不同传输环境下 MIMO 信道的空间相关性的研究

孙 君¹ 袁东风¹²

^①(山东大学信息科学与工程学院 济南 250100) ^②(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘 要:基于宏小区及微小区MIMO信道模型,比较了MIMO信道在两种传输环境中的空间相关特性,通过数值分析方法得到了两类信道空间相关性随发送端、接收端天线阵列的分布而变化的特征曲线,并分析比较了信道参数,即到达角的角度扩展,对空间相关性的影响。在此基础上,讨论了空间相关系数对系统功率有效性和频带有效性的影响,找到了在不同传输环境下,影响系统BER性能的空间相关系数的门限。

 关键词: MIMO 信道模型; 空间相关; 信道参数; 系统性能

 中图分类号: TN92
 文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)11-2580-04

The Research on the Space Correlation in MIMO Systems

 $\operatorname{Sun Jun}^{\mathbb{I}}$ Yuan Dong-feng^{$\mathbb{I}^{\mathbb{Z}}$}

⁽¹⁾(School of Information Science and Engineering, Shandong Univ., Jinan 250100, China) ⁽²⁾(State Key Lab. on Mobile Communication, Southeast Univ., Nanjing 210096, China)

Abstract: The space correlation is analyzed in different propagation conditions including the MIMO macro-cell and micro-cell applications. The characteristics curves describing the space correlation versus the distance of antennas are obtained according to the numerical analysis. The effect of the spread of the angle of arrival on the space correlation is also investigated. Besides, the impact of the space correlation on the system performances is discussed here. The thresholds of the space correlation coefficients influencing BER performance under different propagations are also found by BER analysis.

Key words: MIMO channel models; Space correlation; Channel parameters; System performances

1 引言

近年来,关于MIMO系统的研究引起越来越多的关注。 一方面,MIMO系统能有效地提高系统的容量^[1-3];另一方 面,由于天线间隔引起的空间相关性给MIMO系统带来不同 程度的负面影响^[2-4]。因此,关于MIMO信道空间相关特性 的研究备受关注。本文关注的是两类MIMO信道,一类是适 用于宏小区环境的圆环模型(one-ring model)^[5,6],另一类是 适用于微小区的椭圆模型^[7]。两种模型的空间相关特性因其 几何模型的不同而各异,在文献[8]中作者探讨了宏小区窄带 信道的相关性。而文献[9]中作者探讨了微小区窄带信道的相 关性。纵观现有的研究成果,很少有对两类信道的空间相关 性的比较以及其对系统性能影响的文献,本文从几何角度分 析并比较了两类信道的空间相关特性,此外还分析了一个重 要的信道参数,到达角(AOA)的角度扩展,对空间相关性的 影响。进而分析比较了空间相关系数对系统功率有效性的影 响。

2 信道模型

假设发送端(Base Station, BS)有 n_T 个天线因子,接收

2007-03-29 收到, 2007-09-24 改回

端(Mobile Terminal, MT)有 n_R 个天线因子。若发射的信号 矩阵为 X,接收的信号矩阵为 Y,衰落信道矩阵为 H,加性 噪声矩阵为 W,则有表达式:

$$Y = HX + W \tag{1}$$

矩 阵 **H** 中 的 元 素 h_{ij} , $i = 1, ..., n_R$, $j = 1, ..., n_T$ 是 服 从 Nakagami-m 分布的复数随机衰落因子。若函数 $h_{ij}(\tau, t)$ 表示 MIMO 中一个典型的线性窄带准静态多经衰落信道的冲击 响应

$$\begin{aligned} h_{ij}(\tau,t) &= \sum_{q=1}^{m} \sum_{p=1}^{I_{q,ij}(t)} \varepsilon_{pq,ij}(t) \delta(\tau - \tau_{ij}(t)) \\ \varepsilon_{pq,ij} &= g_{pq}(t) \exp\left[j \left[\varphi_{pq}(t) - \frac{2\pi}{\lambda} (\xi_{pq,i}^{\mathrm{BS}}(t) + \xi_{pq,j}^{\mathrm{MT}}(t))\right]\right] \end{aligned}$$
(2)

