

## 单脉冲比幅法在稀疏阵列相位模糊问题中的应用

刘占峰 王炎

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘要:** 根据两个不同频率信号理论上可以解稀疏阵列相位模糊,但由于噪声干扰并不能完全消除稀疏阵列相位模糊。为了研究相位模糊在瞬时检测时对错误判决目标角度的影响,该文采用单脉冲比幅法检测目标角度并推导了噪声环境下目标角度服从的概率分布。根据该分布计算得到不同频率信号照射到稀疏阵列时的误判概率,并比较了比幅法只考虑单脉冲之比实部与综合考虑实部和虚部的区别。结果表明综合考虑实部和虚部得到的目标角度概率分布与仿真数据吻合。

**关键词:** 单脉冲; 比幅法; 稀疏阵列; 相位模糊

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)11-2654-04

## The Applications of Monopulse Amplitude-Comparison to the Aliasing of Sparse Arrays

Liu Zhan-feng Wang Yan

(National Mobile Communication Research Lab, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** The aliasing of sparse arrays could be theoretically discriminated by two signals with different frequencies, but it could not be eliminated completely in the presence of noise. In order to research the effect on the error decision of target's angle of arrival in instantaneous detection in the condition of aliasing, monopulse amplitude-comparison is exploited to detect the angle of target and the distribution of detected-angle in the noise is derived. The error decision probability of target's angle due to different frequencies signals illuminating the sparse arrays also is obtained according to the distribution above, and the difference between the amplitude-comparison considering only real part of the monopulse ratio and both parts is compared. The results show that the pdf of target's angle by considering both parts is accordance with the simulation data.

**Key words:** Monopulse; Amplitude-comparison; Sparse arrays; Aliasing

### 1 引言

无源探测雷达自身不发射电磁波,因而不会遭到反辐射导弹的袭击,容易保障自身安全,可以探测隐身战机的方位。基于无源探测雷达的诸多优点,各国在这方面做了大量试验和研究,但详细分析其性能的文献却不多<sup>[1]</sup>。洛克希德·马丁公司的“沉默哨兵”是无源探测雷达的典型代表,它通过截获电台或电视台发射的电磁波,检测和跟踪监视区内的运动目标。由于雷达上天线阵列的阵元间距固定,而电台和电视台的工作频段比较宽,因此大部分情况下对接收信号来说雷达上的天线阵是稀疏阵列。对于稀疏阵列,不同频率信号产生的方向图中栅瓣出现的位置不同,而主瓣方位不随信号频率变化而改变<sup>[2]</sup>。将多个频率信号的方向图叠加,不同频率信号的栅瓣互相抵消减弱,主瓣相干叠加获得峰值,因此理论上适当选择频率解相位模糊可以有效地确定目标方位。由于噪声的影响,即使两个信号频率不为倍数的关系且满足

无模糊相位检测的充分条件<sup>[3]</sup>,对应方向图中某些栅瓣仍会部分重叠,当波束扫描到栅瓣时误认为主瓣,从而错误判定目标方位。

单脉冲测角是一项在雷达领域得到广泛应用的技术,分为比幅法和比相法两类。本文利用单脉冲比幅法在稀疏阵列中检测目标方位,研究噪声扰动时不同频率信号的栅瓣对瞬时检测判决目标方位的影响。第2节建立了数学模型并推导噪声情况下比幅法检测目标角度服从的分布;第3节推导了栅瓣引起的瞬时检测误判概率;第4节给出了仿真结果,同时比较了比幅法测角只考虑接收波束输出信号之比的实部与综合考虑实部和虚部的区别,仿真说明了信号频率间隔对误判概率的影响;第5节对全文进行了总结。

### 2 数学模型

为分析简单,仅考虑信号与天线阵列在同一平面的情况。假设接收阵列是阵元数为 $N$ 的均匀线阵,远场 $\varphi$ 处(相对于天线阵法线方向)的单个目标反射不同频率的信号 $s$ ,此处假设 $s$ 是幅值恒定的非起伏信号。阵元间距 $d$ 取频率为 $f_d$ 的信号波长的一半, $f_d$ 满足: $f_d < f_s$ ,其中 $f_s$ 为阵列接收到

