第 30 卷第 7 期 电 子 与 信 息 学 报 Vol.30No.7
2008 年 7 月 Journal of Electronics & Information Technology Jul. 2008

非圆信号方位、俯仰及初相联合估计

刘 剑[①②] 黄知涛[①] 周一宇[①]
[①](国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)
[②](空军工程大学电讯工程学院 西安 710077)

摘 要：该文利用双平行线阵的阵列结构，提出了用于非圆信号二维方向和初相联合估计的扩展 MUSIC(EN-MUSIC)算法。EN-MUSIC 算法估计得到的方位角、俯仰角与初相一一对应，自动配对，其可测向信号数大于子阵阵元数，方位及俯仰测角精度与非圆信号二维测向酉 ESPRIT(2D- NC-UESPRIT)算法大致相当，优于波达方向矩阵法(DOAM)。

关键词：阵列信号处理；二维测向；非圆信号；MUSIC
中图分类号：TN911.7 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2008)07-1666-05

Joint 2-D Angle and Noncircularity Phase Estimation

Liu Jian[①②] Huang Zhi-tao[①] Zhou Yi-yu[①]
[①](*School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha* 410073, *China*)
[②](*Telecommunication Engineering College, Airforce Engineering University, Xi'an* 710077, *China*)

Abstract: A novel joint 2-D angle and noncircularity phase estimation for noncircular signals using dual parallel linear subarrays called extended NC-MUSIC (EN-MUSIC) algorithm is presented. The azimuth, the elevation and the noncircularity phases estimated by EN-MUSIC are paired automatically. The resolvable number of sources for EN-MUSIC can be larger than the number of sensors of each subarray. The estimation precision of 2-D angles by EN-MUSIC algorithm is approximately equal to two dimensional unitary ESPRIT for noncircular signals (2D-NC-UESPRIT), and is better than the DOA Matrix (DOAM) algorithm.

Key words: Array signal processing; 2-D direction finding; Noncircular signals; MUSIC

1 引言

近年来，对通信系统中大量使用的 BPSK 等非圆信号测向受到越来越多的关注[1−6]，Galy 提出了用于非圆信号测向的 MUSIC(NC-MUSIC)算法，Charge 等针对均布线阵用多项式求根代替了 NC-MUSIC 算法中的搜索过程，提出了 NC-root-MUSIC 算法[3]，Delmas 提出了渐近最小方差非圆信号测向算法[5]，Haardt 等将酉 ESPRIT 用于非圆信号测向[2,4]，Abeida等分析了非圆信号测向算法的性能及Cramer-Rao限(CRB)[1,6]。因为利用了信号的非圆特性，非圆信号测向算法可分辨的信号数增多了，测角精度也得到了提高。

到目前为止，非圆信号二维测向的研究甚少，除 Haardt 等[2,4]提出将二维酉 ESPRIT 用于非圆信号测向外，公开文献尚未报道其它二维非圆信号测向算法。本文在 NC-MUSIC 算法的基础上，利用双平行线阵的阵列结构，提出了非圆信号二维方向与初相联合估计的扩展 MUSIC(EN-MUSIC)算法，估计得到的方位角、俯仰角和信号初相一一对应，自动配对。EN-MUSIC 算法可对多于子阵阵元数的信号进行测向，方位和俯仰测角精度与非圆信号二维测向酉 ESPRIT (2D-NC-UESPRIT)大致相当，优于同样基于双平行线阵阵列结构的二维测向算法——波达方向矩阵法(DOAM)[7]。

2 信号模型

2.1 信号模型

如图 1 所示，这里所用的阵列由两个相互平行的子阵 X_a 和 Y_a 组成， X_a， Y_a 均为具有 M 个阵元的均布线阵且具有相同的阵元间距 d_x，两个子阵间的距离为 d_y。假设阵列位于远场，阵元为全向的，频率相同的 D 个不相关窄带信号入射到阵列上，信号 i 与 X，Y，Z 轴的夹角分别为 α_i，β_i，γ_i，显然有 $\cos^2\alpha_i+\cos^2\beta_i+\cos^2\gamma_i=1$，所以信号 i 的入射方向可由 $(\alpha_i，\beta_i)$ 唯一确定。称 α,β 分别为方位角和俯仰角，并认为信号数 D 已知或已估计得到了。上标“*”表示共轭，“T”表示转置，“H” 表示共轭转置。子阵 X_a，Y_a 在时刻 t 的输出矢量分别为[7]

