

## 基于空间映射复 Directionlet 变换的图像纹理分类

白 静 贾建华 焦李成

(西安电子科技大学智能信息处理研究所和智能感知与图像理解教育部重点实验室 西安 710071)

**摘 要:** Directionlet 变换具有多方向各向异性基函数,能有效捕捉图像的奇异性特征。该文在此基础上构造了一种空间映射的复 Directionlet 变换,使其具备了更为灵活的方向选择性和近似的平移不变性。利用空间映射方法获得 Directionlet 变换的复函数空间,对多尺度各方向子带系数提取能量特征用于图像纹理分类。通过对 Brodatz 图像库及真实 SAR 图像的纹理分类实验表明,该文算法较之小波分析及其它多尺度几何分析方法,具有更优的纹理分类性能,也验证了 Directionlet 工具在图像分析中的应用潜力。

**关键词:** SAR 图像; Brodatz 图像; Directionlet 变换; 空间映射; 纹理分类

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)06-1332-05

## Texture Classification Based on Mapping Complex Directionlet

Bai Jing Jia Jian-hua Jiao Li-cheng

(Key Laboratory of Intelligent Perception and Image Understanding of Ministry of Education of China,  
Institute of Intelligent Information Processing, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Directionlet transform can capture the image singularity due to possessing the multi-direction anisotropic basis functions. A texture classification algorithm based on the Mapping complex Directionlet Transform (M-DT) is proposed, which provides better directionality and approximate shift invariance. By space mapping for the texture image, then complex Directionlet transform is applied to the mapped image, and the multiscale subband coefficient energy feature is used for texture classification. The experiments using texture images from Brodatz and real SAR images indicate the proposed method outperforms wavelets and Multiscale Geometric Analysis (MGA) approaches, the potential application to image analysis by Directionlet is thus proved.

**Key words:** SAR image; Brodatz image; Directionlet transform; Space mapping; Texture classification

### 1 引言

小波变换作为一种多分辨分析工具,在信号及图像处理领域得到了成功应用。然而二维及高维情况下,小波分析未能充分利用数据本身特有的几何特征,例如由一维小波张成的可分离小波,其各向同性(isotropic)基函数只包括水平,垂直和对角方向,不能“最优”表示高维空间的奇异性。一些推动小波分析发展的研究者致力于发展新的高维函数最优表示方法,提出了多尺度几何分析(Multiscale Geometric Analysis, MGA)的概念。目前 MGA 工具主要包括: Brushlet 变换<sup>[1]</sup>, Ridgelet 变换<sup>[2]</sup>, Curvelet 变换<sup>[3]</sup>, Contourlet 变换<sup>[4]</sup>, 以及 Directionlet 变换等<sup>[5-7]</sup>。其中, Directionlet 变换作为一种新的图像表示工具,能有效地捕捉各向异性几何特征,解决了各向同性基函数方向性有限等问题。

图像中纹理信息不仅描述了局部灰度统计特性,而且描述了图像组织排列特征及其与周围环境的联系。对纹理结构的分类是图像分析的重要部分。经典的统计分析方法利用图像的统计特性求特征值,主要包括直方图统计特征、自相关函数、不同灰度级的相关频率法以及灰度共生矩阵(GLCM)<sup>[8]</sup>。但这类方法仅是从单一尺度上提取纹理信息,对图像纹理特征利用并不充分。Mallat 首先将小波变换应用于纹理分析,随后一些基于多尺度几何分析的纹理分类方法逐渐成为研究热点。

本文主要工作是提出了一种基于空间映射的复 Directionlet 变换(M-DT),并分析了其适合于纹理分析的重要特性。M-DT 采用基于整数格的多方向各向异性基函数,滤波器设计源于二维小波变换,具有可分离滤波和临界采样结构,且可完全重构,通过空间的映射滤波使变换具备复函数特征,同时进一步扩展了方向选择性。因此 M-DT 具备:(1)近似平移不变性;(2)较强的方向分析能力。基于 M-DT 的特点,考虑到方向性是纹理的重要特征,本文将 M-DT 引入到图像的纹理分析中,将纹理的方向信息反映到 M-DT 不同尺度的方向子带中,提取其分解子带的能量特征进行纹理

2008-04-28 收到, 2009-01-06 改回

国家 863 计划项目(2007AA12Z136), 国家 973 规划项目(2006CB705700), 国家自然科学基金(60672126), 国家教育部博士点基金(20050701013); 教育部长江学者和创新团队支持计划(IRT0645)资助课题

