ 的零空间中(否则 s 将有无穷多解)。更严格的无失真恢复原始信号的条件由如下

定理给出^[13]。

定理 1 假设 s 是 K -稀疏信号, 对式(9)中的 Θ , 若 $\delta_{2K} + \delta_{3K} < 1$ 成立, 则能实现无失真恢复。

关于此定理的证明以及 RIP 的引申和应用本文不做详细论述, 读者可参阅文献[12-14]。在定义相干性和 RIP 的基础上, 即可着手设计观测矩阵。然而, 单纯用不相干性和定理 1 设计观测矩阵是一个 NP 完全问题^[3], 在实际中基本不可行。幸运的是, 研究表明随机观测矩阵 Φ 能以很大的概率同时满足不相干性和定理 1, 只要 $M = cK \log(N/K)$ 。其中 c 是一个与恢复精度有关的常数^[3]。故实际中一般采用随机矩阵进行观测, 常见的有 Gaussian 观测矩阵、二值观测矩阵、傅里叶观测矩阵及不相干观测矩阵^[3]等。随机观测提供了一种实现压缩采样的有效方法, 当然, 随着压缩采样理论的发展, 还可能涌现出更多的随机观测方法或其它方法^[6]。

3.2 信号恢复算法

信号恢复算法的目的是找到满足 $y = \Theta s$ 的最稀疏解, 主要集中于凸优化和贪婪算法两种思路。

基于凸优化的思路主要是通过增加约束来取得最稀疏解。常用的是范数约束, 即

$$\min \|s\|_p, \text{ s.t. } y = \Theta s \quad (10)$$

其中 $p \in \mathbb{R}$, $(\|s\|_p)^p = \sum_{i=1}^N |s_i|^p$ 。研究表明 l_p ($0 < p$

≤ 1) 范数可以很好地表示稀疏性, 因此出现了一系列算法。针对 l_1 范数问题式(10)及其变种^[15]的常见算法有基于线性规划的基匹配(Basic Pursuit, BP)法, 内点(Interior Point, IP)法及其各种改进方法^[16,17], 基于 Homotopy Method 的最小角度回归(Least Angle Regression, LARS)^[18]和梯度投影(Gradient Projection Sparse Reconstruction, GPSR)^[19]等。针对 l_p 范数问题的主要有 Focal Underdetermined System Solution(FOCUSS)^[20]和 Iteratively Reweighted Least Square(IRLS)^[21]等算法。这些方法可以取得较好的恢复效果, 但计算复杂度较高, 限制了在实际中的应用。

本课题组在对随机梯度算法进行多年研究的基础上发现, 信号恢复问题可视为稀疏系统辨识问题, 因此将系统辨识中常用的自适应滤波结构应用到信号恢复中, 提出了两种有效的恢复方法—— l_0 -LMS^[22]与 l_0 -ZAP^[23]。仿真显示此类算法比已有算法性能更好。

基于贪婪算法的思路主要根据匹配追踪(Matching Pursuit, MP)的思想, 通过局部最优化依次找到各个非零系数。在此基础上出现了正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)^[24], 通过

正交方向找寻非零系数, 加快 MP 算法的收敛。后来陆续提出了一些改进的 OMP 算法, 典型的有多级式 OMP(Stage-wise OMP, StOMP)^[25]、正规化 OMP(Regularized OMP, ROMP)^[26]以及采用回溯思想的 Subspace Pursuit(SP)法^[27]等。这些算法的计算复杂度比 BP 方法低, 但需要更多观测值及更大存储空间。

图 3 仿真了几种典型算法在给定稀疏度 K 下, 完全恢复信号的概率与观测数 M 的关系。其中, 原始稀疏信号数目 $N=1000$, 非零系数个数 $K=50$, 观测值数目 M 从 140 变化到 320, 随机观测矩阵采用高斯观测方式。每种算法仿真 200 次, 如果某次所给算法的恢复结果和原始信号的误差小于 0.01, 即称此次仿真实现了成功恢复, 否则记一次失败。完全恢复的概率记为成功恢复的次数与总仿真次数之比。由图 3 可见, 给定 K 下, 要实现完全恢复, 本课题组提出的 l_0 -LMS 与 l_0 -ZAP 所需的观测值数目 M 最小, 而贪婪算法 OMP 和 ROMP 需要的观测值数目最多。

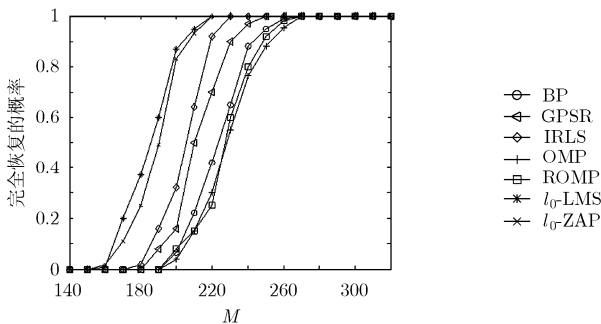


图 3 $N=1000$, $K=50$ 下, 各种算法的恢复概率与 M 的关系

4 压缩采样的应用

压缩采样理论在日臻完善的同时, 也渐渐受到产业界的关注, 获得了越来越多的应用。直接的应用主要有以下几方面:

