

基于有限反馈的 MIMO 系统自适应调制

刘毅 张海林

(西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文利用信道的特征矢量, 将 MIMO 高斯信道转化成混合信道, 结合功率分配给出了自适应调制方案, 使系统容量在发射功率和服务质量约束下达到最大。发射端所需的波束成形和功率分配等信息利用有限的比特反馈到发射端。仿真结果表明: 在小信噪比的情况下, 该自适应调制方案对系统容量有明显改善。

关键词: 自适应调制; 有限反馈; 功率分配; 多输入多输出

中图分类号: TN911.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)11-2628-04

Adaptive Modulation for MIMO System Based on Limited Feedback

Liu Yi Zhang Hai-lin

(State Key Laboratory of ISN, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The MIMO channel is changed into the mixture channel using the eigenvector of the channel matrix. The adaptive modulation together with power allocation is studied in order to maximize the system capacity under the constraint of total transmit power and Quality of Service (QoS). The information needed at the transmitter such as beamforming vector and power allocation vector is conveyed back using limited feedback. The simulation results show that the proposed scheme can improve the capacity greatly at low SNR.

Key words: Adaptive modulation; Limited feedback; Power allocation; MIMO

1 引言

将频谱利用率最大化, 一直是通信领域研究的热点问题。多输入多输出(MIMO)系统与单输入单输出(SISO)系统相比, 在固定可用带宽情况下, 容量可以得到极大提高, 从而提高了频谱资源的利用效率。

如果发射端有信道状态信息(CSI), 可以利用“注水”(water filling)算法分配发射功率, 使MIMO系统的容量在发射功率一定的情况下达到最大^[1]。但是, 发射端往往是没有CSI的, 或者只能得到部分CSI^[2-4], 文献[2]将信道的统计量(如均值、方差等)反馈到发射端; 文献[3,4]为反馈信息构建码本, 利用有限比特将信息在码本中的索引反馈到发射端, 进行预编码。现有的有限反馈的研究对调制方案都没有考虑, 而在实际系统中发射天线上都采用了调制技术。本文在假定接收端具有理想的CSI条件下, 利用有限的反馈, 对MIMO系统自适应调制进行了研究, 给出了自适应调制方案。

文中符号按如下规定, \mathbf{X}^T 表示矩阵的转置; \mathbf{X}^H 表示矩阵的共轭转置; $\text{Tr}\{\mathbf{X}\}$ 表示矩阵的迹; \mathbf{I}_N 表示 $N \times N$ 的单位阵; $[k]$ 表示对 k 下取整; $f^{-1}(x)$ 表示函数 $f(x)$ 的逆函数。

2 系统模型

假定 MIMO 系统发射和接收天线数分别为 N_T 和 N_R 。 \mathbf{H} 为 $N_R \times N_T$ 的信道矩阵, 其元素为相应天线之间的信道冲

击响应, 满足独立同分布的零均值单位方差复高斯分布。发射信号 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{N_T})^T$ 为 $N_T \times 1$ 矢量, 且 $E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{I}_{N_T}$ 。发射端和接收端分别有 $N_T \times N_T$ 的波束成形矩阵 \mathbf{F} 和 $N_R \times N_R$ 的合并矩阵 \mathbf{Z} , 且有 $\mathbf{F}^H\mathbf{F} = \mathbf{I}_{N_T}$ 和 $\mathbf{Z}^H\mathbf{Z} = \mathbf{I}_{N_R}$ 。带有发射端自适应的 MIMO 系统, 数学上可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\mathbf{H}\mathbf{F}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{N_R})^T$ 为接收端得到的信号, $\boldsymbol{\Phi}$ 为 $N_T \times N_T$ 的功率分配对角矩阵, 满足最大发射功率约束条件: $\text{Tr}\{\boldsymbol{\Phi}^H\boldsymbol{\Phi}\} \leq P_T$, \mathbf{n} 为噪声矢量, 满足 $\mathbf{n} \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2\mathbf{I}_{N_R})$ 。

如果在发射端具有 CSI, 信道奇异值分解(SVD)为 $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$, 可利用注水(WF)算法, 使系统容量最大化, 最优解为^[1]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{V}, \mathbf{Z} = \mathbf{U}^H \\ \boldsymbol{\Phi} &= \text{diag}(\varphi_{11}, \dots, \varphi_{N_T N_T}) \\ \varphi_{ii}^2 &= \max\left(0, \mu - \frac{\sigma^2}{\lambda_i^2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

