

基于二次型约束的鲁棒自适应波束形成算法

宋昕 汪晋宽 韩英华

(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110004)

摘要: 针对期望信号方向向量存在偏差会导致自适应波束形成算法的性能急剧下降这一问题, 该文提出了一种基于二次型约束的鲁棒自适应波束形成算法。通过对期望信号波达方向附近范围内的方向向量的误差模值进行约束, 来提高算法的鲁棒性, 并在此约束条件下对权重向量进行优化求解, 且优化解中的参数能够准确求出。该算法可有效地控制波束主瓣区域内信号的畸变, 并能够抑制方向向量偏差所带来的影响, 提高了系统的鲁棒性, 同时使干扰和噪声的功率输出最小, 保证了对干扰信号的抑制能力, 改善了阵列输出的信干噪比, 使其更接近最优值。仿真结果验证了所提算法的有效性与优越性。

关键词: 波束形成; 信干噪比; 对角载入; 信号方向向量偏差

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)11-2662-04

Robust Adaptive Beamforming Algorithm with a Quadratic Constraint

Song Xin Wang Jin-kuan Han Ying-hua

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: The performance of adaptive beamforming algorithms is known to degrade severely in the presence of even slight signal steering vector mismatches. To account for the mismatches, a novel robust adaptive beamforming algorithm is proposed. To improve robustness, the weight vector is optimized to involve minimization of a quadratic function subject to the norm of error between the actual and assumed signal steering vectors and the parameter in the optimal solution can be solved accurately. The proposed algorithm can suffer the least distortion from the directions near the steering angle, reduce the influence of the mismatches, and provide an improved robustness against the mismatches. Moreover, it can suppress the interference signals and make the mean output array SINR consistently close to the optimal one. Simulation results demonstrate its validity and superiority as compared with the conventional algorithms.

Key words: Beamforming; Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR); Diagonal loading; Signal steering vector mismatches

1 引言

自适应波束形成是空间信号处理中抑制干扰信号, 增强有用信号的有效方法, 在航天、雷达、声纳和通信系统等领域^[1-5]有着广泛的应用。自适应波束形成通过调整权重向量来改变阵列的方向图, 使波束主瓣对准有用信号, 旁瓣和零陷对准干扰信号, 从而提高接收的信干噪比, 以实现某一准则下的最佳接收。但在方向向量存在偏差、阵元幅相误差、传感器阵列的校正误差等情况下, 传统自适应波束形成算法的性能会急剧下降, 尤其在高信噪比时, 有用信号会被当作干扰而受到抑制。提高自适应波束形成算法对方向向量偏差的鲁棒性一直是人们研究的热点问题, 近年来出现了不少有效的算法。线性约束最小方差(LCMV)波束形成算法通过增加多个方向约束和导数约束^[6], 可减小算法对阵列方向向量偏差的敏感度, 并加宽干扰方向的零陷宽度但要损失阵列的

自由度。特征向量法利用信号子空间与噪声子空间的正交性^[7], 采用信号子空间的信息估计权重向量, 该方法需要正确估计空间信号源数。基于对角载入的波束形成算法是一种简单有效的方法^[8], 但是对于对角载入值仅能确定它的范围, 其具体值只能通过经验来确定, 至今没有很好地解决方法。本文提出的基于二次型约束的优化算法, 在本质上是属于可变对角载入的范畴, 通过对权重向量所形成的空间指向性函数在阵列指向角附近小区域内的加权平方误差进行约束, 可使波束主瓣区域内的信号畸变最小, 同时能有效地抑制干扰。该算法对信号方向向量的偏差具有很强的鲁棒性, 从而改善了输出的信干噪比。仿真实验验证了基于二次型约束的鲁棒波束形成算法的有效性和可行性。

2 信号模型

考虑各向同性的 M 个阵元的均匀线阵, 阵元间距为 d , 期望信号波达方向是 θ_0 , 有 $D-1$ 个干扰源, 波达方向分别为 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{D-1}\}$, 其中 $M > D$ 。以阵列的第1个阵元为基