(1)信源编码: 当原始信号具有稀疏性时, 利用压缩采样理论可对其进行有效压缩, 减少冗余信息。例如, 在分布式传感器网络中, 可根据压缩采样理论对分布式信号进行有效的信源编码^[28]。

(2)数据挖掘: 所需分辨率很高时, 很难取得一个模拟信号 N 个离散时刻的全部采样值, 通过压缩采样理论降低采样率即可解决此问题。典型的应用包括: 模数转换^[29], 其核心思想是以“信息率”而非奈奎斯特频率对模拟信号采样; 数码相机、扫描仪等数字影像系统, 其核心思想是用随机观测取代传统的逐像素采样。其中, TI 公司和 Rice 大学已

经成功制造基于压缩采样的数码相机原型^[30]。

(3)求逆问题(Inverse Problem): 一些应用(如医学影像)通常无法得到原始信号, 只能通过观测值重建原始信号。此时若已知信号稀疏分解的基, 即可通过压缩采样理论实现无失真还原。典型应用包括核磁共振成像(Magnetic Resonance Imaging, MRI)^[31,32]和脑磁源成像(Neuromagnetic Source Imaging, NSI)^[4]等。

除上述直接应用外, 压缩采样在雷达遥感^[33]、学习理论^[34]及模式识别^[35]等领域的应用正在被逐步发掘。可以预见, 随着压缩采样理论的进一步发展, 其必将在越来越多的领域中得到广泛应用。

5 需要进一步研究的问题

虽然经过几年的迅猛发展, 压缩采样仍存在许多亟待解决的问题:

(1)理论层面: 还有诸多问题需要解决。

(a)缺少稀疏信号的有效度量方法, 即如何判断所给信号是否具有稀疏性。目前在图像处理中, 一种常用的度量方式是广义高斯分布^[36], 但是这一分布参数与具体图像有关, 缺乏通用性, 同时也仅限于图像数据。因此寻找一种有效的度量方式一直是研究的热点。同时对给定的信号, 变换基矩阵 Ψ 如何确定也是一个必须解决的问题。

(b) K 、 M 和 N 三者严格的数学关系尚不明确。当前观测值数目 M 与 N 和 K 的关系较宽松, 只是给出了大致范围, 其理论下界(类似于信号检测中的克拉美罗界等)是否存在是需要研究的问题; 另外, 由于观测矩阵是随机的, 因此信号的精确恢复也是一个概率问题, 这个概率与 K , M 和 N 的具体关系还有待进一步分析。上述问题都还需要严格的数学理论支持。

(c)当前压缩采样的主要研究对象是一维离散信号, 在多维信号或模拟信号下如何压缩采样等问题, 需要进一步研究。

(2)算法层面: 由于压缩采样通常处理的是海量数据问题(即 N 很大), 虽然当前已有多种恢复算法, 但计算复杂度普遍较高, 离实际应用还有很大距离。因此, 寻找一种低复杂度、实用的高效算法一直是研究热点。

(3)应用层面: 一方面, 前述应用尚处于起步阶段, 实用性差, 例如第 4 节中提到的数码相机原型还仅仅只能处理单像素情况, 离投入生产尚有很大距离; 另一方面, 由于稀疏性的广泛存在, 还有众多领域有待尝试这种新方法。

6 结束语

压缩采样技术将传统的采样和压缩相结合,使得稀疏信号采样可以不受奈奎斯特定理约束,引发了信号处理根本思想的巨大变革,是近年来国际学术界兴起的一个前沿研究领域。这一领域目前在国内还处于起步阶段,因此,本文对压缩采样技术的基本概念、实现方法、关键技术及其广泛应用进行全面阐述,并指出了需要深入研究的方向。由于篇幅限制,有些内容本文未作过多的展开论述。有兴趣的读者,关于压缩采样的基本原理,可参阅综述文献[4];关于采样矩阵设计,文献[37]给出了详细的分析;关于重建算法,文献[21]做了细致的讨论;关于理论和更多的应用,请参考文献[38]。

