

# 频率选择性衰落信道中 V-BLAST 系统的改进概率译码算法

赵东峰 莫勇 李道本

(北京邮电大学信息处理与人工智能重点实验室 北京 100876)

**摘要:** 该文结合双向 M-BCJR 算法, 提出了一种用于频率选择性信道条件下的 V-BLAST 系统的改进迭代译码算法。该算法通过改进度量函数与引入 Kullback-Leibler 距离计算进行双向搜索的方法, 在保持算法低复杂度的基础上, 提高了算法性能。仿真结果验证了该算法的性能。

**关键词:** 迭代译码; V-BLAST; M-BCJR

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)06-1420-04

## An Improved Iterative Decoding Algorithm for V-BLAST in the Frequency Selective Channel

Zhao Dong-feng Mo Yong Li Dao-ben

(Key Laboratory of Information Processing and Intelligent Technology, BUPT, Beijing 100876, China)

**Abstract:** An improved algorithm based on the bi-directional M-BCJR algorithm for V-BLAST in the frequency selective channel is proposed in this paper. The improved algorithm improves the performance of the bi-directional M-BCJR algorithm with little complexity increase by using a new metric and using the Kullback-Leibler distance for bi-directional search. The performance of the improved algorithm is confirmed by simulations.

**Key words:** Iterative decoding; V-BLAST; M-BCJR

### 1 引言

未来移动通信系统中, V-BLAST 系统得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。而在多径条件下, 基于正交频分复用的 V-BLAST 系统<sup>[2]</sup>的同步定时误差与频偏估计误差会造成载波间符号串扰与 OFDM 符号块间串扰, 从而使信道呈现频率选择性<sup>[3]</sup>。因此, 需要解决频率选择性衰落信道中系统的译码问题。而系统频谱效率的提高有赖于 Turbo 码<sup>[4]</sup>、LDPC 码<sup>[5]</sup>等信道编码, 因此, 研究 V-BLAST 系统的概率译码算法是一个研究方向<sup>[6,7]</sup>。作为一种离散时间有限状态隐马尔可夫模型计算问题, 最优算法为 BCJR 算法<sup>[8]</sup>。而调制符号采用高维调制时, BCJR 算法复杂度过高, 因而出现了一系列低复杂度的译码算法<sup>[9-13]</sup>。

本文基于双向 M-BCJR 算法<sup>[9,10]</sup>, 通过定义新的度量函数并借助 Kullback-Leibler 距离(K-L 距离)<sup>[14]</sup>进行双向搜索的方法, 在保持低复杂度的同时, 提高了算法性能。

### 2 系统模型

频率选择性衰落信道中, 发射天线数为  $K$ , 接收天线数为  $N$  的 V-BLAST 系统的输入数据流  $\mathbf{d}$  经过串并变换, 成为  $K$  路并行数据子流  $\mathbf{d}_i (i=1, \dots, K)$ , 调制后对应调制符号子流  $\mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{x}_i$  经发射天线  $i$  进行发送。在准静态瑞利富散射多径传播环境下, 每个收发天线对之间均存在一个频率选择性衰

落信道。假定各信道具有相同数量的传播路径<sup>[7]</sup>, 记为  $L$ , 各信道中路径延迟也相同, 且各信道、各径统计独立。则每个信道均可用一个  $L$  阶 FIR 滤波器表示, 其相邻抽头延迟等于调制符号周期  $T_s$ 。记  $h_{i,j}(l)$  为发送天线  $i$  与接收天线  $j$  间信道的第  $l$  个抽头系数, 则其服从均值为 0 的复高斯分布且满足功率归一化条件。

记  $t$  时刻  $\mathbf{x}_i$  中传输的调制符号为  $x_i(t)$ , 而  $\mathbf{y}_j$  中的接收符号为  $y_j(t)$ , 白噪声序列  $\mathbf{n}_j$  中的样值为  $n_j(t)$ , 则有

$$y_j(t) = \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L x_i(t-l)h_{i,j}(l) + n_j(t) = z_j(t) + n_j(t) \quad (1)$$