$$\boldsymbol{x}(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_M(t)]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}_x(t) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y}(t)=[y_1(t),y_2(t),\cdots,y_M(t)]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}_y(t) \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{s}(t)=[s_1(t),s_2(t),\cdots,s_D(t)]^{\mathrm{T}}$ 为信号矢量，$\boldsymbol{n}_x(t)=[n_{x1}(t),n_{x2}(t),\cdots,n_{xM}(t)]^{\mathrm{T}}$ 与 $\boldsymbol{n}_y(t)=[n_{y1}(t),n_{y2}(t),\cdots,n_{yM}(t)]^{\mathrm{T}}$ 分别为

2006-11-27 收到，2007-05-25 改回
国家自然科学基金(60502040)资助课题

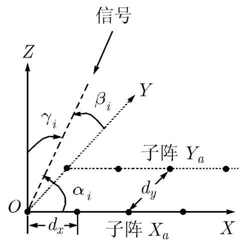


图 1　双平行线阵结构

子阵 X_a 和子阵 Y_a 的噪声矢量，$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}(\alpha_1),\boldsymbol{a}(\alpha_2),\cdots,\boldsymbol{a}(\alpha_D)]$ 为方位矩阵，仅与方位角 α 有关，其中 $\boldsymbol{a}(\alpha)=\left[1,e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d_x\cos\alpha},\cdots,e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d_x\cos\alpha}\right]^{\mathrm{T}}$ 为方位矢量，λ 为波长。$\boldsymbol{\Psi}$ 为只与俯仰角 β 有关的俯仰矩阵，为对角阵，$\boldsymbol{\Psi}=\mathrm{diag}\{e^{j\varphi_1},e^{j\varphi_2},\cdots,e^{j\varphi_D}\}$，$\varphi_i=-\dfrac{2\pi}{\lambda}d_y\cos\beta_i$。假设信号为不相关的零均值平稳随机过程，信号 $s_i(t)$ （$i=1,2,\cdots,D$）的功率为 $\sigma_{s,i}^2$，噪声为复圆高斯白噪声，每个阵元上的噪声功率均为 σ_n^2，信号与噪声不相关。

2.2 非圆信号的定义及表示

本文对非圆信号采用二阶定义。对于信号 s，如果其任意旋转 $se^{j\theta}$ 的一阶和二阶统计特性具有旋转不变性，即 $E\{se^{j\theta}\}=E\{s\}$，$E\{se^{j\theta}(se^{j\theta})^*\}=E\{ss^*\}$，$E\{se^{j\theta}\cdot se^{j\theta}\}=E\{ss\}$，则称 s 为圆信号。于是 s 为圆信号等价于 $E\{s\}=0$，$E\{ss^*\}\neq 0$ 且 $E\{ss\}=0$。如果 $se^{j\theta}$ 的一阶和二阶统计特性不具有旋转不变性，即 $E\{ss\}\neq 0$ 则称 s 为非圆信号(本文已假设信号为零均值的)。经典测向算法是针对圆信号设计的，没有利用 $E\{ss\}$ 中的信息，非圆信号测向算法同时利用 $E\{ss^*\}$ 和 $E\{ss\}$，提高了信息利用率，从而算法性能得以提升。

对任意信号 s，有[1]

$$E\{s^2\}=\rho e^{j\phi}E\{ss^*\}=\rho e^{j\phi}\sigma_s^2 \tag{3}$$

式中 ϕ 为非圆相位，ρ 为信号的非圆率，由 Cauchy-Schwartz 不等式得 $0\le\rho\le 1$。显然，当 $0<\rho\le 1$ 时信号是非圆的。ρ 由信号形式决定，一旦信号形式确定则 ρ 就确定了，对于理想 BPSK 信号，$\rho=1$。不难证明：非圆率为 1 的信号总可以由实信号的移相得到。本文只研究 $\rho=1$ 的情况，此时，非圆信号矢量 $\boldsymbol{s}$ 可写成如下形式[2]