此时系统理论容量为

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{N_T} + \frac{\boldsymbol{\Phi}^H \mathbf{D}^H \mathbf{D} \boldsymbol{\Phi}}{\sigma^2} \right] \quad (3)$$

如果发射端无 CSI, 最优的功率分配方案就是平均分配功率(AP), 即, $\boldsymbol{\Phi} = \sqrt{P_T/N_T} \cdot \mathbf{I}_{N_T}$, 系统容量为

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{N_T} + \frac{P_T \mathbf{H}^H \mathbf{H}}{N_T \sigma^2} \right] \quad (4)$$

3 基于有限反馈的自适应调制

有限反馈是在假设接收端具有理想 CSI 时, 利用有限的比特, 将发射端所需的 CSI 反馈回去。本节将讨论如何利用有限反馈的 CSI, 进行 MIMO 系统的自适应调制。

WF 方案可以实现最大的信道容量, 但是需要大量的反馈数据(如矩阵 \mathbf{V}), 而 AP 方案不需要反馈 CSI, 但是系统容量较小, 当发射功率较小时, 二者容量相差很大, 当发射功率很大时, 文献[5]证明了, WF 与 AP 是等价的, 容量近似相等。

为了使系统在小功率的时候也有较好的性能, 同时又不过多增加反馈数据, 本文采用有限反馈将部分信道信息反馈到发射端, 这里先给出相关的定理。

定理 1 如果在发射端具有信道奇异值分解 $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$, 其最大奇异值 λ_{\max} 所对应的特征矢量为 \mathbf{v}_{\max} , 则可以将 MIMO 信道转化成一个 SISO 信道加一个小的 MIMO 信道(称为混合信道)。

证明 不失一般性, 设 $\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_{\max}, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_T})$, $\lambda_{\max} \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{N_T}$, 令 $\hat{\mathbf{V}} = [\mathbf{v}_{\max}, \hat{\mathbf{V}}']$, 其中 $\hat{\mathbf{V}}'$ 为 \mathbf{v}_{\max} 的正交补空间。即: $\mathbf{v}_{\max}^H \hat{\mathbf{V}}' = \mathbf{0}_{1 \times (N_T-1)}$, $(\hat{\mathbf{V}}')^H \hat{\mathbf{V}}' = \mathbf{I}_{N_T-1}$ 。接收端利用合并矩阵 $\mathbf{Z} = \mathbf{U}^H = [\mathbf{u}_1, \mathbf{U}']$, \mathbf{u}_1 为 \mathbf{U}^H 的第一列。此时, 接收信号为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{U}^H \mathbf{H} \hat{\mathbf{V}} \mathbf{x} = \mathbf{U}^H \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H [\mathbf{v}_{\max}, \hat{\mathbf{V}}_{N_T-1}] \Phi \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \\ &= [\mathbf{D} \mathbf{V}^H \mathbf{v}_{\max}, \mathbf{D} \mathbf{V}^H \hat{\mathbf{V}}_{N_T-1}] \Phi \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_{\max} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \mathbf{V}^H \hat{\mathbf{V}}_{N_T-1} \end{bmatrix} \Phi \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \end{aligned} \quad (5)$$

由式(5)可以看出, 将 $N_T \times N_R$ 的 MIMO 信道, 转化成增益为 λ_{\max}^2 的 SISO 信道加上一个 $(N_T - 1) \times (N_R - 1)$ 的 MIMO 信道 $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{D} \mathbf{V}^H \hat{\mathbf{V}}_{N_T-1}$ 的混合信道。

在混合信道上, 采用如下结构的接收机。将信道 $\tilde{\mathbf{H}}$ 进行正交三角(QR)分解, 可以得到: $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{U}_R \mathbf{R}$ 。其中 \mathbf{U}_R 为 $(N_R - 1) \times (N_T - 1)$ 的酉矩阵, 上三角矩阵 \mathbf{R} 的结构如下[6]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1(N_T-1)} \\ 0 & R_{22} & \dots & R_{2(N_T-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R_{(N_T-1)(N_T-1)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

令酉矩阵 $\bar{\mathbf{U}}_R = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_R \end{bmatrix}$, 式(5)变为

$$\hat{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{U}}_R \begin{bmatrix} \lambda_{\max} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \Phi \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \quad (7)$$

