

一种应用幅值信息的一单元定点复数ICA-R算法

李 镜 林秋华

(大连理工大学电子与信息工程学院 大连 116023)

摘 要: 参考独立分量分析(Independent Component Analysis with Reference, ICA-R)通过引入参考信号而实现期望实值源信号的抽取。然而,目前尚无复数域ICA-R算法。该文在约束ICA框架下,利用期望源信号的幅值信息提出了一种定点复数ICA-R算法,用于抽取某个期望的复数源信号。首先,采用复数fastICA算法的差异函数和关于复数信号幅值信息的不等式约束建立了复数ICA-R模型,然后采用增广朗格朗日函数和K-T条件推导了复数ICA-R定点算法。计算机仿真和性能分析结果表明,由于利用了幅值信息,复数ICA-R的估计性能优于传统的复数fastICA算法。

关键词: 参考独立分量分析; 独立分量分析; 半盲分离; 复数信号; 参考信号

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)11-2666-04

One-Unit Fixed-Point Complex-valued ICA-R Algorithm Using Magnitude Information

Li Jing Lin Qiu-hua

(School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: Independent Component Analysis with Reference (ICA-R) extracts only desired signals by incorporating prior information as reference signals. It can provide output signals with definite order and improved performance. However, no ICA-R algorithm in complex domain has been reported till now. Motivated by the fact that the magnitude information of a complex-valued signal is readily obtained, this paper proposes a fixed-point complex-valued ICA-R algorithm to extract a desired signal by utilizing its magnitude information in the framework of constrained ICA. Specifically, the complex ICA-R is formulated as maximizing the contrast function of a blind complex fastICA algorithm under an inequality constraint corresponding to the magnitude information, the augmented Lagrangian function and Kuhn-Tucker conditions are then used to derive the fixed-point algorithm. The results of computer simulations and performance analysis demonstrate that the complex-valued ICA-R algorithm outperforms the blind complex fastICA algorithm by virtue of incorporation of magnitude information.

Key words: Independent component analysis with reference; Independent component analysis; Semi-blind source separation; Complex-valued signal; Reference signal

1 引言

独立分量分析(Independent Component Analysis, ICA)在既不知道源信号分布,又不知道混合参数的情况下,仅仅利用源信号的混合信号去恢复各个独立源信号^[1]。近年来,ICA已成为数字信号处理领域的一个活跃分支,广泛应用在无线通信和生物医学等领域^[2,3]。然而,传统ICA具有两个缺点:(1)输出顺序不确定。由于不利用先验信息,传统ICA输出信号的顺序与源信号相比可能发生任意性变化;(2)估计效率低。传统ICA通常估计所有的源信号,但其中只有少部分为感兴趣信号^[4]。为了解决这两个问题,人们通常在ICA之后,利用期望源信号的部分先验信息,对全部输出信号进行特征检测后处理,从中挑选期望的源信号。与该间接利用先

验信息方式不同的是,半盲分离方法直接将先验信息嵌入ICA分离过程,不但可以按照预定义顺序输出特定信号,而且分离性能比盲分离更好^[4-6]。参考独立分量分析(ICA with Reference, ICA-R)正是这样一种半盲分离方法^[5,6]。ICA-R将期望源信号的先验信息以参考信号形式直接引入ICA学习过程,从而按照确定顺序只抽取期望的源信号,不但提高了算法的估计效率,而且估计性能得到了显著改善。

目前,ICA-R已被有效用于期望实值源信号的抽取^[4-6]。然而,许多ICA应用领域要求直接或间接地分离复值信号,如盲解卷问题^[7]和脑图像数据分析^[8]等。而且,许多研究结果表明,盲解卷的频域实现(实数信号被转化为复值信号)比时域实现有优势^[9]。因此,复值ICA正在得到人们越来越多的关注,复数ICA理论逐渐成熟^[10],新算法不断涌现^[11,12]。但是,根据文献报道,目前还没有复数域ICA-R方法研究。