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{\Phi}^{1/2}\boldsymbol{s}_0 \tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{s}_0=[s_{0,1},s_{0,2},\cdots,s_{0,D}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}$，$s_{0,i}$ 为信号 s_i 对应的零初相实信号，对角矩阵 $\boldsymbol{\Phi}^{1/2}=\mathrm{diag}\{e^{j\phi_i/2}\}_{i=1}^{D}$，$\phi_i/2$ 为信号 s_i 的初相，为非圆相位的一半。

3　EN-MUSIC 算法

NC-MUSIC 算法对含有非圆信息的扩展协方差矩阵进行特征分解，利用 MUSIC 算法的思想得到以方位和非圆相位为变量的空间谱函数，再利用二次型的性质将二维搜索化为一维搜索或求根[3]，求得信号方位和非圆相位。本文提出的 EN-MUSIC 算法对进一步扩展的含有方位、俯仰和非圆相位信息的协方差矩阵进行特征分解，用类似于 NC-MUSIC 的方法得到方位、俯仰和信号初相(或非圆相位)的联合估计。

由式(1)，子阵 X_a 输出 $\boldsymbol{x}(t)$ 的自协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{xx}=E\{\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_M \tag{5}$$

式中 $\boldsymbol{I}_M$ 为 $M\times M$ 的单位矩阵，对角矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_s=E\{\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(t)\}$ 为信号的自协方差矩阵。由式(3)，式(4)可得，$E\{\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}(t)\}=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Gamma}_s$。于是可得 $\boldsymbol{x}(t)$ 的共轭自协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{xx^*}=E\{\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\}=E\{\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

同理可得互协方差矩阵和共轭互协方差矩阵

$$\boldsymbol{R}_{xy}=E\{\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{y}^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Psi}^*\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{R}_{yx^*}=E\{\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

用这 4 个矩阵构造一个扩展协方差矩阵

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_E&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{xx} & \boldsymbol{R}_{xx^*} & \boldsymbol{R}_{xy}\\ \boldsymbol{R}_{xx^*}^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{R}_{xx}^* & \boldsymbol{R}_{yx^*}^{\mathrm{H}}\\ \boldsymbol{R}_{xy}^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{R}_{yx^*} & \boldsymbol{R}_{xx}\end{bmatrix}\\ &=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Psi}^*\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\\ \boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Psi}^*\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\end{bmatrix}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{3M}\\ &=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Psi}\end{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}_s\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\\ \boldsymbol{A}\boldsymbol{\Psi}\end{bmatrix}^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{3M}\end{aligned} \tag{9}$$

式中 $\boldsymbol{I}_{3M}$ 为 $3M\times 3M$ 的单位矩阵。扩展协方差矩阵的其它构造形式在下一节讨论。显然，$\boldsymbol{R}_E$ 中含有方位、俯仰和信号初相信息，为得到其联合估计，对 $\boldsymbol{R}_E$ 进行特征分解

$$\boldsymbol{R}_E=\boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}} \tag{10}$$

$\boldsymbol{U}$ 的第 D+1 到第 $3M$ 列组成的矩阵记为 $\boldsymbol{U}_n$，张成噪声子空间，于是信号的方位、俯仰和非圆相位可最小化下式得到

$$J(\alpha,\phi,\varphi)=\boldsymbol{b}^{\mathrm{H}}(\alpha,\phi,\varphi)\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}}\boldsymbol{b}(\alpha,\phi,\varphi) \tag{11}$$

式中

$$\boldsymbol{b}(\alpha,\phi,\varphi)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}(\alpha)\\ \boldsymbol{a}^*(\alpha)e^{-j\phi}\\ \boldsymbol{a}(\alpha)e^{j\varphi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}(\alpha) & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{a}^*(\alpha) & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{a}(\alpha)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ e^{-j\phi}\\ e^{j\varphi}\end{bmatrix} \tag{12}$$

称为扩展导向矢量。为避免对 α，ϕ 和 φ 的三维搜索，将 $\boldsymbol{U}_n$ 分块为具有相同行数的 3 个子矩阵[3]

$$\boldsymbol{U}_n=\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{n1}\\ \boldsymbol{U}_{n2}\\ \boldsymbol{U}_{n3}\end{bmatrix} \tag{13}$$