两边左乘 $\bar{\mathbf{U}}_R^H$, 上式变为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}} &= \bar{\mathbf{U}}_R^H \hat{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{U}}_R^H \bar{\mathbf{U}}_R \begin{bmatrix} \lambda_{\max} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \Phi \mathbf{x} + \bar{\mathbf{U}}_R^H \mathbf{U}^H \mathbf{n} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_{\max} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \Phi \mathbf{x} + \mathbf{n}' \end{aligned} \quad (8)$$

则 SISO 信道上的信号 x_1 的信噪比为 $\lambda_{\max}^2 / \sigma^2$, $\tilde{\mathbf{H}}$ 信道上信号 x_i 的信噪比为

$$\gamma_{x_i} = \Phi_{ii}^2 R_{(i-1)(i-1)}^2 / \sigma^2 \quad (9)$$

如果用 c 、 r 、 P_e 分别表示最大调制比特数、信噪比和误比特率三者之间有如下关系:

$$c = f(P_e, r) \quad (10)$$

对于 MIMO 系统子信道的调制来说, 在系统服务质量(QoS)一定的条件下, 确定了子信道上的信噪比, 就可以确定最大可用调制比特数。

由式 (9) 可以看出, 子信道上的信噪比取决于子信道分配的功率。在混合信道上, 本文采用如下的功率分配方案。将发射功率量化成 T (T 能整除 N_T) 份, 每个子信道上只能分整数份; 在 SISO 信道上, 由于信道增益较大, 分配较多的功率 ($p_1 \geq P_T / N_T$), 在 $\tilde{\mathbf{H}}$ 信道上采用平均功率分配方案。则所有可能的功率分配矢量 $\mathbf{p} = (p_1^i, p_2^i, \dots, p_{N_T}^i)$, $1 \leq i \leq q$ (假设为 q 个矢量) 形成一个码本 \mathbf{Q} (此码本通过离线构建, 且发射端和接收端均存储此码本), 结合自适应调制, 采用如下方法在 \mathbf{Q} 中选择分配方案:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= f(P_e, p_1^i \lambda_{\max}^2 / \sigma^2) \\ c_k &= f(P_e, p_k^i R_{(k-1)(k-1)}^2 / \sigma^2), \quad 2 \leq k \leq N_T \\ p^i &= \arg \max_{p^i \in \mathbf{Q}} \left\{ \sum_{k=1}^{N_T} c_k \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

这样, 在满足固定 QoS 的条件下, 每个子信道采用的调制比特数为 c_i , $i = 1, \dots, N_T$, 同时, 子信道上功率分配方案也确定了。

上面的过程是在接收端完成的, 需要反馈到发射端的 CSI 为 λ_{\max} 所对应的特征矢量 \mathbf{v}_{\max} , 功率分配矢量 p^i 以及子信道调制方案 $(c_1, c_2, \dots, c_{N_T})$ 。 c_i , $i = 1, \dots, N_T$ 为正整数, 可直接反馈, 对于 p^i , 发射端也存储了码本 \mathbf{Q} , 故只需反馈其索引即可, 功率分配矩阵可由 p^i 得到: $\Phi = \text{diag}(\sqrt{p_1^i}, \sqrt{p_2^i}, \dots, \sqrt{p_{N_T}^i})$ 。对于 \mathbf{v}_{\max} , 我们将在下节讨论如何为它构建码本。

4 特征矢量码本的构建

本节将利用格拉斯曼空间装箱的原理为 \mathbf{v}_{\max} 构建码本(用 \mathbf{W} 表示), 首先给出必要的数学知识。

定理 2 若 \mathbf{H} 中元素满足独立同分布的 CN(0,1), 其奇异值分解 $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H$ 得到的最大奇异值 λ_{\max} 所对应的特征矢量满足在单位范数球面的均匀分布。

定理 2 的证明见文献[7]。

矢量夹角定义: $\theta = \arccos(|\mathbf{u}_i^H \mathbf{u}_j|)$, $\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j$ 为同维度的矢量。

格拉斯曼空间 $G(m, n)$ 的定义: $G(m, n)$ 为所有 m 维欧氏空间 E^m ($E = \mathbb{R}$ 或 $E = \mathbb{C}$) 的 n 维子空间的集合[4]。格拉斯曼空间装箱问题为当 N 一定, 在 E^m 中找到 N 个 n 维子空间,

使其是这个格拉斯曼空间 $G(m, n)$ 的最佳近似。若子空间维数 $n=1$ ；信道冲激响应为复数，所以 $E = \mathbb{C}$ ，此时格拉斯曼空间 $G(m, 1)$ 为直线之间最小的夹角最大的 N 条过原点 \mathbb{C}^m 的直线的集合，又称作格拉斯曼框架^[8]。