参数 $I_{q,ij}(t)$ 表示在 Nakagami-m衰落信道中 m个相互独立的 衰落路径的簇里第 q个簇中,有 $I_{q,ij}(t)$ 个不可分辨的路径。 所有这些路径的延迟用一个具有代表性的延迟 $\tau_{ij}(t)$ 表示。 参数 $g_{pq}(t)$ 和 $\varphi_{pq}(t)$ 分别表示第 q个散射簇中第 p个散射路径 的幅度和相位。 $\xi_{pq,i}^{\text{BS}}(t)$ 和 $\xi_{pq,j}^{\text{MT}}(t)$ 分别表示 BS 的第 i 根天线 达到散射点的距离和 MT 的第 j根天线达到散射点的距离。 若 ϕ^{MT} 散射路径到达 MT 的到达角,根据文献[6],信道 h_{ij} 与 $h_{ij'}$ 间的空间相关性表示为

$$\rho_{ij,i'j'} = \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda}\Xi_{ij,i'j'}(\phi^{\mathrm{MT}})\right] f_{\phi^{\mathrm{MT}}}(\phi^{\mathrm{MT}}) \mathrm{d}\phi^{\mathrm{MT}} \quad (3)$$

国家自然科学基金(60672036)和山东省重点科技基金(Z2006G04)资助课题

这里设定参数满足以下关系:

$$\Omega_{ij} = E\left\{\left|h_{ij}\right|^{2}\right\} = \sum_{q=1}^{m} \sum_{p=1}^{l_{q,ij}} E\left\{\left|g_{pq}\right|^{2}\right\} = \Omega$$
(4)

且.

$$\Xi_{ij,i'j'}(\phi^{\rm MT}) = \xi_i^{\rm BS}(\phi^{\rm MT}) - \xi_{i'}^{\rm BS}(\phi^{\rm MT}) + \xi_j^{\rm MT}(\phi^{\rm MT}) - \xi_{j'}^{\rm MT}(\phi^{\rm MT})$$
(5)

参量 $\xi_i^{\text{BS}}(\phi^{\text{MT}})$ 表示 BS 的第 i 个天线因子到达几何图形上某 一散射点的距离且该散射点的 AOA 为 ϕ^{MT} 。其他各个参量 意义相似。函数 $f_{\phi^{\text{MT}}}(\phi^{\text{MT}})$ 表示 AOA 的概率密度函数(PDF)。

3 信道的空间相关性

根据数值拟合原理,式(3)可以写成:

$$\rho_{ij,i'j'} \approx \Delta_{\phi} \left(\sum_{l=1}^{L} \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda} \Xi_{ij,i'j'}(\phi_l^{\mathrm{MT}}) \right] f_{\phi_l^{\mathrm{MT}}}(\phi_l^{\mathrm{MT}}) \right) \tag{6}$$

其中 $\phi_l^{\text{MT}} = -\pi + \Delta_{\phi} l, \Delta_{\phi} = 2\pi/L, L$ 是区间[$-\pi,\pi$]内的采 样点数。此处以2×2 MIMO 系统为例,设 BS 天线阵列间的 间隔为 d_{BS} ,MT 天线阵列间的间隔为 d_{MT} ,BS 天线阵列方 向与水平方向的夹角为 α_{BS} ,MT 天线阵列方向与水平方向 的夹角为 α_{MT} 。BS 天线阵列的中心点到达散射点的距离为 ξ^{BS} , ξ^{BS} 与水平方向的夹角为 ϕ^{BS} ,都是 ϕ^{MT} 的函数。同 样地,MT 天线阵列的中心点到达散射点的距离为 ξ^{MT} ,也 是 ϕ^{MT} 的函数。圆环和椭圆模型可以参见文献[8,9]的视图。 从式(6)可以看出,空间相关系数取决于 $\Xi_{ij,ij'}(\phi^{\text{MT}})$ 的取值, 而 $\Xi_{ij,ij'}(\phi^{\text{MT}})$ 的值跟几何模型中的距离参数有关。首先,考 虑文献[8]中给出的圆环模型。假设圆环的半径为 *R*,MT 与 BS 间的距离为 *D*,则式(5)中各距离参量的表达式为

$$\begin{split} \xi_{i}^{\rm BS} &= \sqrt{\frac{d_{\rm BS}^{2}}{4} + (\xi^{\rm BS})^{2} - d_{\rm BS}\xi^{\rm BS}\cos(\alpha_{\rm BS} - \phi^{\rm BS})} \\ \xi_{i'}^{\rm BS} &= \sqrt{\frac{d_{\rm BS}^{2}}{4} + (\xi^{\rm BS})^{2} + d_{\rm BS}\xi^{\rm BS}\cos(\alpha_{\rm BS} - \phi^{\rm BS})} \\ \xi_{j}^{\rm MT} &= \sqrt{\frac{d_{\rm MT}^{2}}{4} + R^{2} - d_{\rm MT}R\cos(\phi^{\rm MT} - \alpha_{\rm MT})} \\ \xi_{j'}^{\rm MT} &= \sqrt{\frac{d_{\rm MT}^{2}}{4} + R^{2} + d_{\rm MT}R\cos(\phi^{\rm MT} - \alpha_{\rm MT})} \end{split}$$
(7)

