采用故意时延的 V-BLAST 系统的最佳迫零检测

林华炯 唐友喜 邵士海

(电子科技大学通信抗干扰技术国防重点实验室 成都 610054)

摘 要: Shao(2007)提出了一种故意时延的垂直贝尔实验室分层空时码结构(V-BLAST)系统,但是其中提出的迫零检测算法并不是满足迫零准则下的最优算法。本文直接从接收天线处的未采样连续信号数学模型分析入手,利用 泛函分析的方法推导出了该系统最优的迫零检测算法,理论和仿真都表明该算法优于 Shao 提出的迫零算法。本文 的工作对进一步研究这种新型的故意时延的 V-BLAST 系统具有较为重要的意义。

关键词:多输入多输出(MIMO);异步;故意时延;分集度;迫零(ZF)

中图分类号:TN92

文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2009)11-2677-05

Optimum Zero-Forcing Detection of a Modified V-BLAST System with Delay Offsets

Lin Hua-jiong Tang You-xi Shao Shi-hai

(National Key Lab of Communications, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: A modified Vertical-Bell Labs layered space-time (V-BLAST) system is proposed by Shao(2007). However, the ZF detection algorithm proposed by Shao is not the optimum under ZF criterion. In this paper, the optimum ZF detector is directly derived from the original continuous, unsampled signals at receive antennas. Both Analysis and simulation demonstrate that the optimum ZF detection is superior to the ZF detection algorithm proposed by Shao, especially when the number of transmit antennas is large.

Key words: Multiple Input Multiple Output(MIMO); Asynchronous; Intentional delay offsets; Diversity order; Zero-Forcing(ZF)

1 引言

下一代无线通信系统需要达到更高的频谱利用 率,而多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)技术能够在不增加无线带宽的条件 下相较传统单输入单输出(Single Input Single Output, SISO)技术大大提高系统容量^[1]。

基于空间复用技术的垂直贝尔实验室分层空时 码结构 (V-BLAST)^[2] 得到了广泛研究和应用。 V-BLAST 的最大似然接收机取得了最大的分集度 和最佳的性能^[3],但是它的复杂度却与发射天数成指 数关系,这大大降低了它实用的可能性。一些次优 的算法被提了出来以便达到复杂度和性能的折中, 诸如迫零(ZF),最小均方误差(MMSE),排序串行 干扰抵消(OSIC)^[2]等等。但是这些算法都有个普遍 的缺陷在于他们的分集度都是 $M_r - M_t + 1$ ^[3],而且 $M_t \leq M_r$,其中 M_t 为发射天线数, M_r 为接收天线 数。针对这种情况,文献[4]提出了一种故意时延的 V-BLAST 系统,它在各子流间引入不同的时延,在

2008-11-03 收到, 2009-06-22 改回

国家自然科学基金(60572090, 60832007, 60602009)和教育部博士点基金(20050614009)资助课题

接收端通过迫零的方法将信号检测出来。理论和仿 真都表明该方法能够取得 *M*, 的分集度^[4], 在性能和 复杂度取得了之间一个很好的折中。另外, 该异步 发射方案还被应用在莱斯(Ricean)信道下, 它通过 减少子流间基带信号的空间相关性, 达到减少信道 病态矩阵出现的概率, 从而大大提高系统的检测性 能^[5,6]。文献[7]讨论了等效于该异步发射方案的分布 式发射天线的 MIMO 系统中的差分编码, 文献[8] 则研究了该异步发射方案的差分编码。

但是文献[4]并未指出该文提出迫零检测算法是 否是满足迫零准则下的最优算法,针对此,本文利 用泛函和最优化矢量空间的思想和方法,直接从连 续空间的接收信号入手,推导出故意时延的 V-BLAST 系统的最优迫零检测算法,理论和仿真都表 明该算法优于文献[4]提出的算法。

本文所用的符号意义如下: (•)^T, (•)^{*}和(•)^H分 别表示取转置,取共轭以及取转置共轭; E{•}表示 取数学期望, II·II表示范数。

2 系统模型

采用故意时延的 V-BLAST 系统的发射机模型 如图 1(a)所示。在发射端,将需要传输的数据符号 流串并转化为 M_t 个并行的子符号流,每个子流都包 含S个数据。然后对每个子流分配不同的时延发射 出去 $(0 < \tau_1 < \cdots < \tau_{M_t} < T_s)$,形成如图 1(b)所示的 空时块码。为了避免块间干扰,各个发射天线需要 在图 1(b)中的阴影部分对应的地方不发射任何数 据。