考虑到复数信号的幅值信息容易获取, 本文旨在将实数 ICA-R 算法的优势推广到复数域, 利用某复数信号的幅值信息抽取该信号。为此, 在约束 ICA 框架下, 本文首先采用全盲复数 fastICA 算法^[9]的差异函数和关于复数信号幅值的不等式约束建立了复数 ICA-R 模型, 然后采用增广朗格朗日函数和 K-T 条件^[13], 推导了一种一单元定点复数 ICA-R 算法。计算机仿真和性能分析结果表明, 由于利用了先验信息, 复数 ICA-R 在估计效率和恢复信噪比方面均优于传统的复数 fastICA 算法。

2 复数 ICA 简介和复数 fastICA 算法

复数 ICA 模型与实数 ICA 模型极为类似。假设存在 N 个独立复数源信号 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ 和 N 个源信号的混合信号 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$, 即 $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$ ^[9], 其中 \mathbf{A} 是 $N \times N$ 维复数混合矩阵。复数 ICA 旨在寻找一个 $N \times N$ 维复数解混矩阵 \mathbf{W} , 使得输出信号 $\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ 是复数源信号的拷贝。但是, 复数 ICA 的恢复信号和源信号相比, 除了具有顺序、幅度的差异外, 还会存在一个未知附加相移。

复数 fastICA 算法^[9]是一种典型的复数 ICA 算法。其差异函数如下:

$$J(\mathbf{w}) = E\{G(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2)\} \quad (1)$$

其中 $G(\cdot)$ 为一平滑偶函数; \mathbf{w} 为一个分离矢量(解混矩阵 \mathbf{W} 的一列), 且 $E\{|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2\} = 1$ 。对式(1)中的差异函数进行优化后, 得到复数 fastICA 定点算法如下^[9]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^+ &= E\{\mathbf{x}(\mathbf{w}^H \mathbf{x}) * G'(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2)\} - E\{G'(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2) \\ &\quad + |\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2 G''(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2)\} \mathbf{w} \\ \mathbf{w} &= \frac{\mathbf{w}^+}{\|\mathbf{w}^+\|} \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $G'(\cdot)$ 和 $G''(\cdot)$ 分别为 $G(\cdot)$ 的一阶和二阶导数, \mathbf{H} 表示共轭转置, $*$ 表示共轭。与实数 fastICA 算法^[14]类似, 复数 fastICA 算法仍然可以输出单个独立分量, 但无法预测输出信号的顺序。在需要某特定源信号的估计信号时, 需要利用该源信号的先验信息进行拣选后处理。

3 应用幅值信息的一单元复数 ICA-R 定点算法

与一单元实数 ICA-R 算法^[4, 5]类似, 本文算法将期望复数源信号的幅值信息以约束形式嵌入复数 fastICA 算法, 从而实现单一期望复数源信号的抽取。

3.1 算法原理

一单元复数 ICA-R 算法的原理框图如图 1 所示。其中 x_1, x_2, \dots, x_N 为 N 个复数混合信号; \mathbf{w} 为 ICA 的一个分离向量(分离矩阵 \mathbf{W} 的一列); r 为基于期望源信号幅值信息构建的参考信号; y 为期望源信号的恢复信号。 $\varepsilon(|y|, r)$ 为衡量输出信号幅值和参考信号接近度的距离函数, 约束 ICA 分离向量 \mathbf{w} 的学习过程, 使得输出信号 $y = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$ 与参考信号最为接近。