其中

$$\phi^{\rm BS} = \arctan\left(\frac{R\sin(\phi^{\rm MT})}{D - R\cos(\phi^{\rm MT})}\right)$$

$$\xi^{\rm BS} = \sqrt{R^2 + D^2 - 2RD\cos(\phi^{\rm MT})}$$
(8)

与圆环模型不同的是,椭圆模型中需要引入一个新的量,离心率(eccentricity parameter)^[7]

$$\nu = 2a/D \tag{9}$$

参数 a 表示椭圆的长半轴长度。从几何关系上,椭圆模型中 距离参量的计算公式与(6)相同,不同的是发射角的定义,根 据文献[7],发射角的定义为

$$\phi^{\rm BS} = \begin{cases} f(\phi^{\rm MT}), & 0 < \phi^{\rm MT} \le \phi^{\nu} \\ f(\phi^{\rm MT}) + \pi, & \phi^{\nu} < \phi^{\rm MT} \le 2\pi - \phi^{\nu} \\ f(\phi^{\rm MT}) + 2\pi, & 2\pi - \phi^{\nu} < \phi^{\rm MT} \le 2\pi \end{cases}$$
(10)

$$f(\phi^{\rm MT}) = \arctan\left(\frac{(\nu^2 - 1)\sin(\phi^{\rm MT})}{2\nu + (\nu^2 + 1)\cos(\phi^{\rm MT})}\right)$$
(11)

$$\phi^{\nu} = \pi - \arctan\left(\frac{\nu^2 - 1}{2\nu}\right) \tag{12}$$

4 空间相关性的数值分析

图1是根据式(6)-式(8)计算得到的圆环信道模型的空间 相关系数随 BS 以及 MT 天线阵列间隔变化的曲线图。图 2 是根据式(6),式(7),式(10)-式(12)计算得到的椭圆信道模 型的空间相关系数随 BS 以及 MT 天线阵列间隔变化的曲线 图。各参数的取值如下:

$$\Omega = 1; \Delta = \arctan(R/D) = \pi/16; \ \alpha_{\rm BS} = \pi/4;$$

$$\alpha_{\rm MT} = 3\pi/4; \ \nu = 1.5; \ f_{e^{\rm MT}}(\phi^{\rm MT}) = 1/(2\pi)$$
(13)



比较两图可知,圆环信道模型的空间相关随天线距离呈 Bessel函数分布;而椭圆信道模型的空间相关随天线距离呈 Gaussian形状分布;两种模型下,相关性都随天线距离的增 加而有不同程度的减弱。同时,空间相关性还受 AOA 扩展 影响。根据文献[10]AOA 的 PDF 表达式:

$$f_{\phi^{\mathrm{MT}}}(\phi^{\mathrm{MT}}) = \frac{\exp[\kappa \cos(\phi^{\mathrm{MT}} - \varphi)]}{2\pi I_0(\kappa)}, \ \phi^{\mathrm{MT}} \in [-\pi, \pi)$$
(14)

参数 $\kappa \ge 0$ 决定了到达角 ϕ^{MT} 的扩展范围, κ 越大, AOA 扩 展范围越窄。 κ 的变化反映了散射体的分布情况, κ 越大, 散射体分布越紧密,因此,波束间的空间相关性越大。当 $\kappa = 0$ 时, $\phi^{\text{MT}} \in [-\pi,\pi)$ 。当 $\kappa = \infty$ 时, $\phi^{\text{MT}} = \varphi$ 。 φ 表 示到达角的平均方向。为了研究 κ 对信道相关性的影响,令 $\kappa = 5$,根据式(14),式(6)-式(12),得到空间相关性曲线如 图 3 和图 4。从图中可以看出,当信道的 AOA 扩展宽度变 窄的时候,圆环模型在相同的发射天线间隔条件下(d_{BS}/λ <4),空间相关性明显增加,且零点出现次数减少。而椭圆 模型的空间相关性变化更平滑,峰值更突出,在相关性明显 的区域内,相关性增加的变化更突出,比较图 2 和图 4 得到 相关系数在相应的峰脊处大约增加 0.4,如在 $d_{\text{BS}}/\lambda < 5$, $d_{\text{MT}}/\lambda < 1$ 范围,图 2 峰脊处的相关系数约为 0.4,而图 4 在同样的天线距离范围内的峰脊处的相关系数大于 0.8。