式中  $z_j(t)$  表示  $t$  时刻天线  $j$  上的接收符号。可见,  $\mathbf{y}_j$  与  $\mathbf{x}_i (i=1, \dots, K)$  构成了  $K$  入 1 出的卷积约束关系。故  $\mathbf{y}_j (j=1, \dots, N)$  与  $\mathbf{x}_i (i=1, \dots, K)$  之间构成了  $K$  入  $N$  出的卷积约束关系, 可采用 BCJR 算法<sup>[8]</sup>进行概率译码。

### 3 概率译码算法

本节首先介绍了 BCJR 算法原理, 然后简介了 M-BCJR 算法<sup>[10]</sup>与双向 M-BCJR 算法<sup>[12]</sup>原理, 最后引用了 Kullback-Leibler 距离(K-L 距离)的定义并对其物理意义进行了分析。

#### 3.1 BCJR 算法

对  $\mathbf{x}_i$ 、 $\mathbf{y}_j$  分帧, 每帧含  $T$  个调制符号, 则  $\mathbf{y}_j = [y_j(1) \dots y_j(T)]^T$ , 其中  $[\bullet]^T$  表示向量  $[\bullet]$  的转置。而所有接收天线上的接收子数据流可以用以  $\mathbf{y}_j$  为列的矩阵  $\mathbf{Y}$  表示, 即  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_N]$ 。则  $t$  时刻所有天线的接收符号为  $\mathbf{Y}$  的第  $t$  行, 记为  $\mathbf{Y}_t$ ; 而  $u$  时刻到  $v$  时刻所有天线接收到数据符号

为  $\mathbf{Y}$  的第  $u$  行到第  $v$  行的所有行向量组成的子矩阵, 记为  $\mathbf{Y}_u^v$ 。

BCJR 算法的目标即是求解后验概率  $P(x_i(t) | \mathbf{Y})$ 。以  $S_t$  表示  $t$  时刻系统的状态, 则若  $x_i(t)$  有  $Q$  种可能取值,  $S_t$  即有  $Q^{K(L-1)}$  种可能取值。由 Bayes 公式, 可表示为

$$P(x_i(t) | \mathbf{Y}) = \frac{P(x_i(t), \mathbf{Y})}{P(\mathbf{Y})} = \frac{1}{P(\mathbf{Y})} \cdot \sum_{\substack{(S(t), S(t+1)) \\ \in V(x(i,t))}} \alpha(S(t))\gamma(S(t), S(t+1))\beta(S(t+1)) \quad (2)$$

其中  $\alpha(S(t)) = P(S(t), \mathbf{Y}_1^t)$ ,  $\gamma(S(t-1), S(t)) = P(S(t), \mathbf{Y}_t | S(t-1))$ ,  $\beta(S(t)) = P(\mathbf{Y}_{t+1}^T | S(t))$ , 分别称为前向概率, 转移概率与反向概率。而集合  $V(x(i,t))$  表示由  $S(t)$  转移至  $S(t+1)$  时调制符号可取值  $x_i(t)$  的所有状态对  $(S(t), S(t+1))$  组成的集合。

若  $(S(t), S(t+1))$  对应的所有接收天线上的接收符号记为  $\mathbf{Z}(t) = [z_1(t) \cdots z_N(t)]$ , 则转移概率为  $\gamma(S(t-1), S(t)) = P(\mathbf{X}(t) | \mathbf{Z}(t))P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{Z}(t))$ , 其中,  $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{x}_1(t) \cdots \mathbf{x}_K(t)]$ 。而  $P(\mathbf{X}(t))$  为  $\mathbf{X}(t)$  的先验概率, 在无其它辅助信道提供先验信息时, 一般假设  $\mathbf{X}(t)$  各个可能取值出现的概率相等; 而  $P(\mathbf{Y}_t | \mathbf{Z}(t))$  表示信道转移概率,  $\mathbf{Y}_t$  是均值向量为  $\mathbf{Z}(t)$ , 协方差矩阵为  $\sigma^2 \mathbf{I}$  的  $N$  维复高斯向量。这里,  $\mathbf{I}$  为  $N$  阶单位阵,  $\sigma^2$  为接收机白噪声方差。