分类。选取 Brodatz 纹理库和真实 SAR 图像中不同地物目标图像进行分类实验, 较之 GLCM, 小波和其他多尺度几何分析的方法, 在以不同分解层次和样本数目的对比实验中, 本文 M-DT 方法都能获得更优的纹理分类性能。

## 2 Directionlet 变换

小波分析在一维所具有的优异特性并不能简单的推广到二维或者更高维<sup>[6]</sup>。自然图像的不连续性往往体现为光滑曲线的奇异性, 例如边缘和轮廓部分, 这些奇异性属于图像的各向异性特征, 不能被各向同性变换有效捕捉。标准的二维小波变换(DWT)中, 同尺度下沿水平方向的一维滤波及采样次数与垂直方向相同, 是各向同性的, 如图 1(a)。而在各向异性小波变换(Anisotropic Wavelet Transform)AWT ( $n_1, n_2$ )中, 沿水平与垂直方向的一维滤波和采样次数并不相等, 即  $n_1 \neq n_2$ 。由各向异性比  $\rho = n_1/n_2$  决定 AWT( $n_1, n_2$ )基函数的延展性。以 AWT(2,1)为例, 它沿水平方向做两次滤波和采样, 而沿垂直方向只做一次滤波和采样处理, 如图 1(b)所示。DWT 的空间各向同性结构及方向性的缺乏使其表示图像中的奇异曲线时生成大量非零系数, 如图 1(c)所示, 而具有多方向各向异性基函数能够利用较少的系数更为准确地描述奇异性曲线, 如图 1(d)所示。

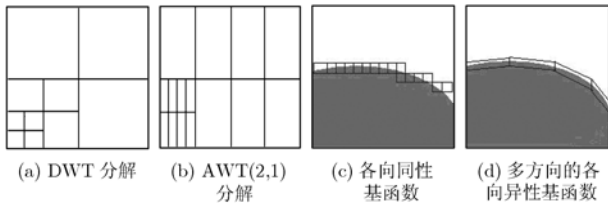


图 1

为了构造多方向基函数, 可以采用整数格实现有理斜率的方向组合<sup>[7]</sup>。定义满秩整数格  $\Lambda$  是由两个线性无关的整数向量  $\mathbf{d}_1$  与  $\mathbf{d}_2$  经线性组合构成的点集合, 整数格  $\Lambda$  的生成矩阵记为  $\mathbf{M}_\Lambda = (\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2)^T$ 。因此, 整个格空间  $\mathbb{Z}^2$  被分成  $|\det(\mathbf{M}_\Lambda)|$  个整数格  $\Lambda$  的陪集, 每个陪集对应 1 个位移矢量  $\mathbf{s}_k = (s_{k1}, s_{k2})$ , 其中  $k = 0, 1, 2, \dots, |\det(\mathbf{M}_\Lambda)| - 1$ 。首先对陪集中的格  $\Lambda$  沿着第 1 个向量  $\mathbf{d}_1$  方向进行一维小波变换(包括滤波和采样处理), 采样后的点集沿第 2 个向量  $\mathbf{d}_2$  方向排列, 形成子格  $\Lambda_1$ , 其生成矩阵为  $\mathbf{M}_{\Lambda_1} = (2\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2)^T$ 。图 2 以  $45^\circ$  和  $-45^\circ$  方向为例, 相应的格  $\Lambda$  将图中像素分为两组陪集。对各陪集沿  $45^\circ$  方向进行采样, 剩余的点集沿  $-45^\circ$  方向排列。

Directionlet 变换将基于格的滤波采样处理与 AWT 的频域分解方式相结合, 构造出斜各向异性小波变换(Skewed Anisotropic Wavelet Transform, S-AWT), 能够有效表示图像中不同方向各向异性特征。其基函数为 S-AWT ( $\mathbf{M}_\Lambda, n_1, n_2$ ), 其中

$$\mathbf{M}_\Lambda = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix}, \quad a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