图 1 故意时延的 V-BLAST 系统的发射机模型和空时码结构示意图

基于上面的描述,各个发射天线在一个码块内 的等效基带信号可表示为

$$s_{k}(t) = \sqrt{\frac{E_{s}}{M_{t}}} b_{k}(i) \sum_{i=0}^{S-1} g(t - iT_{s} - \tau_{k}), \ k = 1, 2, \cdots, M_{t}(1)$$

这里 $b_k(i)$ 是第 k 个发射天线上一个块内的第 i 个数 据, g(t) 为发射天线的等效复基带波形并满足 $\|g_k(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} g_k^*(t)g_k(t)dt = 1^{[9,10]},$ 分配到每个天线 上的发射能量为 $\sqrt{E_s/M_t}$ 。为了分析方便,和文献[4] 一样,假设 g(t) = 0 $t \notin [0,T_s]$ 。假设发射-接收天线 对之间的信道为各自独立的平坦瑞利"准静态"衰 落信道(即在一个时隙内是固定的,而在不同时隙间 是变化的),可以用 $h_{jk}(i)$ 代表第 k 个发射天线和第 j个接收天线对之间在一个块内第 i 个数据对应的时 隙内的信道增益,那么在第 j 根接收天线处的信号 可表示为

$$\begin{aligned} r_j(t) &= \sum_{k=1}^{M_t} h_{jk}(t) s_k(t) + n_j(t) \\ &= \sum_{k=1}^{M_t} \sqrt{\frac{E_s}{M_t}} \sum_{i=0}^{S-1} h_{jk}(i) b_k(i) g(t - iT_s - \tau_k) + n_j(t) \ (2) \end{aligned}$$

其中n_j(t)表示第j个接收天线上的复高斯白噪声, 它表示了热噪声和其它一些与传输信号无关的噪声,其均值为零,方差为N₀。

可以引入连续空间的矢量符号来简化接收信号 的数学表达,定义接收信号波形矢量

$$\boldsymbol{r}(t) = \left[r_1(t), \cdots, r_{M_r}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$
(3)

噪声波形矢量

$$\boldsymbol{n}(t) = \left[n_1(t), \cdots, n_{M_r}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$
(4)

基带波形矩阵

$$\boldsymbol{G}(t) = \begin{vmatrix} \boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(t) & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}(t) \end{vmatrix}_{M_{r} \times SM_{t}M_{r}}$$
(5)

其中

$$g^{\mathrm{T}}(t) = [g(t - \tau_1), g(t - \tau_2), \cdots, g(t - \tau_{M_t}), \cdots, g(t - (S - 1)T_s - \tau_1), g(t - (S - 1)T_s - \tau_2), \cdots, g(t - (S - 1)T_s - \tau_{M_t})]_{1 \times SM_t}$$
(6)

信道矩阵

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{1}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{H}_{2}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{H}_{M_{r}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{H}_{j} &= \mathrm{diag}\{h_{j1}(0), h_{j2}(0), \cdots, h_{jM_{t}}(0), \cdots, h_{j1}(S-1), \\ & h_{j2}(S-1), \cdots, h_{jM_{t}}(S-1) \} \end{aligned}$$
(7)

以及发射符号矢量

这样所有接收天线处的信号波形可简化表示为

$$\boldsymbol{r}(t) = \sqrt{\frac{E_s}{M_t}}\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{n}(t)$$
(9)

3 最佳迫零检测

检测就是要从接收信号 **r**(t) 恢复出发射符号 **b** 来,但是 **r**(t) 和 **b** 属于不同空间,可以寻找一个算子 T 将 **r**(t) 映射到 **b** 的空间上去,而迫零检测就是寻 找一个线性算子 T 满足

$$T(\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H}) = \boldsymbol{I}_{SM_t \times SM_t}$$
(10)

如果把G(t)H 也看成是一个算子的话(即将b从空间 C^{SM_t} 映射到 M_r 维函数矢量空间上),那么迫零检测所需要的算子就是G(t)H 的逆算子。但问题是这个线性算子可能不是唯一的,可能同时存在几个线性算子都满足式(10),也就是说有存在多种迫零检测算法从接收信号r(t)恢复出发射符号b。对于这种不确定唯一性,本节的目标是在满足式(10)的条件下推导出一个最优的解。