准, 各个窄带信号在基准阵元的复包络分别为 $s_0(t), s_1(t), \dots, s_{D-1}(t)$, 则第 l 个阵元端接收的信号为

$$x_l(t) = \sum_{i=0}^{D-1} s_i(t) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (l-1)d \sin \theta_i} + n_l(t) \quad (1)$$

其中 λ 为信号的波长, $n_l(t)$ 为第 l 个阵元上均值为零、方差为 σ^2 的白噪声。表示成向量的形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k) &= s_0(k) \mathbf{a} + \mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k) \\ &= \mathbf{s}(k) + \mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{X}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^T$ 为接收向量, $s_0(k)$ 为期望信号, \mathbf{a} 为期望信号的方向向量, $\mathbf{s}(k)$ 为期望信号向量, $\mathbf{i}(k)$ 为干扰向量, $\mathbf{n}(k)$ 为噪声向量。阵列输出为

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{X}(k) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 为权重向量, $(\cdot)^T$ 表示矩阵的转置, $(\cdot)^H$ 表示矩阵的共轭转置。阵列输出的信干噪比定义为

$$\text{SINR} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}} \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{R}_s = E\{\mathbf{s}(k) \mathbf{s}^H(k)\} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_{i+n} = E\{(\mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k))(\mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k))^H\} \quad (6)$$

分别为阵列期望信号的协方差阵, 干扰和噪声的协方差阵。

在信号处理中, 为保证期望信号正常接收, 应尽量减弱和抑制干扰信号, 即增大系统的输出信干噪比。在自适应阵列天线系统中, 通过调整权重向量, 可使系统的输出信干噪比达到最优值, 即

$$\text{SINR}_{\text{opt}} = \sigma_s^2 \mathbf{a}^H \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a} \quad (7)$$

其中 σ_s^2 为信号的功率。式(7)给出了式(4)的输出信干噪比 SINR 的上限。

3 常规波束形成算法

3.1 采样矩阵求逆 Sample matrix inverse (SMI) 算法

式(4)最大化问题可以通过保持期望信号方向的响应不变, 而使干扰和噪声的输出功率为最小来获得最优权重向量, 其等价为一个约束最优化问题:

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}, \text{ subject to } \mathbf{w}^H \mathbf{a} = 1 \quad (8)$$

从式(8)得到最优权重向量为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}} \quad (9)$$

在实际应用中, 精确的噪声与干扰协方差矩阵 \mathbf{R}_{i+n} 是不可用的, 因此常用采样协方差矩阵

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{X}(i) \mathbf{X}^H(i) \quad (10)$$

来代替 \mathbf{R}_{i+n} , 从而得到 SMI 波束形成器^[9]的权重向量为

$$\mathbf{w}_{\text{SMI}} = \alpha \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a} \quad (11)$$

其中 $\alpha = \mathbf{a}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}$ 是归一化常量。

当信号方向向量无偏差时, SMI 波束形成器具有较好的

分辨率和干扰抑制能力, 但在方向向量存在偏差时, SMI 波束形成器的性能会急剧下降, 尤其在信噪比低时, 有用信号会被当作干扰而受到抑制, 这是由于 SMI 波束形成器的输出功率受到式(8)中的约束条件限制, 将有偏差的方向向量作为有用信号进行保护, 而对其他方向的信号(包括实际期望信号和干扰信号)加以抑制, 因此方向图才会在有用信号处形成零陷。

3.2 对角载入 SMI (LSMI) 算法

为了提高 SMI 算法的鲁棒性, 可以采用对角载入的方法, 这就是 LSMI 算法^[8]。它的核心思想是通过在代价函数式(8)中增加一个二次补偿项来调整权重向量, 可以表示为

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{w} + \xi \mathbf{w}^H \mathbf{w}, \text{ subject to } \mathbf{w}^H \mathbf{a} = 1 \quad (12)$$

其中 ξ 为对角载入因子。

LSMI 算法是基于采样协方差矩阵的对角载入算法, 其实质是用对角载入协方差矩阵代替常规的采样协方差矩阵

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{di}} = \hat{\mathbf{R}} + \xi \mathbf{I} \quad (13)$$