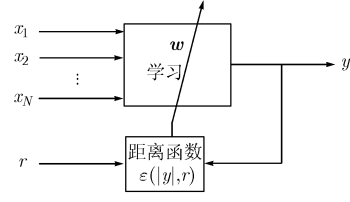


图1 应用幅值信息的一单元复数 ICA-R 算法原理框图

3.2 算法推导

对 N 个混合信号进行 ICA 时, 分离向量存在 N 个局部或者全局最优解 $\mathbf{w}_i (i = 1, \dots, N)$ 。为了得到期望源信号, 定义 $\varepsilon(|y|, r)$ 如下:

$$\varepsilon(|y|, r) = -E\{|y|^2 r\} \quad (3)$$

则当输出信号 y 的幅值与参考信号 r 相关性(接近度)最大时, $\varepsilon(|y|, r)$ 达到最小值:

$$\begin{aligned} \varepsilon(|\mathbf{w}_i^H \mathbf{x}|, r) &< \varepsilon(|\mathbf{w}_j^H \mathbf{x}|, r), \\ j &= 1, 2, \dots, i-1, \dots, i+1, \dots, N \end{aligned} \quad (4)$$

这样, 存在一个门限值 ξ , 使得

$$\begin{aligned} g(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2) &= \varepsilon(|\mathbf{w}_i^H \mathbf{x}|, r) - \xi \\ &= -E\{|\mathbf{w}_i^H \mathbf{x}|^2 r\} - \xi \leq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

当且仅当 $y = \mathbf{w}_i^H \mathbf{x}$ 时成立。

将式(5)作为约束引入式(1)的学习过程中, 可建立一单元复数 ICA-R 算法的数学模型如下:

$$\begin{aligned} \text{maximize } J(\mathbf{w}) &= E\{G(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2)\} \\ \text{s. t. } g(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2) &\leq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

其中 \mathbf{x} 为经白化的输入信号, $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} = \mathbf{I}$, $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = 0$ 。 $G(\cdot)$ 为非线性函数。为了使算法具有更高的鲁棒性, $G(\cdot)$ 应当选取一阶导数大于零而二阶导数小于零的函数^[9]。应用松弛变量将不等式约束转化为等式约束后, 可得式(6)的增广朗格朗日函数如下^[15]:

$$\bar{L}(\mathbf{w}, \gamma, \mu) = J(\mathbf{w}) - \frac{1}{2\gamma} \left\{ \max^2 \left\{ \gamma g(|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2) + \mu, 0 \right\} - \mu^2 \right\} \quad (7)$$

其中 γ 为惩罚系数(正常数), μ 为拉格朗日乘子系数。为了保证算法的稳定性, 引入约束条件 $E\{|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2\} = 1$, 并将其作为一个惩罚项

$$F(\mathbf{w}) = 1 - E\{|\mathbf{w}^H \mathbf{x}|^2\} = 0 \quad (8)$$

合并入式(7)的目标函数, 形成本文算法的新目标函数如下:

$$L_1(\mathbf{w}) = \bar{L}(\mathbf{w}, \gamma, \mu) + F(\mathbf{w}) \quad (9)$$

按照经典 K-T 条件^[13], 在最大值点下式成立:

$$\nabla L_1(\mathbf{w}) = \nabla \bar{L}(\mathbf{w}, \gamma, \mu) + \nabla F(\mathbf{w}) \quad (10)$$

根据式(7)–式(9), 可以得到一单元复数 ICA-R 权矢量的定点学习算法如下:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w}^+ &= E \left\{ \mathbf{x} (\mathbf{w}_k^H \mathbf{x})^* G'(|\mathbf{w}_k^H \mathbf{x}|^2) \right\} \\
 &\quad - \frac{1}{2} \mu E \left\{ \mathbf{x} (\mathbf{w}_k^H \mathbf{x})^* g'(|\mathbf{w}_k^H \mathbf{x}|^2) \right\}, \\
 \mathbf{w}_{k+1} &= \frac{\mathbf{w}^+}{\|\mathbf{w}^+\|}
 \end{aligned} \tag{11}$$

式中拉格朗日乘子 μ 通过以下迭代方法学习:

$$\mu_{k+1} = \max \left\{ 0, \mu_k + g(|\mathbf{w}_k^H \mathbf{x}|^2) \right\} \tag{12}$$