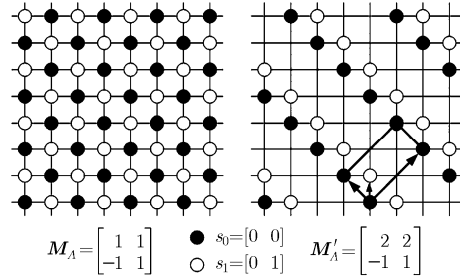


图 2  $45^\circ$  与  $-45^\circ$  方向的整数格划分

称向量  $\mathbf{d}_1$  (斜率  $r_1 = b_1/a_1$ ) 表示的方向为变换方向, 向量  $\mathbf{d}_2$  (斜率  $r_2 = b_2/a_2$ ) 为队列方向。通过变换方向和队列方向的选择, 构造相应的生成矩阵  $\mathbf{M}_\Lambda$ , 捕捉更多的方向信息。

## 3 基于空间映射的复 Directionlet 变换

### 3.1 复 Directionlet 变换

Directionlet 克服了小波变换各向同性和方向性有限的缺点, 实现了图像的多方向各向异性表示, 但它并不具备平移不变性, 并且缺乏相位信息。本文提出一种基于空间映射的复 Directionlet 变换(M-DT), 利用映射滤波后的多方向各向异性小波变换来构造基函数。该变换具备近似平移不变性和相位信息, 同时进一步提高了实值 Directionlet 变换的方向选择性, 并保持了其完全重构特性和滤波设计的简易性。

首先我们利用二维 Softy 空间的映射来获得复函数空间<sup>[9,10]</sup>。映射滤波器  $h^+$  和  $h^-$  分别由两通道滤波器组中低通和高通分解滤波器  $h_0$  与  $h_1$  进行  $\pi/2$  的频率位移生成。  $h^+$  在  $[0, \pi]$  时为带通,  $[-\pi, 0]$  时为带阻, 保留输入的正频率部分, 抑制其负频率部分。  $h^-$  与  $h^+$  相反, 保留负频率部分, 抑制正频率部分。二维映射滤波器组的构造如图 3(a) 所示, 下标  $x$  和  $y$  表示滤波分别沿垂直和水平方向。

在经映射滤波后的复函数空间上做多方向陪集划分和 AWT 分解, 就得到了基于空间映射的复 Directionlet 变换 (Mapping-based complex Directionlet Transform, M-DT)。将对应于  $h_0$  和  $h_1$  的重构滤波器  $g_0$  和  $g_1$  分别左右频移  $\pi/2$  来构造逆映射滤波器  $g^-$  与  $g^+$ 。  $g^-$  和  $g^+$  组成一个两通道综合滤波器组, 用以实现由  $h^+$  和  $h^-$  构成的两通道分解滤波器组的逆变换。由于一维信号可以完全由傅里叶域的正频域部分表示, 其负频域部分为冗余信息, 可置零处理。对于二维实值图像, 傅里叶变换域的下半部分也携带冗余信息。对图像进行空间映射后, 通过对系数的每列进行  $h^+$  滤波来消除冗余部分, 并得到一个具有相位信息的复值空间。丢弃的冗余

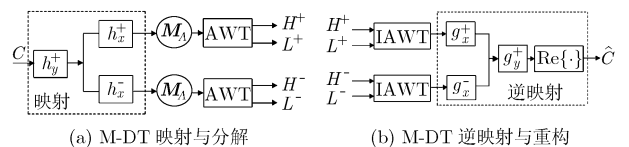


图 3

数据部分由系数的实部经由  $g_y^+$  滤波后恢复，以实现变换的完全重构，如图3(b)所示。

3.2 M-DT的多方向性和近似的平移不变性

二维小波变换只能表示垂直、水平和对角这三个方向信息，复小波也仅能够描述  $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  和  $\pm 75^\circ$  这6个方向信息。Directionlet变换可以捕捉任意两个具有有理斜率的方向信息，而本文提出的M-DT方法比实值Directionlet变换所能够表示的方向信息增加了一倍，对图像的方向特征提取更加有效。本小节以基函数AWT(2,1)为例，图像经一层M-DT分解后，图4(a)为分解后的傅里叶平面划分，对应于映射滤波器  $h^-$  与  $h^+$  共得到14个高频子带： $H_1^-, H_2^-, H_3^-, H_4^-, H_5^-, H_6^-, H_7^-$  和  $H_1^+, H_2^+, H_3^+, H_4^+, H_5^+, H_6^+, H_7^+$ ，分别代表着14个不同的方向信息： $\pm 9^\circ$ ,  $\pm 26^\circ$ ,  $\pm 40^\circ$ ,  $\pm 50^\circ$ ,  $\pm 75^\circ$ ,  $\pm 68^\circ$ ,  $\pm 57^\circ$ 。