则式(11)可写成

$$J(\alpha,\phi,\varphi)=\boldsymbol{p}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{p} \tag{14}$$

式中 $\boldsymbol{p}=\begin{bmatrix}1\\e^{-j\phi}\\e^{j\varphi}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{M}$ 为 3×3 矩阵

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}(\alpha)&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{a}^*(\alpha)&\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{a}(\alpha)\end{bmatrix}^{\mathrm{H}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{n1}\\\boldsymbol{U}_{n2}\\\boldsymbol{U}_{n3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}_{n1}\\\boldsymbol{U}_{n2}\\\boldsymbol{U}_{n3}\end{bmatrix}^{\mathrm{H}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}(\alpha)&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{a}^*(\alpha)&\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{0}&\boldsymbol{a}(\alpha)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A&B&C\\D&E&F\\G&H&I\end{bmatrix}\tag{15}$$

式中 $A=\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n1}\boldsymbol{U}_{n1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\alpha)$，$B=\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n1}\boldsymbol{U}_{n2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}^*(\alpha)$，$C=\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n1}\boldsymbol{U}_{n3}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\alpha)$，$D=\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n2}\boldsymbol{U}_{n1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\alpha)$，$E=\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n2}\cdot\boldsymbol{U}_{n2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}^*(\alpha)$，$F=\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n2}\boldsymbol{U}_{n3}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\alpha)$，$G=\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n3}\boldsymbol{U}_{n1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\alpha)$，$H=\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n3}\boldsymbol{U}_{n2}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}^*(\alpha)$，$I=\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(\alpha)\boldsymbol{U}_{n3}\boldsymbol{U}_{n3}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}(\alpha)$。

式(14)中 J 为二次型，其最小值由 $\boldsymbol{M}$ 的最小特征值得到，J 取最小值时 $\boldsymbol{p}$ 为最小特征值对应的特征向量。因为 $\boldsymbol{M}$ 为 Hermitian 矩阵，所以其最小特征值为 0。亦即，若 α 为真实方位角，则 $\boldsymbol{M}$ 的行列式等于 0。于是定义空间谱函数

$$f(\alpha)=\det\{\boldsymbol{M}\}\tag{16}$$

考虑到实际中有限采样等方面的因素，对空间谱函数式(16)搜索极小值或求根可得信号方位角的估计值。求得方位角后，对应于任一个方位角 α_i，由 $\boldsymbol{Mp}=\boldsymbol{0}$，即

$$\left.\begin{aligned}A(\alpha_i)+B(\alpha_i)e^{-j\phi_i}+C(\alpha_i)e^{j\varphi_i}&=0\\D(\alpha_i)+E(\alpha_i)e^{-j\phi_i}+F(\alpha_i)e^{j\varphi_i}&=0\\G(\alpha_i)+H(\alpha_i)e^{-j\phi_i}+I(\alpha_i)e^{j\varphi_i}&=0\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

可求得信号的俯仰角及初相。式(17)为典型的最小二乘问题，令 $\boldsymbol{J}(\alpha_i)=\begin{bmatrix}-A(\alpha_i)\\-D(\alpha_i)\\-G(\alpha_i)\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{K}(\alpha_i)=\begin{bmatrix}B(\alpha_i)&C(\alpha_i)\\E(\alpha_i)&F(\alpha_i)\\H(\alpha_i)&I(\alpha_i)\end{bmatrix}$，$[\boldsymbol{K}^{\mathrm{H}}(\alpha_i)\cdot\boldsymbol{K}(\alpha_i)]^{-1}\boldsymbol{K}^{\mathrm{H}}(\alpha_i)\boldsymbol{J}(\alpha_i)=\begin{bmatrix}m_1(\alpha_i)\\m_2(\alpha_i)\end{bmatrix}$，则

$$m_1(\alpha_i)=e^{-j\phi_i},\qquad m_2(\alpha_i)=e^{j\varphi_i}\tag{18}$$

所以入射信号的非圆相位和俯仰角分别为

$$\phi_i=j\ln[m_1(\alpha_i)]\tag{19}$$

$$\beta_i=\arccos\left\{\frac{j\lambda}{2\pi d_y}\ln[m_2(\alpha_i)]\right\}\tag{20}$$