按照条件概率分布公式, 前向概率、后向概率均可利用转移概率进行递推, 即

$$\alpha(S(t)) = \sum_{S(t-1)} \alpha(S(t-1))\gamma(S(t-1), S(t)) \quad (3)$$

$$\beta(S(t)) = \sum_{S(t+1)} \beta(S(t+1))\gamma(S(t), S(t+1)) \quad (4)$$

在初始寄存器阵列置零与加入归零尾比特的条件下, 可假设递推的初始条件为

$$\left. \begin{aligned} \alpha(S(0) = 0) = 1 \\ \alpha(S(0) \neq 0) = 0 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \beta(S(T+1) = 0) = 1 \\ \beta(S(T+1) \neq 0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

### 3.2 M-BCJR 算法

M-BCJR 算法的基本思路是: 对  $t$  时刻的状态  $S(t)$ , 以前向概率  $\alpha(S(t))$  作为度量; 在  $t$  时刻, 保留前  $M$  个度量最大的状态作为可能的状态, 展开这  $M$  个状态求解  $t+1$  时刻的前向概率  $\alpha(S(t+1))$ , 并保留展开状态中前  $M$  个度量最大的状态作为可能的状态, 依次类推。

### 3.3 双向 M-BCJR 算法

双向 M-BCJR 算法的特点是不仅利用前向概率作为度量函数进行状态选取, 而且利用反向概率作为度量函数进行状态选取。相应的状态选取过程分别称为前向搜索与后向搜索。

### 3.4 Kullback-Leibler 距离

对离散随机变量  $X$ , 其概率质量函数由  $p_i$  变为  $q_i$  时的 Kullback-Leibler 距离(K-L 距离)代表了两种概率分布间信

息量的差异, 定义为<sup>[14]</sup>

$$D(p_i, q_i) = \sum_i p_i \log(p_i/q_i) \quad (6)$$

若按  $p_i$  分布的随机变量  $X$  的熵( $X$  信息量的度量)为  $H(X) = -\sum_i p_i \log p_i$ , 则以  $q_i$  代替  $p_i$  时, 熵的近似表示为

$$\tilde{H}(X) = -\sum_i p_i \log q_i。故而, K-L 距离为$$

$$D(p_i, q_i) = \tilde{H}(X) - H(X) \quad (7)$$

## 4 改进算法

本节在双向 M-BCJR 算法的基础上给出了改进的概率译码算法。改进算法在保留状态选取的搜索过程中, 考虑采用后验概率代替前向概率或后向概率作为保留状态选取的度量函数。而以新的度量函数为基础, 引入了一种以 K-L 距离计算为基础的联合搜索过程。

### 4.1 度量函数的改进与双向联合搜索过程

对  $t$  时刻的状态  $S(t)$ , 由式(2)可见, 前向概率  $\alpha(S(t))$  的取值仅与观测统计量  $\mathbf{Y}_1^t$  有关, 后向概率  $\beta(S(t))$  的取值仅与观测统计量  $\mathbf{Y}_{t+1}^T$  有关。而译码时的观测统计量为  $\mathbf{Y}$ , 故而用后验概率  $P(S(t) | \mathbf{Y})$  作为保留状态选取的度量函数可以更充分利用观测统计量, 获得更可靠的统计结果。利用前向概率、后向概率, 可得

$$\begin{aligned} P(S(t) | \mathbf{Y}) &= \frac{1}{P(\mathbf{Y})} P(S(t), \mathbf{Y}_1^t, \mathbf{Y}_{t+1}^T) \\ &= \frac{1}{P(\mathbf{Y})} \alpha(S(t))\beta(S(t)) \end{aligned} \quad (8)$$