4 仿真实验和性能测试

为了验证本文算法的有效性,下面采用合成复数信号进行了仿真实验,并和复数fastICA算法^[9]的分离结果进行了比较。其中,在本文算法中和复数fastICA算法中,采用了非线性函数 $G(y) = \log(a + y)$, $a = 0.1$ 。以下实验合成了3个复数源信号 $s_1 \sim s_3$,幅值如图2(a)所示。这3个信号的幅值分别服从二项分布、泊松分布以及伽马分布,相位则服从 $[-\pi \sim \pi]$ 均匀分布,数据长度为6000点(为清晰起见,仅显示前100点数据,下同)。利用随机产生的复数混合矩阵 \mathbf{A} 对 $s_1 \sim s_3$ 进行混合,得到3个混合信号 $x_1 \sim x_3$ 的幅值如图2(b)所示。对该混合信号进行去白化处理后,利用式(2)的复数fastICA算法对输入信号进行分离,分离结果如图3所示。比较图3和图2(a)可见,复数fastICA算法较好地恢复了3个源信号,但恢复信号的顺序发生了改变,第1路信号最后一个被分离出来。

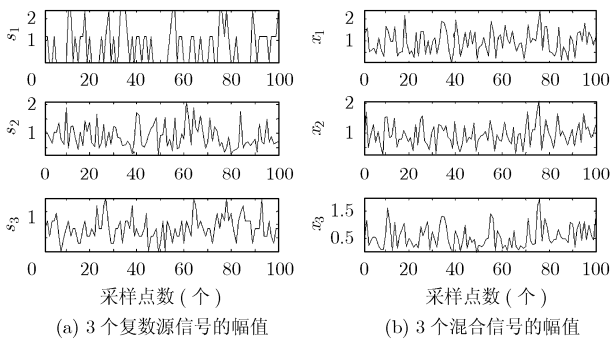


图2 仿真实验所用3个复数源信号和3个复数混合信号的幅值

本文应用过零率方法构建了源信号幅值的参考信号。即在某时刻如果源信号的幅值大于该信号幅值的均值,就令参

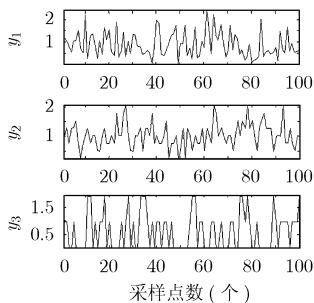


图3 复数fastICA算法3个恢复信号的幅值

信号 $s_1 \sim s_3$ 构建的参考信号 $r_1 \sim r_3$ 如图4(a)所示。通过分别利用参考信号 $r_1 \sim r_3$,本文算法可分别抽取3个源信号 $s_1 \sim s_3$ 的估计信号 $y_1 \sim y_3$,结果如图4(b)所示。比较图4(b)和图2(a)可见,本文算法的恢复信号和参考信号一一对应。表明利用幅值信息之后,本文算法的恢复信号由参考信号决定,克服了传统复数fastICA算法输出不确定的缺陷。

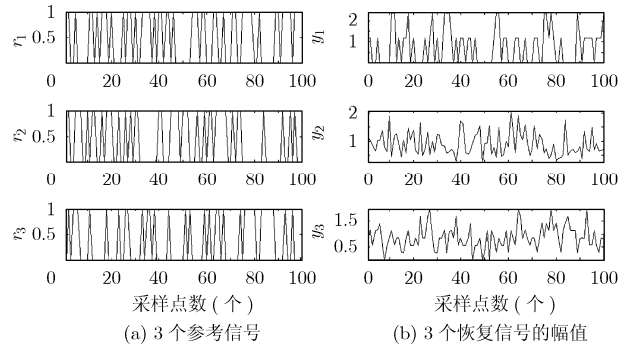


图4 本文算法的3个参考信号和相应的分离结果

为了定量比较算法性能,本文采用下面定义的信噪比衡量两种算法对源信号幅值的恢复效果:

$$\text{SNR}(\text{dB}) = 10 \lg \left(\frac{\sigma^2}{\text{mse}} \right) \tag{13}$$