2007-04-10收到,2007-10-16改回

国家863计划项目(2006AA01Z268)和国家部委基金项目(7130735)资助课题

的信号频率。阵列的接收信号为

$$\mathbf{y} = \mathbf{a}(\theta)s + \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x}$  为接收信号,  $\Delta \mathbf{x}$  是  $N \times 1$  均值为零, 方差为  $\sigma^2$  的高斯噪声矢量, 阵列流型

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j\frac{2\pi f_c}{c}d \sin \theta} & \dots & e^{-j\frac{2\pi f_c}{c}(N-1)d \sin \theta} \end{bmatrix}^T$$

首先在空间区域形成多波束检测目标, 通过单脉冲比幅法<sup>[4]</sup>可以确定目标位于接收波束  $F_1(\theta)$  和  $F_2(\theta)$  之间。对于频率为  $f_i$  的信号两个波束的加权矢量分别为

$$\mathbf{w}_1^H = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi f_i}{c}d \sin \theta_1} & \dots & e^{j\frac{2\pi f_i}{c}(N-1)d \sin \theta_1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{w}_2^H = \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi f_i}{c}d \sin \theta_2} & \dots & e^{j\frac{2\pi f_i}{c}(N-1)d \sin \theta_2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中  $\theta_1 < \theta < \theta_2$ ,  $\theta$  为目标方位角。

两接收波束输出信号之比如下,

$$\begin{aligned} F(\theta) &= \frac{F_1(\theta)}{F_2(\theta)} = \frac{\mathbf{w}_1^H(\mathbf{x}_1 + \Delta \mathbf{x})}{\mathbf{w}_2^H(\mathbf{x}_2 + \Delta \mathbf{x})} \\ &\approx \frac{\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}_1}{\mathbf{w}_2^H \mathbf{x}_2} + \frac{\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}_1}{\mathbf{w}_2^H \mathbf{x}_2} \left( \frac{\Delta \mathbf{x}_1}{\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}_1} - \frac{\Delta \mathbf{x}_2}{\mathbf{w}_2^H \mathbf{x}_2} \right) \\ &= \frac{\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}_1}{\mathbf{w}_2^H \mathbf{x}_2} + \frac{\Delta \mathbf{x}_1}{\mathbf{w}_2^H \mathbf{x}_2} - \frac{\mathbf{w}_1^H \mathbf{x}_1}{(\mathbf{w}_2^H \mathbf{x}_2)^2} \Delta \mathbf{x}_2 = R_I + jR_Q \quad (4) \end{aligned}$$

式(4)约等号仅当信噪比较大的情况下成立, 式中  $R_I$ ,  $R_Q$  分别代表  $F(\theta)$  的实部和虚部,  $\Delta \mathbf{x}_1$ ,  $\Delta \mathbf{x}_2$  服从  $CN(0, \sigma_r^2 I_N)$  分布, 并且  $\sigma_r^2 = N\sigma^2$ ,  $N$  为加权矢量的维数。

传统单脉冲理论认为目标只对接收波束输出信号之比的实部有贡献, 而虚部是由于噪声和其他干扰产生<sup>[5]</sup>。与传统单脉冲测角只利用接收波束输出信号之比的实部不同, 本文综合考虑接收波束输出信号之比的实部和虚部讨论波束扫描到栅瓣对瞬时检测目标角度的判决影响。对  $F(\theta)$  整理可知其实部和虚部的均值都不为零, 但方差相等, 因此  $F(\theta)$  的包络  $r$  服从莱斯分布, 概率密度函数为

$$P(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + S^2}{2\sigma_r^2}\right) I_0\left(\frac{rS}{\sigma_r^2}\right), \quad r \geq 0 \quad (5)$$