可以用 $\varepsilon = E\{\|\boldsymbol{b} - \tilde{\boldsymbol{b}}\|^2\}$ 来度量不同迫零检测算 法性能,其中 $\tilde{\boldsymbol{b}} = T(\boldsymbol{r}(t))$,它代表的含义是在进入 判决器前所包含的在总噪声功率大小。最优的迫零 检测算法一定是在满足式(10)的条件下使得 ε 最小。 令 b_i 和 \tilde{b}_i 表示 \boldsymbol{b} 和 $\tilde{\boldsymbol{b}}$ 的第i个分量,则 $\varepsilon = \sum_{i=1}^{SM_t} E\{|b_i - \tilde{b}_i|^2\}$ 并对 $\forall i=1, \dots, SM_t$ 满足 $\tilde{b}_i = T_i(\boldsymbol{r}(t))$ 和 $E{\tilde{b}_i} = b_i$,其中 T_i 表示线性算子 T 的第 i 个分量,由于 T_i 是将 M_r 维函数矢量空间上的 r(t) 映射到数域 C 上的 \tilde{b}_i ,因此它是一个线性泛函^[11]。这个问题实际上是各自关于 \tilde{b}_i 的 SM_t 个分离的子问题,它通过使每个 $E{|b_i - \tilde{b}_i|^2}$ 达到极小来使其和达到极小,于是每个子问题就变成

min $E\{|b_i - \tilde{b_i}|^2\}$, s.t. $T_i((G(t)H)_j) = \delta_{i,j}$ (11) 其中 $\delta_{i,j}$ 代表 Kronecker 符号, $(G(t)H)_j$ 代表G(t)H的第j个列分量。由于接收信号能量有限,所以可 以把定义r(t)所属的空间从 M_r 维函数矢量空间缩 小为 M_r 维的 L^2 (Lebesgue 平方可积)空间,它也是个 Hilbert 空间。根据 Riesz 表现定理^[11],定义在 Hilbert 空间上的线性泛函具有与该空间相同的表现形式, 则 T_i 可表示为

$$T_i(\bullet) = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{w}_i^{\mathrm{H}}(t) \mathrm{d}t \qquad (12)$$

其中 $\boldsymbol{w}_{i}(t)$ 和 $\boldsymbol{r}(t)$ 同为 M_{r} 维的函数矢量,将其带入式(11)并利用式(9),并引入内积 $\langle \boldsymbol{x}(t) | \boldsymbol{y}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t) \boldsymbol{y}(t) \mathrm{d}t$ 后,简化后得到

min $\langle \boldsymbol{w}_i(t) | \boldsymbol{w}_i(t) \rangle$, s.t. $\langle \boldsymbol{w}_i(t) | (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_j \rangle = \delta_{i,j}$ (13)

如果把 {(G(t)H)_j, $j = 1, 2, \dots, SM_i$ } 看作是希尔 伯特空间的一个线性无关集(通过对时延的设定以 及各个信道的独立性可以保证),优化问题便等效成 寻找满足 $\langle w_i(t) | (G(t)H)_j \rangle = \delta_{i,j}$ 矢量集合中具有最 小范数的那一个,这是一个有限余维簇的最小范数 问题, 根据文献 [12]中的结论有 $w_i(t) = \sum_{i=1}^{SM_i} \beta_j (G(t)H)_j$,其中 β_j 满足方程组

$$\left\langle (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{1} \left| (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{1} \right\rangle \beta_{1} + \cdots \right. + \left\langle (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{1} \left| (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{SM_{t}} \right\rangle \beta_{SM_{t}} = \delta_{i,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \left\langle (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{1} \left| (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{SM_{t}} \right\rangle \beta_{1} + \cdots \right. \right\rangle$$

$$\left\langle (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{1} \left| (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{SM_{t}} \right\rangle \beta_{1} + \cdots \right\rangle$$

$$\left\langle (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{1} \left| (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{SM_{t}} \right\rangle \beta_{1} + \cdots \right\rangle$$

$$\left\langle (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{1} \left| (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{SM_{t}} \right\rangle \beta_{1} + \cdots \right\rangle$$

+
$$\left\langle (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{SM_t} \middle| (\boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{H})_{SM_t} \right\rangle \beta_{SM_t} = \delta_{i,SM_t}$$

式(14)是个 SM_t 元一次方程组,根据线性代数中的 克莱姆(Cramer)法则依次求解出 $\beta_1, \dots, \beta_{SM_t}$,并把它 们代入 $w_i(t)$ 和 $T_i(\bullet)$ 的表达式,就得到

$$T_{i}(\bullet) = \boldsymbol{e}_{i}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(t) \boldsymbol{G}(t) \mathrm{d}t \right) \boldsymbol{H} \right)^{-1} \\ \cdot \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(t) \mathrm{d}t$$
(15)