其中 σ^2 为源信号的方差, mse 表示源信号与估计信号的均方根误差。两种算法的恢复 SNR 如表 1 所示。与复数 fastICA 算法相比,本文算法受益于幅值信息利用,恢复信噪比显著提高。

表1 两种算法的恢复SNR(dB)比较

	本文算法	复数fastICA
s_1	49.93	33.11
s_2	26.83	23.66
s_3	30.16	24.38

5 结束语

与传统复数ICA算法相比,本文算法通过利用期望源信号的幅值信息,只输出期望信号而舍弃其它无用信号,提高了信号估计效率。同时,先验信息的直接利用使得本文方法的恢复信噪比明显提高。下一步将提出利用幅值信息的多单元复数ICA-R方法,用于多个期望复值源信号的抽取,并将复数定点ICA-R方法用于语音盲解卷和fMRI图像的感兴趣信号抽取。

参 考 文 献

- [1] Comon P. Independent component analysis, a new concept? *Signal Processing*, 1994, 36(3): 287-314.
- [2] Hyvärinen A, Karhunen J, and Oja E. Independent component analysis. New York: John Wiley, 2001, chapter1, chapter8.
- [3] Cichocki A and Amari S. Adaptive Blind Signal and Image Processing: Learning Algorithms and Applications. Chichester: John Wiley, 2003, chapter1, chapter6.
- [4] Lin Q H, Zheng Y R, Yin F L, Liang H L, and Calhoun V D. A fast algorithm for one-unit ICA-R. *Information Sciences*, 2007, 177(5): 1265-1275.
- [5] Lu Wei and Rajapakse J C. ICA with Reference. Proc. Third Int. Conf. on Independent Component Analysis and Blind Source Separation (ICA2001), San Diego, California, 2001: 120-125.
- [6] Lu Wei and Rajapakse J C. Approach and applications of constrained ICA. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2005, 16(1): 203-212.
- [7] Amari S, Douglas S C, Cichocki A, and Yang H H. Multichannel blind deconvolution and equalization using the natural gradient. First IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Paris, France, 1997: 101-104.
- [8] Calhoun V D, Adali T, Pearlson G D, VanZijl P C M, and Pekar J J. Independent component analysis of fMRI data in the complex domain. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2002, 48(1): 180-192.
- [9] Bingham E and Hyvärinen A. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex-valued signals. *International Journal of Neural Systems*, 2000, 10(1): 1-8.
- [10] Eriksson J and Koivunen V. Complex random vectors and ICA models: identifiability, uniqueness, and separability. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, 52(3): 1017-1029.
- [11] Cardoso J F and Adali T. The maximum likelihood approach to complex ICA. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Toulouse, France, 2006, (5): 673-676.
- [12] Hualiang Li and Adali T. Gradient and fixed-point complex ICA algorithms based on kurtosis maximization. Proceedings of the 16th IEEE Signal Processing Society Workshop on Machine Learning for Signal Processing. Maynooth, Ireland, 2006: 85-90.
- [13] Luenberger D G. Optimization by Vector Space Methods. New York: John Wiley, 1969: 213-236.
- [14] Hyvärinen A, Karhunen J, and Oja E. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis. *Neural Computation*, 1997, 9(7): 1483-1492.
- [15] 陈宝林. 最优化理论与算法. 第二版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 405-408.
- 李 镜: 男, 1982年生, 硕士生, 从事盲信号处理方法研究.
- 林秋华: 女, 1970年生, 博士, 副教授, 主要从事盲信号处理和信息安全等领域的研究.