5 空间相关性对功率有效性的影响

为了进一步探讨研究空间相关性的意义,分析一个 2×2 MIMO 系统在以上信道环境中的 BER 性能。该系统模 型同时采用空时分组码(STBC),天线间距采用归一化距离

2581



 $d_{\rm MT}$ / λ 或 $d_{\rm BS}$ / λ 。根据文献[11], QPSK 调制时 STBC 系统 的平均 BER 表达式为

$$P_b \approx \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \mathfrak{M}\left(\frac{\overline{\gamma}}{n_T} \frac{1}{2\sin^2\theta}\right) \mathrm{d}\theta \tag{15}$$

函数 $\mathfrak{M}(\cdot)$ 是系统信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR) γ 的 特征函数^[6],定义为

$$\mathfrak{M}(x) = \det \left(I_{n_T n_R} + x \frac{\Omega}{m} \Lambda \right)^{-m}$$
(16)

其中 $\Lambda = [\rho_{ij,i'j'}]$, $\overline{\gamma}$ 是系统平均 SNR。

图 5 给出了当 MT 天线阵列间的距离满足 $d_{\rm MT}$ / $\lambda = 0.3$ 时,系统 BER 式(15)随 BS 天线阵列间距变化的曲线。式(16) 中相关系数根据式(6)-式(12)得到。图中字母"E"表示系统 的信道是椭圆模型,"O"表示系统的信道是圆环模型。观察 图 5,发现当 BS 天线阵列间距 $d_{BS}/\lambda > 1$ 时,空间相关性对 系统的 BER 性能没有明显的影响, 但是, 当 $d_{\text{PS}} / \lambda < 1$ 时, 平均 BER 性能有了明显的变化,说明天线间距的缩小加强 了空间相关性,进而降低了系统的纠错能力。这种性能的下 降可能达到 5dB 以上。同时可以看出,空间相关性对系统 BER 的影响在椭圆模型的环境中比在圆环模型的环境中显 著。同理,图 6 给出了当 BS 天线阵列间的距离满足 $d_{\rm BS}/\lambda$ = 5 时,系统 BER 式(15)随 MT 天线阵列间距变化的曲线。 BER 的性能同样存在一个门限值。当 MT 天线阵列间距 $d_{\rm MT}/\lambda > 0.1$ 时,空间相关性对系统的 BER 性能没有明显 的影响,当 $d_{\rm MT}/\lambda \leq 0.1$ 时,BER性能有明显的变化,同样 说明天线间距的缩小加强了空间相关性,进而降低了系统的



纠错能力。该结论可以用来作为 MIMO 天线阵列设计的参考。

以上结论是基于 $\kappa = 0$ 的假设得到的。当 $\kappa = 5$ 时,得 到图 7 的曲线。为比较 κ 的影响, $\diamond d_{\rm BS} / \lambda = 5, d_{\rm MT} / \lambda$ = 0.3。可以看出, κ 对不同信道模型下的系统平均 BER 性 能的影响是不一样的。对椭圆模型的信道系统而言, κ 增加, 平均 BER 性能变差,但是对圆环模型的信道系统而言, κ 增 加,平均 BER 性能变好。这可以用图 1-图 4 来解释,从图 1 和图 3 中可以看出,对圆环模型而言,当 $d_{\rm BS} / \lambda = 5, d_{\rm MT} / \lambda = 0.3$ 时,圆环模型在 $\kappa = 5$ 时的相关系数小于 $\kappa = 0$ 时 的相关系数。因此, κ 增加,BER 性能变好。从图 2 和图 4 来看,对椭圆模型而言,当 $d_{\rm BS} / \lambda = 5, d_{\rm MT} / \lambda = 0.3$ 时,椭 圆模型在 $\kappa = 5$ 时的相关系数大于 $\kappa = 0$ 时的相关系数。因 此, κ 增加,平均 BER 性能变差。从而验证了,空间相关 性降低了系统 BER 性能的结论。说明,对不同的传输环境 而言,可以通过控制一定的天线距离来给系统的平均 BER 性能带来正的增益,克服空间相关性的影响。