可见，EN-MUSIC 算法的方位角、俯仰角与非圆相位(或信号初相)一一对应，无需配对，这一点与 2D-NC-UESPRIT 和 DOAM 类似。由于 EN-MUSIC 算法先估计得到方位角再估计俯仰角，俯仰角是否相同不影响方位角的估计，所以信号俯仰角相同(称为俯仰角兼并)时仍可测向。2D-NC-UESPRIT 算法也可以处理俯仰角兼并的信号，而此时 DOAM 已失效。

$\boldsymbol{U}_n$ 为 $3M\times(3M-D)$ 的，所以 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}})\le 3M-D$，又由 EN-MUSIC 算法原理可知，只有在真实方位角处矩阵 $\boldsymbol{M}$ 秩损，所以 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}})\ge 3$，故 $D\le 3(M-1)$，即 EN-MUSIC 算法的最大可测向信号数为 $3(M-1)$个。如果入射信号俯仰角均相同，则等效导向矢量为 $(2M+1)\times 1$ 的矢量，所以 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}})\le 2M+1-D$，又 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{U}_n^{\mathrm{H}})\ge 3$，所以 $D\le 2(M-1)$，即入射信号俯仰角相同时 EN-MUSIC 算法的最大可测向信号数为 $2(M-1)$个。

4 扩展协方差矩阵构造方法的讨论

由上节可见，扩展协方差矩阵式(9)中含有方位、俯仰和信号初相的信息，所以得到了三者的联合估计。实际上，我们亦可以如下构造扩展协方差矩阵

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{E1}&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{xx}&\boldsymbol{R}_{xx^*}&\boldsymbol{R}_{yx^*}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{R}_{xx^*}^*&\boldsymbol{R}_{xx}^*&\boldsymbol{R}_{yx}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{R}_{yx^*}^*&\boldsymbol{R}_{yx}^*&\boldsymbol{R}_{xx}^*\end{bmatrix}\\&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}&\boldsymbol{A\Gamma}_s\boldsymbol{\Phi A}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{A\Gamma}_s\boldsymbol{\Psi\Phi A}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}&\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{\Psi A}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\boldsymbol{\Psi}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}&\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Psi}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{3M}\\&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\\\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\boldsymbol{\Psi}^*\end{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}_s\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\\\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\Phi}^*\boldsymbol{\Psi}^*\end{bmatrix}^{\mathrm{H}}+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{3M}\end{aligned}\tag{21}$$

式中 $\boldsymbol{R}_{yx}=E\{\boldsymbol{y}(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{A\Psi\Gamma}_s\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$。类似于式(10)−式(20)的步骤，亦可以得到方位角、俯仰角及信号初相的联合估计。式(9)和式(21)的构造有一定的技巧性，下面给出直观方便的构造方法。如果定义扩展阵列输出为

$$\boldsymbol{x}_E(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\\boldsymbol{x}^*(t)\\\boldsymbol{y}(t)\end{bmatrix}\tag{22}$$

则扩展协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_E$ 可表示为

$$\boldsymbol{R}_E=E\{\boldsymbol{x}_E(t)\boldsymbol{x}_E^{\mathrm{H}}(t)\}\tag{23}$$

同理可定义

$$\boldsymbol{x}_{E1}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\\boldsymbol{x}^*(t)\\\boldsymbol{y}^*(t)\end{bmatrix}\tag{24}$$

则扩展协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{E1}$ 可表示为

$$\boldsymbol{R}_{E1}=E\{\boldsymbol{x}_{E1}(t)\boldsymbol{x}_{E1}^{\mathrm{H}}(t)\}\tag{25}$$

此时扩展导向矢量为

$$\boldsymbol{b}_1(\alpha,\phi,\varphi)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}(\alpha)\\\boldsymbol{a}^*(\alpha)e^{-j\phi}\\\boldsymbol{a}^*(\alpha)e^{-j\phi}e^{-j\varphi}\end{bmatrix}\tag{26}$$

式(9)和式(23)以及式(21)和式(25)在理论上是相同的，

但实际计算中，式(9)和式(21)可以只需计算部分元素，所以计算量较小。另外，使用 $\boldsymbol{R}_{E1}$ 时俯仰角的估计要依赖于初相的估计，增加了计算量和计算误差。