其中  $r = \sqrt{R_I^2 + R_Q^2}$ , 参数  $S^2 = a^2 + b^2$ ,  $a$ ,  $b$  分别为  $F(\theta)$  的实部和虚部的均值,  $\sigma_r^2$  为方差,  $I_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(x \cos \theta) d\theta$  为 0 阶修正贝塞尔函数。

由于两接收波束输出信号之比  $F(\theta)$  的包络取对数后在两波束主瓣指向角度范围内近似线性, 因此可由如下关系

$$\theta_D = \frac{\ln r}{k} + \theta_0 \quad (6)$$

确定目标方位, 式中  $k$  为  $F(\theta)$  包络取对数后曲线线性部分的斜率,  $\theta_0$  为两接收波束交点处的角度, 由  $r$  服从 Rice 分布可得

$$\begin{aligned} P\{\theta_D < \varphi\} &= P\left\{\frac{\ln r}{k} + \theta_0 < \varphi\right\} \\ &= \int_{-\infty}^{e^{k(\varphi - \theta_0)}} p_r(r) dr \quad (7) \end{aligned}$$

式(7)对  $\varphi$  求一阶导数得噪声扰动下单脉冲比幅法检测角度的概率密度函数,

$$\begin{aligned} P_{\theta_D}(\varphi) &= \frac{ke^{2k(\varphi - \theta_0)}}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{e^{2k(\varphi - \theta_0)} + S^2}{2\sigma_r^2}\right) \\ &\cdot I_0\left(\frac{e^{k(\varphi - \theta_0)} S}{\sigma_r^2}\right) \quad (8) \end{aligned}$$

其中方差  $\sigma_r^2$  是信噪比  $\gamma$  的函数。阵列计算中通常假设接收到的目标信号强度位于天线波束的主轴。当目标角度位置偏离波束主轴时, 由于波束形状的不均匀性天线增益会下降, 此时的信号强度小于位于主轴上的信号强度, 引起波束形状损失; 其次, 当扫描波束间距减小时, 扫描同样的空域需要的波束数目增加和发射功率增大, 发射功率的增加量称为波束重叠损失<sup>[6]</sup>。综合以上两个损失因子, 定义信噪比的修正量为  $\Delta$ , 该修正量取值与接收波束交叠程度有关。由信噪比的定义  $\gamma = 10 \lg(P_S/P_N)$ , 其中  $P_S$  为信号功率,  $P_N$  为噪声功率, 假设信号  $S$  具有单位功率, 噪声功率  $P_N = \sigma^2$ , 有

$$\sigma^2 = \frac{1}{10} \frac{\gamma + \Delta}{10}, \quad \Delta \geq 0 \quad (9)$$

对于 Rice 分布<sup>[7]</sup>

$$P(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + S^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{rS}{\sigma^2}\right), \quad r \geq 0$$

$I_0(\cdot)$  Bessel 函数可渐进近似如下:

$$I_0\left(\frac{rS}{\sigma^2}\right) \sim \left(\frac{\sigma^2}{2\pi rS}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{(r-S)^2}{\sigma^2}\right], \quad rS/\sigma^2 \gg 1 \quad (10)$$

当  $\frac{rS}{\sigma^2} \geq 3$  时, Rice 分布可写为

$$P(r) = \left(\frac{r}{S}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right) \exp\left[-\frac{(r-S)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (11)$$

因此式(8)可近似表达为

$$\begin{aligned} P_{\theta_D}(\varphi) &= ke^{k(\varphi - \theta_0)} \sqrt{\frac{e^{k(\varphi - \theta_0)}}{S}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_r^2}} \\ &\cdot \exp\left[-\frac{(e^{k(\varphi - \theta_0)} - S)^2}{2\sigma_r^2}\right], \quad \varphi \leq 0 \quad (12) \end{aligned}$$