其中 e_i 是一个 $SM_t \times 1$ 维矢量,它的第i个分量为 1 其余分量全为 0。定义 $SM_tM_r \times SM_tM_r$ 维的矩阵 $\mathbf{R} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{G}^{\mathrm{H}}(t)\mathbf{G}(t) \mathrm{d}t$ 并将 SM_t 个子问题和在一起 便得到

$$T(\bullet) = \left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(t)\mathrm{d}t \qquad (16)$$

所以采用故意时延的 V-BLAST 系统的最佳迫零检测算法为

$$\tilde{\boldsymbol{b}} = \left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(t)\boldsymbol{r}(t)\mathrm{d}t$$
$$= \sqrt{\frac{E_{s}}{M_{t}}}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{n}$$
(17)

由文献[4]可知,其中定义的矩阵*R*等价于 $\int_{-\infty}^{\infty} g^{*}(t)g^{T}(t)dt$,所以上面定义的矩阵*R*等价于 M_{r} 个*R*沿对角线排列。这里 $E\{nn^{H}\} = N_{0}$ $\cdot (H^{H}RH)^{-1} = N_{0} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}} (H_{j}^{H}RH_{j})\right)^{-1}$,而文献[4]中的

迫零检测算法可表示成

$$\tilde{\boldsymbol{b}}' = \left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}(t)\boldsymbol{r}(t)\mathrm{d}t = \sqrt{\frac{E_{s}}{M_{t}}}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{n}'$$
(18)

$$\begin{split} & \mathbb{E}\left\{\boldsymbol{n}'\boldsymbol{n}'^{\mathrm{H}}\right\} = N_{0}\left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H}\right)\left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}\right)^{-1} = \\ & N_{0}\left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1}\sum_{j=1}^{M_{r}}\left(\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\mathcal{R}}^{-1}\boldsymbol{H}_{j}\right)\left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \circ \\ & \mathbf{A} \quad \text{where is } \boldsymbol{A} = \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \right) \\ & = \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \right) \\ & = \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \right) \\ & = \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^{M_{r}}\boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{j}\right)^{$$

4 性能分析

由于判决器逐符号对 \tilde{b} 中的分量进行判决,所 以进入判决器前 \tilde{b} 所含的噪声功率大小决定了检测 性能的好坏。 \tilde{b} 中第k个子流的第i个符号所包含的 噪声功率大小为

$$\sigma_{k+iM_t}^2 = E\{(\boldsymbol{nn}^{\mathrm{H}})_{k+iM_t,k+iM_t}\}$$
$$= N_0 \left(\left(\sum_{j=1}^{M_r} \left(\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\mathcal{R}} \boldsymbol{H}_j \right) \right)^{-1} \right)_{k+iM_t,k+iM_t}$$
(19)

这里(\bullet)_{*i*,*j*}代表矩阵的第(*i*,*j*)个元素。而文献[4]的方 法中的待判决量 \tilde{b}' 中第k个子流的第i个符号所包 含的噪声功率大小为

$$\sigma_{k+iM_t}^{\prime 2} = E\{(\boldsymbol{n}'\boldsymbol{n}'^{\mathrm{H}})_{k+iM_t,k+iM_t}\}$$

$$= N_0 \left(\left[\sum_{j=1}^{M_r} \boldsymbol{H}_j^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_j \right]^{-1} \sum_{j=1}^{M_r} (\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\mathcal{R}}^{-1} \boldsymbol{H}_j) \right] \cdot \left(\sum_{j=1}^{M_r} \boldsymbol{H}_j^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_j \right)^{-1} \right)_{k+iM_t,k+iM_t}$$

$$= N_0 \frac{(\boldsymbol{\mathcal{R}}^{-1})_{k+iM_t,k+iM_t}}{\left(\sum_{j=1}^{M_r} \boldsymbol{H}_j^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_j \right)_{k+iM_t,k+iM_t}}$$
(20)