不考虑行的顺序，还可以令扩展阵列输出为 $\boldsymbol{x}_{E2}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)\\ \boldsymbol{y}^*(t)\end{bmatrix}$ 和 $\boldsymbol{x}_{E3}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^*(t)\\ \boldsymbol{y}(t)\\ \boldsymbol{y}^*(t)\end{bmatrix}$，对应的扩展导向矢量分别为 $\boldsymbol{b}_2(\alpha,\phi,\varphi)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}(\alpha)\\ \boldsymbol{a}(\alpha)e^{j\varphi}\\ \boldsymbol{a}^*(\alpha)e^{-j\varphi}e^{-j\phi}\end{bmatrix}$ 和 $\boldsymbol{b}_3(\alpha,\phi,\varphi)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}^*(\alpha)\\ \boldsymbol{a}(\alpha)e^{j\varphi}e^{j\phi}\\ \boldsymbol{a}^*(\alpha)e^{j\varphi}\end{bmatrix}$，对应的扩展协方差矩阵可类似式(9)和式(21)得到，也可以对这两个扩展阵列输出直接求协方差矩阵，而前者的计算量小于后者。另外，这两种扩展方法的初相估计都要依赖于俯仰角估计，其计算误差会略大。

类似于上节的分析，扩展阵列输出采用 $\boldsymbol{x}_{E1}(t)$，$\boldsymbol{x}_{E2}(t)$ 和 $\boldsymbol{x}_{E2}(t)$ 时，算法最多可对 $3(M-1)$个信号进行二维方向和初相的联合估计，俯仰角相同条件下最多可对 $2(M-1)$个信号进行联合估计。

5　性能仿真

本节对 EN-MUSIC 算法进行计算机仿真实验，验证其性能。仿真中每一子阵均为均布三元线阵，阵元间距半波长，信号形式 BPSK，噪声为加性高斯圆复白噪声，扩展协方差矩阵的计算采用式(23)。本文算法与波达方向矩阵法(DOAM)有许多相似之处：都采用双平行线阵，都不需要方位角与俯仰角的配对，所以测向性能仿真分析将与 DOAM 算法比较，同时也与公开文献中仅有的非圆信号二维测向算法——二维酉 ESPRIT(2D-NC-UESPRIT)进行了比较。

假设 6 个 BPSK 信号从[40°,75°], [60°,75°], [80°,75°], [100°,75°], [120°,95°], [140°,95°] 入射，其初相分别为[15°,30°,45°,60°,75°,85°]，信噪比均为 15dB，快拍数 200，图 2 所示为 EN-MUSIC 算法采用 M=3 的双平行线阵对 6 个入射信号进行测向的结果，表 1 为 6 个信号初相均值和均方根误差(RMSE)的统计。测向结果为 300 次独立仿真结果的叠加，初相估计为此 300 次结果的统计。对于子阵阵元数 $M>2$ 的阵列且快拍数远大于 M 时，DOAM 只能对($M-1$)个信号测向，2D-NC-UESPRIT 只能对 $2(M-1)$个非圆信号测向[2]，而 EN-MUSIC 算法由于对方位矩阵进行了扩展，俯仰角又与方位角一一对应，所以可对 $3(M-1)$个非圆信号测向。另外，DOAM 不能处理俯仰角兼并的情况，而 EN-MUSIC 和 2D-NC-UESPRIT 算法仍有效，EN-MUSIC 最多可对 $2(M-1)$个俯仰角相同的信号测向。图 2 验证了 EN-MUSIC 算法最大可测向信号数和俯仰兼并时最大可测向信号数的结论。

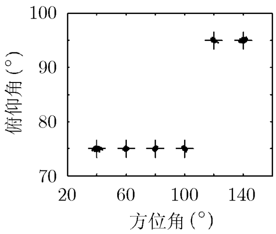
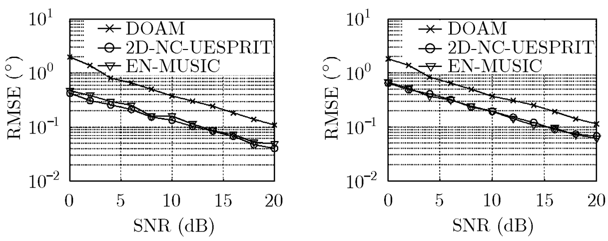