图 7 $\kappa = 5$ 时两种系统的 BER 性能比较

6 结束语

综上所述,在对 MIMO 信道相关性的研究和比较中,可以得到以下结论:

(1)对不同的传输环境而言,即使是相同的天线阵列结构,由于散射的几何形状不同,其空间相关特性也呈现不同的特性。例如,圆环模型和椭圆模型的空间相关特性分别呈现 Bessel和 Gaussian 函数特性;

(2)信道参数对空间相关特性有不同的影响,如 AOA 扩 展的缩小使得散射体分布紧密,对圆环模型而言,其空间相 关性在特定天线距离范围内明显增加,且零点出现次数减 少,而椭圆模型的空间相关性的变化趋向平滑,峰脊突出, 变化平缓,在相关性较强的区域内,相关性增加更突出;

(3)对不同的传输环境,天线阵列间距都存在一个门限, 该门限决定了空间相关性是否会对系统的 BER 产生影响。 通过对 AOA 扩展对 BER 性能影响的研究,发现对不同的传 输环境而言,可以通过控制一定的天线距离来给系统的 BER 性能带来正的增益,克服空间相关性的影响;

参考文献

[1] Lu J, Tjhung T T, and Chai C C. Error probability

performance of L-branch diversity reception of MQAM in Rayleigh fading[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, 46(1): 179–181.

- [2] Shiu D S, Foschini G J, and Gans M J. Fading correlation and its effect on capacity of multi-element antenna systems[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2000, 48(3): 502–513.
- [3] Sandhu S and Paulraj A. Space time block codes: A capacity perspective[J]. *IEEE Commun. Lett.*, 2000, 4(12): 384–386.
- [4] Zhang H and Gulliver T A. On the probability of error for orthogonal space-time block codes over correlated Rayleigh and Nakagami-m fading channels[A]. In Proc. IEEE 6th CAS Symp. On Emerging Technologies: Mobile and Wireless Commun., Shangai, China, 2004: 579–582.
- [5] 李 焱,张 璐等. 基于移动端多天线系统的无线衰落信道模型. 电波科学学报, 2003, 18(6): 712-716.
 Li Yang and Zhang Lu. Wireless fading vector channel model for multi-antenna system at mobile terminals. *Chinese Journal of Radio Science*, 2003, 18(6): 712-716.
- [6] Guillen Femenias. BER performance of linear STBC from orthogonal designs over MIMO correlated Nakagami-m fading channels[J]. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2004, 53(1): 307–317.
- [7] Hogstad B O, Pätzold M, and Chopra A. A study on the capacity of narrow- and wideband MIMO channel models. In Proc. 15th IST Mobile & Communications Summit, IST 2006, Myconos, Greece, June 2006.

- [8] 王自力, 龚耀寰. MIMO 宏小区窄带信道模型的相关性能分析.
 电波科学学报, 2005, 20(1): 37-42.
 Wang Zi-li and Gong Yao-huan. Correlation characteristic analysis of MIMO macro-cell narrowband channel model.
 Chinese Journal of Radio Science, 2005, 20(1): 37-42.
- [9] 魏旻, 龚耀寰, 李国才. MIMO 中微小区空时相关信道模型的 相关性分析. 系统工程与电子技术学报, 2006, 28(7): 973-984.
 Wei Min, Gong rao-huan, and Li Guo-cai. Analyze the correlationin space-time correlation channel model for MIMO. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(7): 973-984.
- [10] Abdi A, Barger J A, and Kaveh M. A parametric model for the distribution of the angle of arrival and the associated correlation function and power spectrum at the mobile station[J]. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2002, 51(1): 425– 434.
- [11] Leila M, Mischa D, Reza N M, and Hamid A A. Closed-form capacity expressions of orthogonalized correlated MIMO channels[J]. *IEEE Commun. Lett.*, 2004, 8(6): 365–367.
- 孙 君: 女, 1980 年生,博士生,研究方向为信道建模、信道估 计、系统性能分析和优化、STBC MIMO 系统研究、跨 层设计等等.
- 袁东风: 男, 1958 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多级编码、时空编码、OFDM, LDPC、Turbo Code、自组织网络、跨层优化等.