此外，M-DT还具备近似的平移不变性。当输入信号发生偏移时，若变换后的子带能量能够保持不变，那么此变换具有平移不变性。我们设计了圆盘图像实验来验证M-DT的近似平移不变性<sup>[9,11]</sup>。图4(b)描述了当输入的圆盘图像每向下偏移一个像素单位时，DWT分解后HH的子带能量和基函数为AWT(2,1)的M-DT分解后  $H_7^+$  的子带能量变化，可以看出小波变换的子带能量随输入信号偏移的变化波动非常明显，而M-DT由于具备了近似平移不变性，其子带能量基本上不随输入信号的偏移而变化。

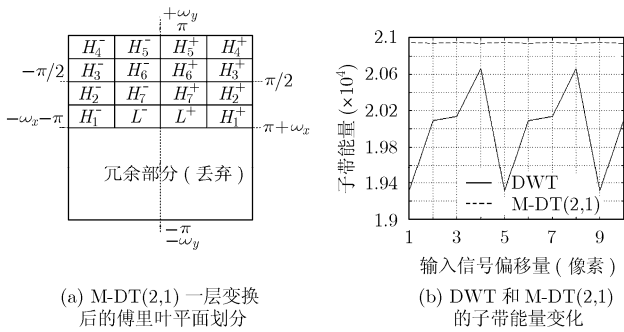


图4

4 仿真实验及讨论

4.1 能量特征提取

方向信息是纹理图像中描述纹理结构的主要特征之一，即纹理样式在图像中都具备一定的方向性，多尺度几何分析方法能刻画不同尺度和方向的纹理信息。结合上一节对M-DT特性的讨论，我们将M-DT应用于图像纹理分类，来进一步验证M-DT方法的有效性。同时，纹理是图像中的突变部分，也是能量较大的部分，因此图像在多尺度变换域中的能量特征得到了较多关注<sup>[12,13]</sup>。鉴于计算复杂度，本文实验采用两个简单的陪集，其生成矩阵为  $M_{A_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  和

$$M_{A_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

，并分别结合各向异性小波基 AWT(2,1)和

AWT(3,2)来构造 M-DT(2,1)和 M-DT(3,2)。图像经 M-DT 变换后，对分解到不同层次的各方向子带上的纹理信息，用包括低频在内所有子带的 1 范数能量特征来表示。若 M-DT 变换后子带系数矩阵元素用  $C_{k,l}$  表示，则能量特征可表示为

$$F_E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l |C_{k,l}| \tag{2}$$

式中  $N=k \times l$  表示系数矩阵中元素个数。

实验中对比方法包括灰度共生矩阵(GLCM)<sup>[8]</sup>，小波及非下采样小波变换，二元树复小波变换(DTCWT)，Brushlet<sup>[12]</sup>变换和 Contourlet<sup>[4,13]</sup>变换。GLCM 选取二阶统计量作为分类特征，其他对比方法子带特征提取与式(2)相同，其中小波变换采用“db4”小波，Brushlet 变换窗函数长度选为 8，Contourlet 变换采用‘pkva’方向滤波器，1-3 层的方向分解参数分别设为 8; 4,8 和 4,4,8。

4.2 Brodatz 分类实验

实验中首先选用 Brodatz 图像库中纹理图像来检验 M-DT 方法的分类性能。Brodatz 库中共包含 112 种自然纹理。图 5 中给出了其中的 8 幅图像：上面的 D1, D11, D46, D62 代表 4 类均匀纹理，其纹理样式为较规则的线状和块状，纹理延伸方向具有一致性；而下面的 D43, D45, D58, D91 代表 4 种非均匀纹理，其纹理样式相差很大，纹理方向比较杂乱。非均匀纹理在整个 Brodatz 库中约占 1/3 左右<sup>[12]</sup>，共为 35 幅。