图 2　EN-MUSIC 算法的测向结果(M=3)

表 1　6 个信号初相的估计结果(°)

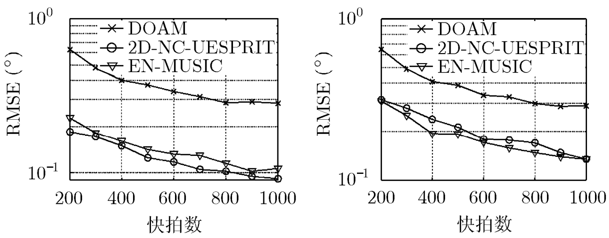
初相	15	30	45	60	75	85
均值	15.032	30.064	44.981	59.963	74.979	85.028
RMSE	0.8521	1.2213	0.9354	0.8895	0.8774	1.1932

假设两个 BPSK 信号从[75°,75°]，[85°,85°]入射，初相的取值均为 0，图 3 所示为信噪比由 0dB 到 20dB 变化时 EN-MUSIC，2D-NC-UESPRIT 和 DOAM 的测角均方根误差(RMSE)比较。仿真中，快拍数为 500， RMSE 由 300 次测角结果的统计得到。图 4 所示为 10dB 信噪比下快拍数对 EN-MUSIC，2D-NC-UESPRIT 和 DOAM 的测角 RMSE 的影响。图 3 和图 4 中给出的都是第 1 个信号的测向结果，第 2 个信号的测向结果与第 1 个信号相似，不再给出。由两图可见，EN-MUSIC 与 2D-NC-UESPRIT 的测向精度大体相当，而两者的方位和俯仰测角精度在信噪比和快拍数变化时均优于 DOAM。



(a) 方位角　　(b) 俯仰角

图 3　测角精度与 SNR 的关系



(a) 方位角　　(b) 俯仰角

图4　测角精度与快拍数的关系

6　结束语

提出了用于非圆信号二维方向和初相联合估计的扩展 MUSIC(EN-MUSIC)算法。EN-MUSIC 算法利用双平行线

阵的阵列结构将非圆信号测向的 NC-MUSIC 算法进一步扩展，估计得到的方位角、俯仰角和信号初相一一对应，自动配对。EN-MUSIC 算法可对多于子阵阵元数的信号进行测向，方位和俯仰测角精度与与 2D-NC-UESPRIT 大致相当，优于波达方向矩阵法(DOAM)，而且可以处理俯仰角相同的信号。仿真实验验证了 EN-MUSIC 算法的上述优良性能。

参 考 文 献

[1] Abeida H and Delmas J P. MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2678–2690.

[2] Haardt M and Romer F. Enhancements of unitary ESPRIT for non-circular sources [C]. IEEE Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP), Montral, QC, Canada, May 17-21, 2004, vol. II: 101–104.

[3] Charge P, Wang Y, and Saillard J. A noncircular sources direction finding method using polynomial rooting [J]. *Signal Processing*, 2001, 81(6): 1765–1770.

[4] Roemer F and Haardt M. Efficient 1-D and 2-D DOA estimation for non-circular sources with hexagonal shaped espar arrays [C]. IEEE Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP), Toulouse, France, May, 2006, vol. IV: 881–884.

[5] Delmas J P. Asymptotically minimum variance second-order estimation for noncircular signals with application to DOA estimation [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(5): 1235–1241.

[6] Delmas J P and Abeida H. Stochastic Cramer–Rao bound for noncircular signals with application to DOA estimation [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(11): 3192– 3199.

[7] 殷勤业，邹理和，and Newcomb R W. 一种高分辨率二维信号参量估计方法—— 波达方向矩阵法[J]. 通信学报，1991, 12(4): 1–7, 44.

Yin Q Y, Zou L H, and Newcomb R W. A high resolution approach to 2-D signal parameter estimation—DOA matrix method [J]. *Journal of China Institute of Communications*, 1991, 12(4): 1–7, 44.

刘 剑： 男，1978年生，助教，博士生，研究方向为阵列信号处理、综合电子战.

黄知涛： 男，1976年生，副教授，主要研究方向为循环平稳信号处理、综合电子战.

周一宇： 男，1948年生，教授，博士生导师，主要研究方向为综合电子战.