定义
$$A_j = \sum_{j=1}^{M_r} (H_j^{\mathrm{H}} \Re H_j) 以及 A = \sum_{j=1}^{M_r} A_j$$
, 则 $\sigma_{k+iM_t}^2$
= $N_0 (A^{-1})_{k+iM_t,k+iM_t}$ 。
定理 如果对于 $\forall m = 1, \dots, M$, 都有 n 阶方阵

$$B_m$$
是正定的,那么矩阵 $B = \sum_{m=1}^{m} B_m$ 也是正定的,

且有
$$\frac{1}{(\boldsymbol{B}^{-1})_{l,l}} \ge \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}}$$
。
证明 对 $\forall m = 1, \cdots, M$, \boldsymbol{B}_{m} 都是正定的,显然
有 $\boldsymbol{B} = \sum_{m=1}^{M} \boldsymbol{B}_{m}$ 也正定。另外

$$\det\left(\boldsymbol{B}_{m} - \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} \boldsymbol{e}_{l} \boldsymbol{e}_{l}^{\mathrm{T}}\right) = \det \boldsymbol{B}_{m} - \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} \det \boldsymbol{B}_{m\overline{l,l}}$$
$$= \det \boldsymbol{B}_{m\overline{l,l}} \left(\frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} - \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}}\right) = 0$$
(21)

其中 $B_{ml,l}$ 表示去掉矩阵 B_m 的第l行的元素和第l列的元素后得到的新矩阵。由于 B_m 是正定的,对于n阶正定方阵有下面的Minkowski's 不等式^[13]

$$\left[\det\left(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\right)\right]^{1/n} \ge \left(\det\boldsymbol{A}\right)^{1/n} + \left(\det\boldsymbol{B}\right)^{1/n} \qquad (22)$$

通过这个不等式可得

$$\left| \det \left(\boldsymbol{B} - \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} \boldsymbol{e}_{l} \boldsymbol{e}_{l}^{\mathrm{T}} \right) \right|^{1/n}$$

$$\geq \sum_{m=1}^{M} \det \left(\boldsymbol{B}_{m} - \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} \boldsymbol{e}_{l} \boldsymbol{e}_{l}^{\mathrm{T}} \right) = 0 \qquad (23)$$

-1/m

而

$$\det \left(\boldsymbol{B} - \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} \boldsymbol{e}_{l} \boldsymbol{e}_{l}^{\mathrm{T}} \right) \right)^{1/n}$$

$$= \det \boldsymbol{B} - \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} \det \boldsymbol{B}_{\overline{l},\overline{l}}$$

$$= \det \boldsymbol{B}_{\overline{l},\overline{l}} \left(\frac{1}{(\boldsymbol{B}^{-1})_{l,l}} - \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{(\boldsymbol{B}_{m}^{-1})_{l,l}} \right) \qquad (24)$$

利用式(23)和式(24)定理便得证。



对于一个实际系统来说只要有发射信号,接收 天线处必定有能量,所以对于任何非零向量*x*,有 $xA_jx = \int_{-\infty}^{\infty} |g^{\mathrm{T}}(t)H_jx|^2 \mathrm{d}t > 0$,即 A_j 正定,这样由 上面的定理可得

$$\sigma_{k+iM_{t}}^{2} = N_{0} \left(\boldsymbol{A}^{-1}\right)_{k+iM_{t},k+iM_{t}} \leq \frac{N_{0}}{\sum_{j=1}^{M_{r}} \frac{1}{\left(\left(\boldsymbol{A}_{j}\right)^{-1}\right)_{k+iM_{t},k+iM_{t}}}}$$
$$= N_{0} \frac{\left(\boldsymbol{\Re}^{-1}\right)_{k+iM_{t},k+iM_{t}}}{\left(\sum_{j=1}^{M_{r}} \boldsymbol{H}_{j}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{j}\right)_{k+iM_{t},k+iM_{t}}} = \sigma_{k+iM_{t}}^{\prime 2}$$
(25)

这说明本文推导出的最优迫零检测算法在进入判决 器前的待判决量所含的噪声功率小于文献[4]的迫零 检测算法。

5 数值仿真

在本节的仿真中采用的是归一化的独立同分布 瑞利衰落 MIMO 信道, BPSK 的调制方式, 故意时 延的 V-BLAST 系统在 $(M_t, M_r) = (2,2)$ 时采用 $\tau_1 =$ 0, $\tau_2 = 0.6T_s$ 的时延设定, 而在 $(M_t, M_r) = (4,4)$ 时 采用 $\tau_1 = 0$, $\tau_2 = 0.3T_s$, $\tau_3 = 0.6T_s$, $\tau_4 = 0.9T_s$ 的 时延设定, 两个系统中的空时码块长S = 2。另外从 图 1(b)中可以看出, 采用故意时延的 V-BLAST 系 统为了避免块间干扰而在空时码块中插入了零值将 导致频谱效率小于传统的同步 V-BLAST 系统。为 了比较的公平性, 需要保证两个系统的传输速率和 所需的能量开销一样。设故意时延的 V-BLAST 系 统中的符号周期为 T_s , 每符号能量 E_t , 则同步 V-BLAST 系统的符号周期为 $T_s + \tau_{M_t}$ 且每符号能 量 E_t 满足