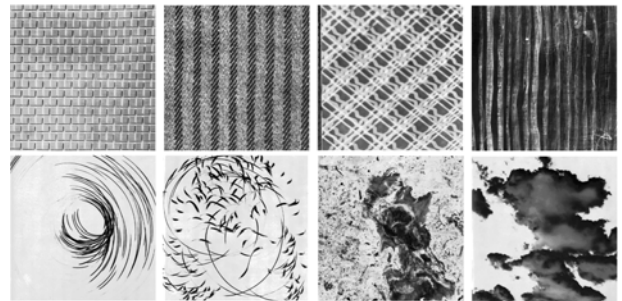


图5 Brodatz 纹理库中 8 幅图像：

- D1, D11, D46, D62;
- D43, D45, D58, D91

非均匀图像的存在会降低分类正确率，但并不影响对分类性能的比较，因此文中选取 77 类均匀纹理组成实验图集。Brodatz 原图大小均选定为 640×640，将每一幅图像划分为 25 个不重叠的纹理子图，每个子图大小为 128×128。以每类纹理中 10 个子图作为训练，余下 15 个子图作为测试，用 4.1 节所述的 M-DT(2,1)和 M-DT(3,2)和其它方法进行对比实验。本文主要讨论利用多尺度几何分析方法来提取纹理特征，暂不考虑所用分类器对分类效果的影响，因此实验中仅选用 KNN 进行分类输出。Brodatz 纹理实验图库选取和实验步骤如下。

步骤 1 将 Brodatz 中每类纹理分成 25 个纹理子图,得到样本数目为  $77 \times 25 = 1925$  的纹理实验图集;

步骤 2 在每一类纹理的 25 个子图中选择 10 个子图作为训练,得到训练样本数目为  $77 \times 10 = 770$ ;

步骤 3 对每一类纹理余下的 15 个子图用作测试,则测试样本数目为  $77 \times 15 = 1125$ ;

步骤 4 根据 4.1 节的论述,分别对步骤 2 和步骤 3 中训练样本和测试样本进行特征提取;

步骤 5 利用 KNN 对步骤 4 中得到的样本特征进行分类,输出分类结果。

表 1 中为各方法的分类正确率统计,均为 20 次运行结果的平均值。 $L$  代表不同的分解层次 1~3,分类器 KNN 中  $K$  取 1~5。分析表中实验结果可以看出,对于不同的分解层次,本文基于 M-DT 的纹理分类方法都能取得较好的分类效果。同时也注意到在 3 层分解时 Contourlet 与 M-DT(2,1) 的分类正确率非常接近,而在文献[13]中,Contourlet 变换 5 层分解时分类正确率达到了 97%。进一步分析发现,由于样本图像大小(128×128)的限制,M-DT(3,2)只能进行 1 层分解,M-DT(2,1)虽然可以进行 3 层分解,但第 3 层子带上出现了频域混叠现象,因此如表 1 中所示,M-DT(2,1)的最佳分类结果出现在其两层分解时(98.51%),这仍然优于 Contourlet 的 5 层分解时结果。

表 1 各方法分类正确率比较(%)

各方法分类结果	$K=1$	$K=2$	$K=3$	$K=4$	$K=5$
GLCM	78.48	76.23	74.57	72.67	70.12
DWT	83.56	81.35	79.32	77.48	73.16
UDWT	85.67	83.26	80.61	79.38	76.27
DTCWT	88.47	86.13	83.72	81.45	79.45
$L=1$ Brushlet	64.95	61.56	58.57	55.32	52.23
Contourlet	86.24	85.32	83.25	81.86	80.25
<b>M-DT(2,1)</b>	<b>95.22</b>	<b>93.75</b>	<b>92.81</b>	<b>90.56</b>	<b>89.67</b>
<b>M-DT(3,2)</b>	<b>97.67</b>	<b>96.22</b>	<b>96.10</b>	<b>95.00</b>	<b>94.73</b>
DWT	87.56	84.23	82.13	78.35	76.48
UDWT	89.32	87.45	84.37	81.27	79.13
DTCWT	91.35	88.12	86.43	85.12	82.74
$L=2$ Brushlet	85.60	84.56	83.25	81.67	80.26
Contourlet	90.44	88.77	86.32	84.13	82.35
<b>M-DT(2,1)</b>	<b>98.51</b>	<b>98.12</b>	<b>97.80</b>	<b>97.37</b>	<b>97.12</b>
DWT	90.85	86.45	84.22	83.17	81.23
UDWT	92.48	88.75	87.69	85.35	84.17
DTCWT	94.07	92.87	91.56	89.45	86.32
$L=3$ Brushlet	93.24	89.65	89.52	87.38	86.59
Contourlet	94.42	93.32	91.34	89.31	86.96
<b>M-DT(2,1)</b>	<b>95.02</b>	<b>93.34</b>	<b>92.75</b>	<b>91.23</b>	<b>88.67</b>