故而, 在已知前向概率、后向概率的条件下, 可以用式(8)求解度量函数  $P(S(t) | \mathbf{Y})$ 。前向概率、后向概率可以采用前向搜索、后向搜索计算。在前向搜索过程中,  $t$  时刻状态  $S(t)$  的对应的后向概率若尚未计算, 则假定所有状态的后向概率均相等。同理, 后向搜索过程中前向概率未知时, 假定所有状态的前向概率均相等。

利用 K-L 距离的联合搜索的步骤如下:

(1)参数初始化。按照式(9)初始化 0 时刻的前向概率与  $T+1$  时刻的后向概率。设置前向搜索时间索引  $F=0$ 、后向搜索时间索引  $B=T+1$ 。

(2)当  $F < B$  时, 尝试进行  $F+1$  时刻的前向搜索与  $B-1$  时刻的后向搜索, 利用式(8)选择各自的保留状态, 并计算全部展开状态对应概率分布与保留状态对应概率分布间的 K-L 距离, 选择 K-L 距离较小的搜索方向作为最终的搜索方向, 修改该方向的时间索引。当  $F \geq B$  时, 则可直接按照式(8), 进行与 M-BCJR 算法相同的前向搜索与后向搜索过程。若  $F = T+1$ , 则不再进行前向搜索。若  $B = 0$ , 则不再进行后向搜索。

当  $F < B$  时的具体流程详细描述如下:

(a)按式(8)计算  $F+1$  时刻的度量函数  $P(S(F+1) | \mathbf{Y})$ 。

若状态数超过  $M$ ，则保留度量函数最大的前  $M$  个状态，并取未保留状态的度量函数为零。对度量函数进行概率质量函数归一化，记为  $\tilde{P}(S(F+1)|\mathbf{Y})$ ，计算  $\tilde{P}(S(F+1)|\mathbf{Y})$  与  $P(S(F+1)|\mathbf{Y})$  的 K-L 距离，记为  $D_f(\tilde{P}(\bullet), P(\bullet))$ 。类似，计算  $B-1$  时刻的状态度量函数  $P(S(B-1)|\mathbf{Y})$ ，对保留状态后的度量函数进行概率质量函数归一化，记为  $\tilde{P}(S(B-1)|\mathbf{Y})$ ，并计算  $\tilde{P}(S(B-1)|\mathbf{Y})$  与  $P(S(B-1)|\mathbf{Y})$  的 K-L 距离，记为  $D_b(\tilde{P}(\bullet), P(\bullet))$ 。

(b) 比较  $D_f(\tilde{P}(\bullet), P(\bullet))$  与  $D_b(\tilde{P}(\bullet), P(\bullet))$  的取值。若较小值作为联合搜索下一步的方向，修正其索引及度量，而保持另一搜索索引及搜索结果不变。

(3) 判断搜索过程是否结束，并进行相应处理。若  $F = T + 1$  且  $B = 0$ ，则结束搜索；否则，转至(2)进行下一步的联合搜索。

#### 4.2 算法复杂度估算

BCJR 算法的复杂度主要集中在前向概率与后向概率计算<sup>[8]</sup>。除过渡状态外， $t$  时刻需计算  $Q^{K(L-1)}$  个  $\alpha(S(t))$  与  $\beta(S(t))$ ，需  $Q^{K(L-1)} \cdot Q^K = Q^{KL}$  次乘法，及  $Q^{K(L-1)}$  次  $Q^K$  个数的加法。而采用双向 M-BCJR 算法时， $t$  时刻计算  $\alpha(S(t))$  与  $\beta(S(t))$  时，仅需  $MQ^{K(L-1)}$  次乘法，以及  $Q^{K(L-1)}$  次  $M$  个数的加法。