利用式(12)和式(13)可以得到 LSMI 波束形成器的权重向量为

$$\mathbf{w}_{\text{LSMI}} = \hat{\mathbf{R}}_{\text{di}}^{-1} \mathbf{a} = (\hat{\mathbf{R}} + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{a} \quad (14)$$

LSMI 算法属于固定对角载入算法, 能够提高存在信号方向向量偏差时自适应波束形成算法的性能, 但这种算法的缺点是对于参数 ξ 的选择不容易得到, 通常根据经验选择特定的值, 典型的是 $10\sigma_n^2$, 这里 σ_n^2 是噪声的功率。

4 鲁棒波束形成算法

针对在实际通信环境中期望信号方向向量存在偏差的情况, 本文提出了鲁棒波束形成算法, 它是指即使在只有不精确的期望信号方向向量可以利用时, 仍能得到良好的输出信干噪比, 且不产生信号相消现象。本文对自适应权重向量所形成的空间指向性函数在阵列指向角附近小区域内的加权平方误差进行约束, 从而可有效控制波束主瓣的畸变, 提高对信号方向向量偏差的鲁棒性, 并使约束区域外的功率输出最小, 从而保证了对干扰信号的抑制能力。

设假定的方向向量为 $\bar{\mathbf{a}}$, 实际的方向向量为 $\tilde{\mathbf{a}}$, 定义在期望信号波达方向的附近区域的误差模值^[10,11]为

$$\begin{aligned} e^2 &= \int_{\theta_0 - \Delta\theta}^{\theta_0 + \Delta\theta} f(\theta) |\mathbf{w}^H (\tilde{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{a}})|^2 d\theta \\ &= \mathbf{w}^H \left[\int_{\theta_0 - \Delta\theta}^{\theta_0 + \Delta\theta} f(\theta) (\tilde{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{a}}) (\tilde{\mathbf{a}} - \bar{\mathbf{a}})^H d\theta \right] \mathbf{w} = \mathbf{w}^H \mathbf{Q} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $f(\theta) = \cos \theta$ 为空域加权函数, $\mathbf{Q} = \int_{\theta_0 - \Delta\theta}^{\theta_0 + \Delta\theta} (\tilde{\mathbf{a}} \tilde{\mathbf{a}}^H - \bar{\mathbf{a}} \bar{\mathbf{a}}^H + \bar{\mathbf{a}} \tilde{\mathbf{a}}^H) d \sin \theta$ 。

鲁棒波束形成算法的代价函数为

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{w}, \text{ subject to } \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{a}} = 1 \quad (16)$$

$$\mathbf{w}^H \mathbf{Q} \mathbf{w} \leq \varepsilon^2$$

式(16)的优化问题不再只是对波束指向方向来的信号进行无畸变约束, 而是对一个波束指向角附近的小区域作无畸变约

束。这样求解的最优权重向量,可以保证在信号方向向量存在偏差时,通过调整波束空间的方向图将波束主瓣对准有用信号,从而得到很好的阵列增益,且不产生信号相消现象。

式(16)的解可通过最小化函数 $L(\mathbf{w}, \lambda, \eta)$ 而得到

$$L(\mathbf{w}, \lambda, \eta) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{w} + \frac{1}{2} \lambda (\mathbf{w}^H \mathbf{Q} \mathbf{w} - \varepsilon^2) + \eta (\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{a}} - 1) \quad (17)$$

其中 λ, η 均为拉格朗日因子。

式(17)对 \mathbf{w} 求梯度可得

$$H(\mathbf{w}, \lambda) = \hat{\mathbf{R}} \mathbf{w} + \lambda \mathbf{Q} \mathbf{w} + \eta \bar{\mathbf{a}} \quad (18)$$

为使式(17)最小,令梯度式(18)为零得

$$\mathbf{w} = -\eta (\hat{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{a}} \quad (19)$$

把式(19)代入式(16)的约束条件中,得到

$$\eta = -\frac{1}{\bar{\mathbf{a}}^H (\hat{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{a}}} \quad (20)$$

将式(20)代入式(19)中,得到权重向量为

$$\mathbf{w} = \frac{(\hat{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{a}}}{\bar{\mathbf{a}}^H (\hat{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{a}}} \quad (21)$$