### 3 误判概率的推导

如图 1 所示, 检测到两个不同频率信号栅瓣角度分布有图中阴影所示交叠, 误判概率为

$$\begin{aligned} P_e &= \int_{-\infty}^{\theta} P_2(\phi) d\phi + \int_{\theta}^{\infty} P_1(\phi) d\phi \\ &= 1 + Q\left(\frac{S_1}{\sigma_{r1}}, \frac{e^{k_1(\theta - \theta_0)}}{\sigma_{r1}}\right) - Q\left(\frac{S_2}{\sigma_{r2}}, \frac{e^{k_2(\theta - \theta_0)}}{\sigma_{r2}}\right) \quad (13) \end{aligned}$$

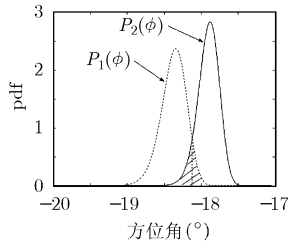


图1 误判概率示意图

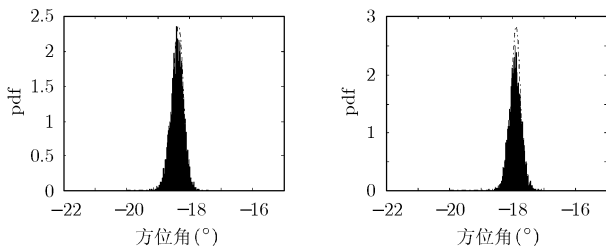
式中  $P_1(\phi)$  和  $P_2(\phi)$  分别代表两个不同频率信号检测角度的概率密度函数, 积分限上的  $\theta$  为概率密度函数  $P_1(\phi)$  和  $P_2(\phi)$  的交点角度,  $\theta_0$  为两接收波束交点处的角度,  $S_1, S_2$  和  $\sigma_{r1}, \sigma_{r2}$  分别是概率密度函数  $P_1, P_2$  中的参数和方差,  $k_1, k_2$  是  $F_1(\theta), F_2(\theta)$  包络对数曲线线性部分的斜率, Q 函数(MarcumQ 函数)定义如下:  $Q(\alpha, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} t I_0(\alpha t) e^{-(t^2 + \alpha^2)/2} dt$ 。

4 仿真结果

设  $f_d = 90\text{MHz}$ , 阵元间距  $d = c/(2f_d)$ , 与阵列法线夹角成  $30^\circ$ , 远场目标反射的信号频率分别为  $220\text{MHz}$  和  $223\text{MHz}$ 。

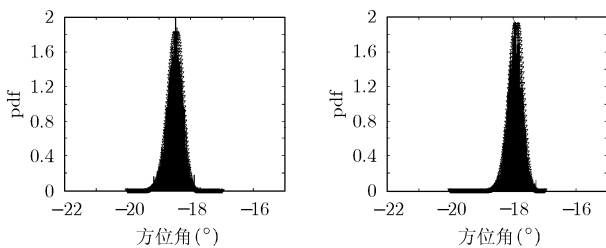
4.1 检测角度分布的仿真

图2(a), 2(b)比较了接收波束3dB交叠时10dB信噪比情况下  $220\text{MHz}$  和  $223\text{MHz}$  的信号仿真角度分布直方图和式(12)计算得到的角度理论分布; 图3(a), 3(b)比较了10dB时上述两个信号在接收波束2dB交叠时的仿真角度直方图和式(12)计算得到的角度理论分布。图2(a), 2(b)中的点划线和图3(a), 图3(b)中的倒三角表示检测角度的理论分布。



(a) SNR=10dB时220MHz 信号实测角度直方图与式(12)角度理论分布  
(b) SNR=10dB时223MHz 信号实测角度直方图与式(12)角度理论分布

图2

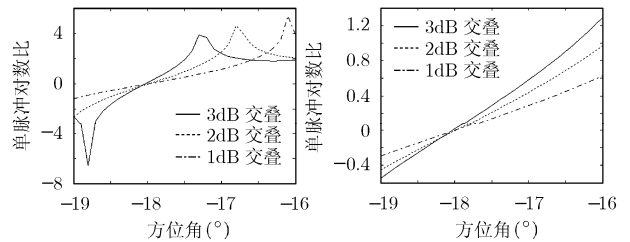


(a) SNR=10dB 时 220MHz 信号实测角度直方图与式(12)角度理论分布  
(b) SNR=10dB 时 223MHz 信号实测角度直方图与式(12)角度理论分布