实验中还给出了在训练样本数逐步增加时各方法分类性能的比较。图 6 给出了不同训练样本时各方法的分类性能曲线,其中横轴为每类纹理选取的训练样本数目,纵轴代表分类正确率。所有方法均采用表 1 中较好结果对应的分解层次,分类器 KNN 中  $K$  取值为 1。对比图中曲线,本文方法在训练样本不同时都取得了较好的分类效果,特别是在小样本条件下具有较高的分类性能,在训练样本为 4~6 时 M-DT(2,1)和 M-DT(3,2)的分类正确率接近或超过了 95%,这对于一些不易获得训练样本的分类情形,如目标遮挡图像或 SAR 图像等具有积极的应用价值。

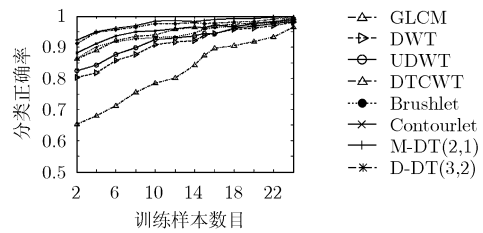


图 6 不同训练样本数目时分类性能曲线

### 4.3 SAR 图像不同地物分类实验

纹理特性能反映 SAR 图像局部区域的像素统计特性和空间分布信息,为不同地物分类提供了重要依据。本文从无人机 SAR 图像中截取不同地物目标图像组成实验图像库,进一步验证基于 M-DT 纹理分类算法的性能。

从无人机 SAR 图像中选择了 3 类地物图像,依据不同的纹理样式大致可分为平地、山脉和建筑物。图 7 依次为从原图中提取的 3 类地物的放大图像,每类分别给出两幅,大小均为 128×128。上面左边两幅为平地,含有农田,道路,主要表现为细的线状纹理,纹理延伸方向较为单一;上面右边两幅是山脉,包含山峰及陡坡,主要表现为粗尺度纹理,且纹理方向缺乏一致性。下面两幅是建筑物区,表现为规则的块状纹理。从图中可看出由于受到噪声和杂波等因素影响,纹理特征体现得不够清晰,增加了对不同地物目标图像分类的难度。

实验步骤和上一节 Brodatz 分类实验类似:从 SAR 原图像中选取 3 类地物目标图像各 10 幅,组成 30 幅的实验图

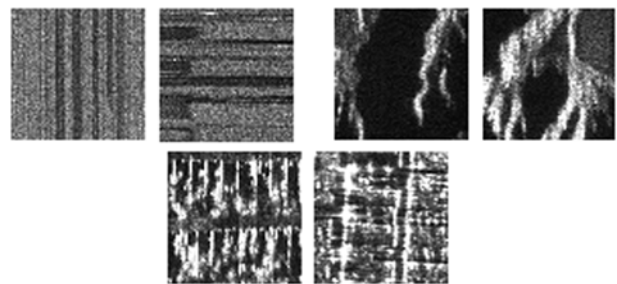


图 7 3 类地物目标图像:平地,山脉,建筑物

表2 各方法对地物图像分类正确率比较(%)

GLCM	DWT	UDWT	DTCWT	Brushlet	Contourlet	M-DT(2,1)	M-DT (3,2)
68.27	73.24	78.72	81.37	82.12	85.74	<b>89.64</b>	<b>87.32</b>

表3 3类地物误分率比较(%)

误分率	GLCM	DWT	UDWT	DTCWT	Brushlet	Contourlet	M-DT(2,1)	M-DT (3,2)
平地	13.48	9.67	9.32	6.45	5.12	4.78	<b>2.35</b>	<b>3.64</b>
山脉	50.13	48.46	35.68	32.87	39.25	24.27	<b>12.13</b>	<b>13.45</b>
建筑物	30.42	25.67	23.97	23.64	24.27	23.45	<b>21.72</b>	<b>22.72</b>

库。对每类地物目标都任意选取2幅图像用于训练，其余作为测试图像，采用表1中各方法较好结果对应的分解层次，分类器KNN中K取1，统计20次分类实验的平均结果。表2中为分类正确率，表3中是对3类地物目标图像的误分率统计。