把式(21)代入式(16)的约束条件中,可得

$$\frac{\bar{\mathbf{a}}^H (\hat{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{a}}}{[\bar{\mathbf{a}}^H (\hat{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{a}}]^2} = \varepsilon^2 \quad (22)$$

对矩阵 $\hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{R}}^{-1/2})^H$ 作特征值分解,即

$$\hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{R}}^{-1/2})^H = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{U}^H \quad (23)$$

其中 \mathbf{U} 为特征向量矩阵, $\mathbf{A} = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M)$, 式中 γ_i 为矩阵束 $(\mathbf{Q}, \hat{\mathbf{R}})$ 的广义特征值, $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_M$ 。则 \mathbf{Q} 可表示为

$$\mathbf{Q} = (\hat{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{U}) \mathbf{A} (\hat{\mathbf{R}}^{1/2} \mathbf{U})^H \quad (24)$$

令 $\hat{\mathbf{R}}^{1/2} (\hat{\mathbf{R}}^{1/2})^H = \mathbf{R}$, 把式(24)代入式(22), 化简可得

$$f(\lambda) = \frac{\mathbf{F}^H (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{A})^{-1} \mathbf{F}}{[\mathbf{F}^H (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{A})^{-1} \mathbf{F}]^2} \quad (25)$$

其中 $\mathbf{F} = \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \bar{\mathbf{a}}$ 。

将式(25)进一步化简为

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^M \frac{|F_i|^2 \gamma_i}{(1 + \lambda \gamma_i)^2} \left/ \sum_{i=1}^M \frac{|F_i|^2}{(1 + \lambda \gamma_i)} \right. = \varepsilon^2 \quad (26)$$

由式(26)可得

$$\varepsilon^2 \leq \frac{\|\mathbf{F}\|^2 / (1 + \lambda \gamma_M)^2}{\|\mathbf{F}\|^4 / (1 + \lambda \gamma_1)^2} = \frac{(1 + \lambda \gamma_1)^2}{\|\mathbf{F}\|^2 (1 + \lambda \gamma_M)^2} \quad (27)$$

式(27)两边开平方, 得到 λ 的取值范围

$$0 \leq \lambda \leq \frac{1 - \varepsilon \|\mathbf{F}\|}{\varepsilon \|\mathbf{F}\| \gamma_M - \gamma_1} \quad (28)$$

利用牛顿的方法解式(26)求出拉格朗日因子 λ , 然后把求出的 λ 代入式(21)中求出权重向量, 算法的计算复杂度为 $O(M^3)$, 主要为特征值分解^[12]。

该算法属于对角载入的范畴。为了讨论上的方便, 可以简化权重向量, 那么权重向量可分解为

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^M \mathbf{Z}_i \frac{\gamma_i}{\lambda \gamma_i + 1} \frac{\mathbf{Z}_i^H \bar{\mathbf{a}}}{\gamma_i} \quad (29)$$

其中 $\mathbf{Z} = (\hat{\mathbf{R}}^{-1/2})^H \mathbf{U}$, \mathbf{Z}_i 为 \mathbf{Z} 的第 i 列。

分析式(29)可以得出, 由于引入二次型的约束条件, 使该算法为对角载入算法。通过因子 $\gamma_i / (\lambda \gamma_i + 1)$ 来缩放信号, 可以减小阵列协方差矩阵的特征值分散度, 控制旁瓣电平, 提高算法的性能。当 \mathbf{Q} 为单位矩阵时, 所提算法为对角载入 SMI 算法, 所以 LSMI 算法为本文算法的特例。

鲁棒波束形成算法的步骤归纳如下:

- (1)根据式(23)进行特征值分解;
- (2)利用牛顿的方法解式(26)可得拉格朗日因子 λ ;
- (3)把所得的 λ 代入式(21)得到权重向量公式

$$\mathbf{w} = \frac{(\hat{\mathbf{R}}^{-1/2})^H \mathbf{U} (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{A})^{-1} \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \bar{\mathbf{a}}}{\bar{\mathbf{a}}^H (\hat{\mathbf{R}}^{-1/2})^H \mathbf{U} (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{A})^{-1} \mathbf{U}^H \hat{\mathbf{R}}^{-1/2} \bar{\mathbf{a}}}$$