以双向 M-BCJR 算法作为比较对象，算法复杂度的增加包括两部分：一是由于改进度量函数带来的复杂度增加；二是由于联合搜索及计算 K-L 距离带来的复杂度增加。由式(8)，相对双向 M-BCJR 算法，第 1 部分的复杂度增加为：每一个搜索过程的展开状态增加一次乘法运算。而分析 3.2 节步骤(2)可得，考虑前后过渡状态的影响，为确定搜索方向而进行的 K-L 距离计算的计算次数不超过  $T$  次。由于取未保留状态度量为 0，未保留状态在 K-L 距离计算过程中贡献的分量为 0，故而每时刻参与 K-L 距离计算的状态不超过  $M$  个状态。分析式(8)可知，每次计算 K-L 距离，需要进行  $2M$  次乘(除)法、 $M$  次对数运算及  $M$  次加法运算。故而，第 2 部分复杂度增加近似与处理帧长成正比，与保留状态总数  $M$  成正比。

与双向 M-BCJR 算法的复杂度相比， $t$  时刻改进算法中由于 K-L 距离计算而增加的各种运算均为  $M$  的 1-2 倍，一般远小于 BCJR 算法中的  $Q^{K(L-1)}$ 。故而可认为本文给出的改进算法保持了较低的运算复杂度。

#### 5 仿真结果

下文对  $K = 2$ ， $N = 1$  时系统的性能进行了仿真。调制方式为 QPSK，即  $Q = 2$ ，数据帧长  $T = 200$ ，多径数  $L = 3$ ，符号持续周期即多径时延间隔为  $T_s = 2\mu\text{s}$ ，最大多普勒频移为 10Hz。各多径功率分布服从负指数分布。信道编码为码率为 1/2，抽头系数为  $(5_s, 7_s)$  的卷积编码。编码器输出与 V-BLAST 系统间采用了随机比特交织，交织深度与数据帧

长相等。并假设信道估计为理想信道估计，且系统同步误差为零。此时，系统总状态数为  $Q^{K(L-1)} = 256$  状态。选择 M-BCJR 算法、双向 M-BCJR 算法与改进双向 M-BCJR 算法参数均为  $M=64$ 。

图 1 中给出了未编码时各种算法的性能，可见，改进算法的性能与 BCJR 算法性能差约 1dB，而中高信噪比时相对双向 M-BCJR 算法有约 2dB 的性能改善。图 2 中给出了编码时各种算法的性能，可见，改进算法性能与 BCJR 算法性能差约 1dB，而中高信噪比条件下相对双向 M-BCJR 算法有约 3dB 的性能改善。