从表2中分类正确率的比较可以看出，本文M-DT方法正确率均高于GLCM和小波等对比方法。观察表3中3类地物图像误分率的比较结果，对于纹理较为规则的平地，小波和其它多尺度几何分析方法也能较好区分。对表现为粗纹理的山脉，由于其纹理方向无明显规律，分布也不均匀，各方法的误分率差别明显。而本文M-DT方法的误分率明显低于其它对比方法，体现了M-DT具有近似平移不变性和较多的方向选择性。对纹理特征表现并不明显的建筑物，M-DT方法误分率仍低于其它对比方法，说明该方法能区分复杂背景下的纹理信息。结合表2表3说明M-DT对真实SAR图像的地物分类效果要优于其它对比方法。

## 5 结束语

作为一种新的多尺度几何分析工具，Directionlet变换具有多方向及各向异性等优势，本文提出一种基于空间映射的复Directionlet变换(M-DT)，使之具备近似平移不变性的同时，进一步扩展了方向选择性。将M-DT引入图像的纹理分类中，通过对Brodatz纹理库及真实SAR图像中不同地物的分类实验，验证M-DT方法对不同纹理样式分类的有效性。较之传统的灰度共生矩阵、小波变换和其它多尺度几何分析工具，该方法取得了更好的分类性能。本文工作表明了M-DT在图像纹理分析方面的应用潜力，下一步工作将把M-DT应用到纹理分割，目标识别等图像分析的其它领域。同时也注意到，本文侧重于多尺度分析的纹理特征提取，而并未对分类器做深入研究，因此将M-DT的特点与不同分类器结合的分类算法也将作为之后的研究方向之一。

## 参考文献

- [1] Meyer F G and Coifman R R. Directional image compression with Brushlets[C]. Proceedings of the IEEE-SP International Symposium. Paris, France, June 1996: 18-21.
- [2] Candés E J. Ridgelets: theory and applications[D]. [Ph.D. dissertation]. Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- [3] Candés E J and Donoho D L. Curvelets and curvilinear integrals[R]. Department of Statistics, Stanford University, CA, Tech. Rep., Dec. 1999.
- [4] Do M N and Vetterli M. The Contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation[J]. *IEEE Trans. Image on Processing*, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [5] Velisavljević V, Beferull-Lozano B, and Vetterli M, et al. Directionlets: anisotropic multi-directional representation with separable filtering[J]. *IEEE Trans. Image on Processing*, 2006, 15(7): 1916-1933.
- [6] Velisavljević V, Beferull-Lozano B, and Vetterli M, et al. Low-rate reduced complexity image compression using Directionlets[C]. IEEE International Conference on Image Processing. (ICIP), Atlanta, GA, October 2006: 1601-1604.
- [7] Velisavljević V, Beferull-Lozano B, and Vetterli M. Space-frequency quantization for image compression with Directionlets [J]. *IEEE Trans. Image on Processing*, 2007, 16(7): 1761-1773.
- [8] Jobanputra R and Clausi D A. Preserving boundaries for image texture segmentation using grey level co-occurring probabilities[J]. *Pattern Recognition*, 2006, 39(2): 234-245.
- [9] Fernandes F C A, Van Spaendonck R L C, and Burrus C S. Multidimensional, mapping-based complex wavelet transforms[J]. *IEEE Trans. Image on Processing*, 2005, 14 (1): 110-124.
- [10] Fernandes F C A. Directional, shift-insensitive, complex wavelet transforms with controllable redundancy[D]. [Ph.D. dissertation]. Rice Univ. Houston, TX. 1, 2002.
- [11] Simoncelli E P, Freeman W T, and Adelson E H, et al. Shiftable multiscale transforms[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1992, 38(2): 587-607.
- [12] Tan Shan, Zhang Xiang-rong, and Jiao Li-cheng. A Brushlet-based feature set applied to texture classification[C]. CIS. 2004, LNCS 3314: 1175-1180.
- [13] Hu Ying, Hou Biao, and Wang Shuang, et al. Texture classification via stationary-wavelet based Contourlet transform[C]. IWICPAS 2006, 2006, LNCS 4153: 485-494.

白静：女，1982年生，博士生，研究方向为多尺度几何分析和SAR图像处理。  
 贾建华：男，1979年生，博士生，研究方向为计算视觉和图像处理。  
 焦李成：男，1959年生，教授，博士生导师，研究方向为智能信息处理等。