- (4)把所得的 \mathbf{w} 代入式(4)中求出输出的信干噪比。

5 仿真实验结果

考虑 10 个阵元的等距线阵, 间距为半个波长, 采样次数为 100, 对于每一点都进行 100 次的仿真实验, 仿真结果如图 1-图 6 所示。假定信号的波达方向为 10° , 真实的期望信号的波达方向为 13° , 即 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_0) = \tilde{\mathbf{a}}(\theta_0 - \Delta)$, 存在 $\Delta = 3^\circ$ 的角度偏差, 两个干扰源的波达方向分别为 -50° 和 50° 。对于 LSMI 算法, $\xi = 10\sigma_n^2$ 。

实验 1 3 种算法阵列方向图的比较

设条件为 SNR = 10dB, 偏差 $\Delta = 2^\circ$ 。图 1 给出了方向向量无偏差情况下 3 种算法在信号波达方向上形成的阵列方向图。图中垂直的划线标明了信号的实际波达方向。从图中可以看出, 鲁棒自适应波束形成算法的方向图在期望信号处形成了很高的增益, 达到了提取有用信号的目的。图 2 给出了方向向量存在偏差时的阵列方向图。从图中可以看出 SMI 算法在有用信号处形成了零陷, 性能最差; LSMI 算法的性能有所改善; 而本文所提的算法在存在偏差的情况下, 波束最大方向与信号真实方向的偏差较小, 克服了信号相消现象, 大大提高了阵列的鲁棒性。

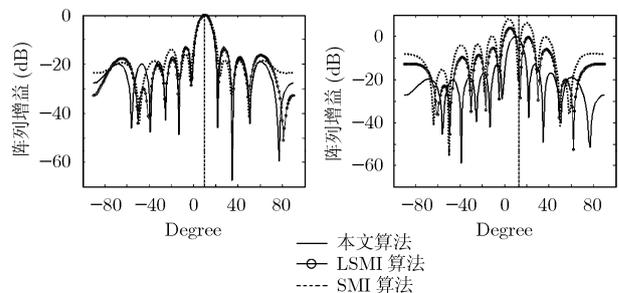


图 1 3 种算法阵列方向图(无偏差)

图 2 3 种算法阵列方向图(2° 偏差)

实验 2 3 种算法输出信干噪比的比较

设条件为信噪比 SNR=0dB, 偏差 $\Delta = 3^\circ$ 。图 3 给出

了无偏差情况下阵列输出的信干噪比 SINR 随采样数目的变化曲线。存在偏差的情况下阵列输出的信干噪比 SINR 随采样数目的变化曲线在图 4 中给出。从实验 2 可以看出, 与 SMI 算法和 LSMI 算法相比, 本文提出的算法对信号方向向量偏差有很强的鲁棒性, 输出信干噪比 SINR 要优于其他两种算法。

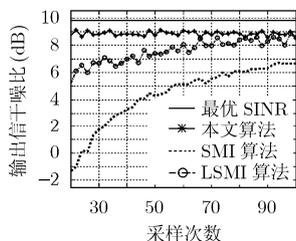


图 3 阵列输出的信干噪比(无偏差)

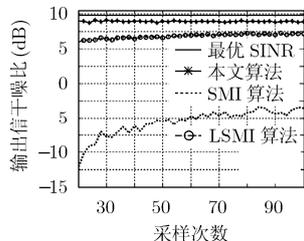


图 4 阵列输出的信干噪比(3° 偏差)