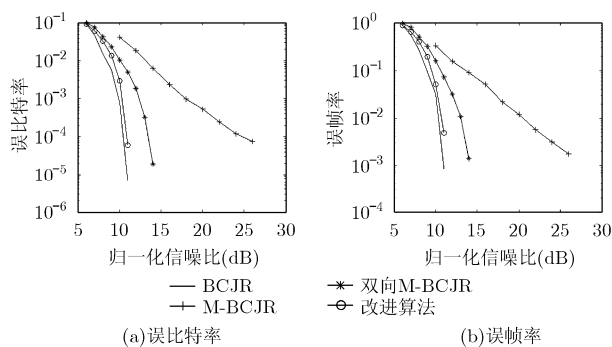


图 1 未编码情况下各种算法性能比较

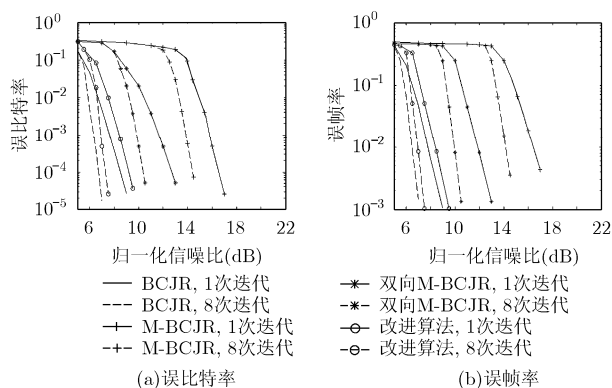


图 2 编码情况下各种算法性能比较

#### 6 结束语

论文基于双向 M-BCJR 算法，通过改进度量函数并结合 K-L 距离进行双向联合搜索，给出了一种用于频率选择性信道中 V-BLAST 系统的概率译码算法。分析与仿真表明，改进算法在保持较低的运算复杂度的基础上，性能更接近最优算法。

#### 参考文献

- [1] Foschini G J. Layered space-time architecture for wireless communication in fading environment when using multi-element antennas [R]. *Bell Labs Technical Journal*, 1996, 2(1): 41-59.
- [2] 黄丘林, 史小卫. 衰落信道下 MIMO-OFDM 系统信道容量分析 [J]. *电子与信息学报*, 2007, 29(12): 2948-2951.

- Huang Qiu-lin and Shi Xiao-wei. Analysis of the channel capacity of MIMO-OFDM systems under fading environments [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(12): 2948–2951.
- [3] 刘占利, 赵春明, 王静, 孟庆民. MIMO-OFDM 系统中的 Turbo 子载波均衡 [J]. 电子与信息学报, 2007, 29(1): 148–151.
- Liu Zhan-li, Zhao Chun-ming, Wang Jing, and Meng Qing-min. Turbo per-tone equalization for MIMO OFDM systems [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(1): 148–151.
- [4] Berrou C, Glavieux A, and Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes [C]. IEEE ICC'1993. Geneva, May 1993, 2: 1064–1070.
- [5] Mackay D J C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices [J]. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1999, 45(2) : 399–431.
- [6] Lee Heunchul, Lee Byeongsi, and Lee Inkyu. Iterative detection and decoding with an improved V-BLAST for MIMO-OFDM systems [J]. *IEEE Journal of Selected Areas on Communications*, 2006, 24(3): 504–513.
- [7] So Daniel K C and Cheng Roger S. Layered maximum likelihood detection for MIMO systems in frequency selective fading channels [J]. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2006, 5(4): 752–762.
- [8] Bahl L R, Cocke J, Jelinek F, and Raviv J. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate [J]. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1974, 20(1): 284–287.
- [9] Anderson J B. Limited search trellis decoding of convolutional codes [J]. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1989, 35(9): 944–955.
- [10] Fragouli C, Al-Dhahir N, Diggavi S N, and Turin W. Prefiltered space-time M-BCJR equalizer for frequency-selective channels [J]. *IEEE Trans. on Communications*, 2002, 50(5): 742–753.
- [11] Vithanage C M, Andrieu C, and Piechocki R J. Approximate inference in hidden markov models using iterative active state selection [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, Feb 2006, 13(2): 65–68.
- [12] Bokolamulla D, Hansson A, and Aulin T M. Low-complexity iterative detection based on limited bi-directional search [J]. *IEE Proc. Communications*, 2006, 153(6): 933–938.
- [13] Vithanage Cheran M, Andrieu Christophe, and Piechocki Robert J. Novel reduced-state BCJR algorithms [J]. *IEEE Trans. on Communications*, 2007, 55(6): 1144–1152.
- [14] Cover T and Thomas J. Elements of Information Theory [M]. New York: Wiley, 1991: 18–19.
- 赵东峰: 男, 1976 年生, 博士生, 研究方向为下一代移动通信中的物理层技术.
- 莫 勇: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为下一代移动通信中的物理层技术.
- 李道本: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为下一代移动通信.