$$E_t = \frac{ST_s + \tau_{M_t}}{ST_s} E_s \tag{26}$$

图 2 和图 3 分别给出的是 $(M_t, M_r) = (2, 2)$ 和 $(M_t, M_r) = (4, 4)$ 时,传统的同步 V-BLAST 系统迫



零检测算法,最小均方误差(MMSE)检测算法,排 序串行干扰抵消(OSIC)检测算法^[14],文献[4]提出的 故意时延的 V-BLAST 系统迫零检测算法以及本文 推导的故意时延的 V-BLAST 系统最优迫零检测算 法的系统误比特率(BER)与*E_t*/*N*₀ 的关系图。从中 可以看出异步发射方案相对同步发射方案确实取得 了更大的系统分集度,体现在异步发射方案的曲线 斜率较同步更为陡峭。另外还可以看出本文提出的 最优迫零检测算法优于文献[4]提出迫零检测算法, 而且随着发射天线数的增加,性能改善越明显。

6 结束语

本文利用泛函和最优化矢量空间的思想和方法,直接从连续空间的信号入手,推导出故意时延的 V-BLAST 系统的最优迫零检测算法,理论和仿 真都表明该算法优于文献[4]提出的算法。接下来的 工作可以在本文的思想上去推导最优的最小均方误 差检测算法。

参考文献

- Gesbert D, Shafi M, Da-shan S, and Smith P J, et al. From theory to practice: An overview of MIMO space-time coded wireless systems[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2003, 21(3): 281–302.
- [2] Foschini G J. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multielement antennas[J]. *Bell Labs Technical Journal*, 1996, 1(2): 41–59.
- [3] Tse D and Viswanath P. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2005: 451-463.
- [4] Shao Shihai, Tang Youxi, and Kong Ting, et al. Performance analysis of a modified V-BLAST systems with delay offsets using zero-foring detection[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2007, 56(6): 3827–3837.
- [5] Shao Shihai, Tang Youxi, and Ma Wanzhi, et al. Layered space-time codes over Ricean fading channels by reducing the correlation of spatial shaping pulses[C]. IEEE International

Conference on Communications, Beijing, China, May 2008: 4069–4073.

- [6] Shihai Shao, Tang Youxi, and Ma Wanzhi. Layered space-time codes over Ricean fading channels by reducing the correlation of spatial shaping pulses[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2009, 8(2): 574–579.
- [7] Sun Defu, Tang Youxi, and Shao Shihai. A differential modulation scheme for MIMO links with distributed transmit antennas[J]. *IEEE Communications Letters*, 2007, 11(11): 892–894.
- [8] Sun Defu, Tang Youxi, and Shao Shihai. Differential space-time modulation for modified V-BLAST system[C]. IEEE Future generation communication and networking (fgcn 2007), Jeju Island, Korea, Dec. 2007: 223–227.
- [9] Verdu S. Multiuser Detection[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998: 108–126.
- [10] Bergmans J W M. Effect of binary modulation codes with rate R = 1/N on equivalent discrete-time models for channels with intersymbol interference[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1992, 38(5): 1587–1592.
- [11] 葛显良.应用泛函分析[M].杭州:浙江大学出版社, 1996: 32-86.
- [12] Luenberger 编, 蒋正新, 郑春梅译. 最优化的矢量空间方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1987: 61-98.
- [13] Horn R A and Johnson C R. Matrix Analysis[M]. Cambridge University Press, 1985: 337–344.
- [14] Golden G D, Foschini G J, and Valenzuela R, et al.. Simplified processing for wireless communication at high spectral efficiency[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1999, 17(11): 1841–1853.
- 林华炯: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 及分布式 MIMO 信号检测.
- 唐友喜: 男,1964年生,教授,博士生导师,研究方向为 MIMO 及分布式 MIMO、认知无线电抗干扰.
- 邵士海: 男, 1980 年生, 博士, 讲师, 研究方向为 MIMO 及分 布式 MIMO、认知无线电抗干扰.