图3

4.2 与比幅法只考虑接收波束输出信号之比实部情况的比较

图4(a), 4(b)分别表示单脉冲比幅法只考虑输出信号之比实部及综合考虑实部和虚部的对数曲线。从图中可以看出, 只考虑实部时该曲线线性范围小, 扫描波束只有在很小的范围内才可以有效的检测角度, 因此若要精确的确定目标角度, 综合考虑输出信号之比的实部和虚部将优于只考虑输出信号之比的实部。



(a)只考虑输出信号之比实部的对数曲线  
(b)综合考虑输出信号之比实部和虚部的对数曲线

图4

4.3 信号频率间隔对误判概率的影响

图5表明信号频率间隔与检测角度误判概率之间的关系。横坐标单位间隔为  $0.5\text{MHz}$ , 纵坐标表示误判概率, 接收波束  $3\text{dB}$  交叠。图中分别画出了  $8\text{dB}, 10\text{dB}, 12\text{dB}$  时误判概率的仿真曲线与利用式(13)计算得到的误判概率理论曲线。从仿真结果可知信噪比一定时信号频率间隔越大则扫描波束在栅瓣处的误判概率越低, 且随着信噪比的增大误判概率减小。

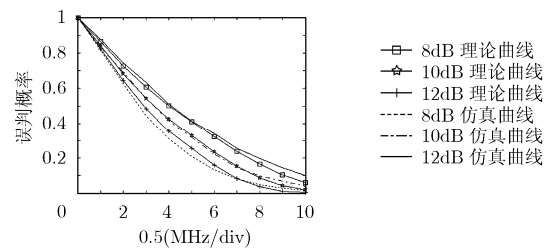


图5 信号频率间隔与检测角度误判概率的关系

5 结束语

本文在稀疏阵列中采用单脉冲比幅法检测目标角度, 综合考虑接收波束输出信号之比的实部和虚部推导了高斯噪声环境中单脉冲检测角度服从的分布, 利用该概率密度函数推导出接收波束瞬时检测到栅瓣位置所产生的误判概率。由仿真结果可知当两个不同频率信号频率间隔一定大时在栅瓣处瞬时检测产生的误判概率将显著降低。

参考文献

[1] Griffiths H D and Baker C J. Passive coherent location radar systems. Part 1: Performance prediction. *IEE Proc.-Radar*

- Sonar Navig*, 2005, 152(3):153-159.
- [2] Yoon Byungwoo, Song Hyoung-Chang, Baek Kwang Ryul and Park Ju Sung. Direction finding of wideband sources in aliasing conditions. Proceedings of the 8th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology, Korus, 2004: 18-22.
- [3] Amin M G. Sufficient conditions for Alias-Free direction of arrival estimation in periodic spatial spectra. *IEEE Trans. on Antennas Propag*, 1993, 41(4): 508-511.
- [4] 张光义. 相控阵雷达系统. 北京: 国防工业出版社, 1994: 237-239.
- Zhang Guangyi. Phased Radar Systems. Beijing: National Defence Industry Press, 1994: 237-239.
- [5] Sherman S M. Monopulse Principles and Techniques. Dedham, MA: Artech House, 1984: 50-51.
- [6] Hahn P M and Gross S D. Beam shape loss and surveillance optimization for pencil beam arrays. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1969, 5(4): 674-675.
- [7] Mcaulay R J and Mcgarty T P. Maximum-likelihood detection of unresolved radar targets and multipath. *IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst*, 1974, 10(6): 821-829.
- 刘占峰: 男, 1980 年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理.  
王 炎: 男, 1969 年生, 教授, 研究方向为阵列信号处理、多天线系统.