参 考 文 献

- [1] Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [2] Candes E, Romberg J, and Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509.
- [3] Candes E. Compressive sampling. Int. Congress of Mathematics, Madrid, Spain, 2006, 3: 1433–1452.
- [4] Baraniuk R G. Compressive sensing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(4): 118–124.
- [5] 方红, 章权兵, 韦穗. 基于非常稀疏随机投影的图像重建方法. *计算机工程与应用*, 2007, 43(22): 25–27.
Fang H, Zhang Q, and W Sui. Method of image reconstruction based on very sparse random projection. *Computer Engineering and Application*, 2007, 43(22): 25–27.
- [6] 傅迎华. 可压缩传感重构算法与近似 QR 分解. *计算机应用*, 2008, 28(9): 2300–2302.
Fu Y. Reconstruction of compressive sensing and semi-QR factorization. *Journal of Computer Application*, 2008, 28(9): 2300–2302.
- [7] Brandenburg K. MP3 and AAC explained. AES 17th international conference on High-Quality Audio coding, Erlangen, Germany, Sept. 1999: 1–12.
- [8] Pennebaker W and Mitchell J. JPEG: Still image data compression standard. Van Nostrand Reinhold, 1993.
- [9] Candes E and Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling. *Inverse Problems*, 2007, 23(3): 969–985.
- [10] Candes E and Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections and universal encoding strategies. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406–5425.
- [11] Candes E and Tao T. Decoding by linear programming. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203–4215.
- [12] Haupt J and Nowak R. A generalized restricted isometry property. University of Wisconsin Madison Technical Report ECE-07-1, May 2007.
- [13] Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B.*, 1996, 58(1): 267–288.
- [14] Candes E and Romberg J. 11-magic: A collection of MATLAB routines for solving the convex optimization programs central to compressive sampling. 2006, www.acm.caltech.edu/11magic/.
- [15] Johnson C, Seidel J, and Sofer A. Interior point methodology for 3-D PET reconstruction. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2000, 19(4): 271–285.
- [16] Efron B and Hastie T, et al. Least angle regression. *The Annals of Statistics*, 2004, 32(2): 407–499.
- [17] Figueiredo M, Nowak R, and Wright S. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems. *IEEE Selected Topics in Signal Processing*, 2007, Vol.1: 586–598.
- [18] Gorodnitsky I F, George J, and Rao B D. Neuromagnetic source imaging with FOCUSS: A recursive weighted minimum norm algorithm. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 1995, 95(4): 231–251.
- [19] Rich C and Yin W. Iteratively reweighted algorithms for compressive sensing. ICASSP, Las Vegas, 2008: 3869–3872.
- [20] Gu Y, Jin J, and Mei S. l_0 Norm Constraint LMS for Sparse System Identification. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(9): 774–777.
- [21] Jin J, Gu Y, and Mei S. A stochastic gradient approach on compressive sensing signal reconstruction based on adaptive filtering framework. *IEEE Special Issue on Compressive Sensing*, under second round review, 2009.
- [22] Tropp J and Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655–4666.
- [23] Donoho D L, Tsaig Y, and Starck Jean-Luc. Sparse solution of underdetermined linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit. Technical report, Stanford University, Mar. 2006.
- [24] Needell D and Vershynin R. Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit. Submitted, Dec. 2007, http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0712/0712.1360v1.pdf.
- [25] Dai W and Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing: Closing the gap between performance and complexity. Preprint, Mar. 2008, <http://www.dsp.ece.rice.edu/files/cs/SubspacePursuit.pdf>.

- [26] Valenzise G, Prandi G, and Tagliasacchi M, *et al.*. Identification of sparse audio tampering using distributed source coding and compressive sensing techniques. DAFX 2008.
- [27] Kirolos S, Laska J, and Wakin M, *et al.*. Analog-to-information conversion via random demodulation. Proc. IEEE Dallas Circuits and Systems Conference, 2006: 1-4.
- [28] Takhar D, Bansal V, and Wakin M, *et al.*. A compressive sensing camera: New theory and an implementation using digital micromirrors. Proc. Compute Imaging IV SPIE Electronic Imaging, San Jose, 2006: 1-10.
- [29] Lustig M, Donoho D L, and Pauly J M. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58(6): 1182-1195.
- [30] Lustig M, Santos J M, Donoho D L, and J M. Pauly. k-t SPARSE: High frame rate dynamic MRI exploiting spatio-temporal sparsity. ISMRM, Seattle, Washington, 2006: 2420-2420.
- [31] Potter L, Schniter P, and Ziniel J. Sparse reconstruction for RADAR. SPIE Algorithms for SAR Imagery XV, 2008, Vol. 6970: 1-15.
- [32] Mairal J and Bach F, *et al.*. Discriminative learned dictionaries for local image analysis. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Anchorage, Alaska, June 2008: 1-8.
- [33] Cevher V, Sankaranarayanan A, and Duarte M F, *et al.*. Compressive sensing for background subtraction. European Conf. on Computer Vision (ECCV) , Marseille, France, 2008, Vol. 5303: 155-168.
- [34] Saralees N. A generalized normal distribution. *Journal of Applied Statistics*, 2005, 32(7): 685-694.
- [35] Candes E and Tao T. Near optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [36] Boufounos P, Romberg J, and Baraniuk R. Compressive sensing-Theory and applications. April 2008, <http://www.dsp.ece.rice.edu/~richb/talks/cs-tutorial-ICASSP-mar08.pd>.
- 金 坚: 男, 1984 年生, 博士生, 研究方向为信号处理.
谷源涛: 男, 1976 年生, 副教授, 研究方向为通信与信号处理.
梅顺良: 男, 1946 年生, 教授, 研究方向为通信与信号处理.