实验 3 3 种算法在不同信噪比下的性能比较

设条件为偏差 $\Delta = 3^\circ$, 采样次数为 $N = 500$ 。图 5 给出了无偏差情况下阵列输出的信干噪比 SINR 随信噪比 SNR 的变化曲线。存在偏差的情况下阵列输出的信干噪比 SINR 随信噪比 SNR 的变化曲线在图 6 中给出。实验 3 表明, 在存在偏差的情况下, SMI 算法会把期望信号当作干扰, 产生严重的信号相消现象, 而且随着信噪比的升高, 输出信干噪比的性能损失越严重。LSMI 算法只是在输入信噪比小于 5dB 时有效, 当 SNR=10dB 时, 系统存在 10dB 的性能损失。然而本文算法对信噪比的变化并不敏感, 在输入信噪比 -10dB~10dB 范围内, 输出信干噪比损失最多不超过 3dB, 从而验证了所提算法的有效性。在无偏差时, 本文所提算法的输出信干噪比更接近最优值。

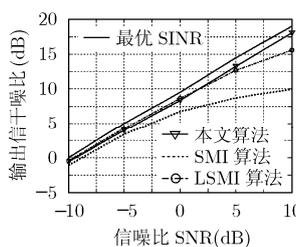


图 5 阵列输出的信干噪比(无偏差)

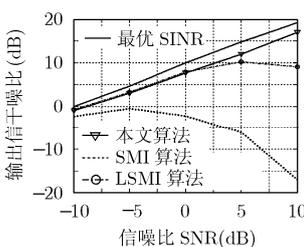


图 6 阵列输出的信干噪比(3° 偏差)

6 结束语

本文考虑信号方向向量存在偏差时, 常规自适应波束形成算法的性能将会急剧下降的问题, 提出了一种基于二次型约束的鲁棒自适应波束形成算法。该算法通过附加一个二次型的约束条件, 对权重向量进行优化求解, 且优化解中的对角载入值能够准确求出。所提的鲁棒波束形成算法对信号方向向量偏差有很强的鲁棒性, 从而使波束主瓣区域内的信号

畸变最小, 而且能够有效的抑制干扰信号, 使阵列输出的信干噪比 SINR 优于其他算法, 更接近于最优值。仿真实验结果验证了此算法的有效性和优越性。

参考文献

- [1] Brennan L E, Mallet J D, and Reed I S. Adaptive arrays in airborne MTI radar [J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1976, 24(9): 607-615.
- [2] Krolik J L. The performance of matched-field beamformers with Mediterranean vertical array data [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(10): 2605-2611.
- [3] Gorodetskaya E Y, Malekhanov A I, and Sazontov A G, et al. Deep-water acoustic coherence at long ranges: Theoretical prediction and effects on large-array signal processing [J]. *IEEE J. Ocean. Eng.*, 1999, 24(4): 156-171.
- [4] Godara L C. Application of antenna arrays to mobile communications. II. Beamforming and direction-of-arrival considerations [J]. *Proc. IEEE*, 1997, 85(8): 1195-1245.
- [5] Gershman A B, Nemeth E, and Böhme J F. Experimental performance of adaptive beamforming in a sonar environment with a towed array and moving interfering sources [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(1): 246-250.
- [6] Frost III O L. An algorithm for linearly constrained adaptive processing [J]. *Proc. IEEE*, 1972, 60(8): 926-935.
- [7] Feldman D D and Griffiths L J. A projection approach to robust adaptive beamforming [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(4): 867-876.
- [8] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays [J]. *IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst.*, 1988, 24(7): 397-401.
- [9] Reed I S, Mallett J D, and Brennan L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays [J]. *IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst.*, 1974, 10(11): 853-863.
- [10] 蒋飏, 朱堃, 孙长瑜. 阵列指向性二次型约束稳健波束形成算法[J]. *声学学报*, 2006, 31(1): 91-95.
Jiang Biao, Zhu Ye, Sun and Chang-yu. Robust beamforming with quadratically constrained array directivity [J]. *Acta Acustica*, 2006, 31(1): 91-95.
- [11] Jiang B, Sun C Y, and Zhu Y. A new robust quadratic constraint beamforming against array steering vector errors [A]. ICCCS 2004 [C]. IEEE, Chengdu China, 2004: 765-768.
- [12] Li J, Stoica P, and Wang Z. Doubly constrained robust Capon beamformer [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(9): 2407-2423.

宋 昕: 女, 1978 年生, 博士生, 研究领域为鲁棒自适应波束形成算法。

汪晋宽: 男, 1957 年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为自适应信号处理、智能控制。