定理 3 设 \mathbf{w} 为单位范数球面均匀分布的复矢量，在等效增益 $\|\mathbf{H}\mathbf{w}\|^2$ 最大准则下，为 \mathbf{w} 构建含 N 个元素的码本 \mathbf{W} ，等价于构造 N 个矢量的格拉斯曼框架，即最佳码本为矢量之间最小的夹角最大的 N 个矢量的集合。

定理 3 的证明见文献[4,8]。

格拉斯曼框架的构建已有许多文献进行了研究，Love给出了一些不同维度下的格拉斯曼框架^[9]。

构建了码本 \mathbf{W} 后，波束成形矢量的选择方法为

$$\hat{\mathbf{v}}_{\max} = \arg \max_{\mathbf{w}_i \in \mathbf{W}} \|\mathbf{H}\mathbf{w}_i\|^2 \quad (12)$$

发射端根据接收端反馈索引，在 \mathbf{W} 中找到 $\hat{\mathbf{v}}_{\max}$ ， $\hat{\mathbf{v}}_{\max}$ 的正交补空间可以由如下方法得到：

首先将 $\hat{\mathbf{v}}_{\max}$ 奇异值分解：

$$\hat{\mathbf{v}}_{\max} = \hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{V}}^H \quad (13)$$

其中 $\hat{\mathbf{U}}$ 为 $N_T \times N_T$ 的酉矩阵， $\hat{\mathbf{D}} = (A, 0, \dots, 0)^T$ 为 $N_T \times 1$ 维矢量， $\hat{\mathbf{V}}$ 为复数。 $\hat{\mathbf{v}}_{\max}$ 的正交补空间为 $\hat{\mathbf{V}}' = \hat{\mathbf{U}}^*$ ， $\hat{\mathbf{U}}^*$ 为矩阵 $\hat{\mathbf{U}}$ 去掉第一列后得到的 $N_T \times (N_T - 1)$ 矩阵。由定理 1，得到发射端的波束成形酉矩阵为

$$\mathbf{F} = [\hat{\mathbf{v}}_{\max}, \hat{\mathbf{V}}'] = [\hat{\mathbf{v}}_{\max}, \hat{\mathbf{U}}^*] \quad (14)$$

通过上述方案，将 MIMO 信道通过有限反馈 CSI 等效成混合信道，将功率分配与自适应调制结合，保证系统 QoS 的条件下，使总容量达到最大。

5 仿真结果

为了验证算法的性能，通过 Matlab 仿真软件对算法性能进行了比较。仿真中，不考虑反馈数据的延时，系统的 QoS 为 $P_e \leq 10^{-5}$ 。功率量化分数 $T=100$ ，码本 \mathbf{W} 中元素数 $N=64$ 。子信道上采用的调制方式为 M -PSK， $M = 2^c$ 。 M -PSK 调制的比特数、误码率与信噪比的关系为^[10]

$$c = \begin{cases} 0, & \text{SNR} < \frac{1}{2}[Q^{-1}(P_e)] \\ 1, & \frac{1}{2}[Q^{-1}(P_e)]^2 \leq \text{SNR} < \frac{1}{2}[Q^{-1}(1 - \sqrt{1 - P_e})]^2 \\ 2, & \frac{1}{2}[Q^{-1}(1 - \sqrt{1 - P_e})]^2 \leq \text{SNR} < \frac{1}{2}\left[\frac{Q^{-1}(P_e/2)}{\sin(\pi/2^3)}\right]^2 \\ \left\lceil \log_2 \left[\pi / \arcsin \left(\frac{Q^{-1}(P_e/2)}{\sqrt{2\text{SNR}}} \right) \right] \right\rceil, & \\ \text{SNR} \geq \frac{1}{2}\left[\frac{Q^{-1}(P_e/2)}{\sin(\pi/2^3)}\right]^2 & \end{cases} \quad (15)$$

其中 $Q(x)$ 代表 Q 函数，为了简化计算，将误码率设定在 $P_e = 10^{-5}$ ，将调制比特数与最低接收信噪比的关系计算出

来，形成一个表格(表 1)，每次只需根据信噪比查表选择调制比特 c ，避免了每次要计算 Q 逆函数。

表 1 M -PSK 调制比特数与信噪比的关系 ($P_e = 10^{-5}$)

比特数	1	2	3	4	5	6	7	...
信噪比(dB)	9.66	12.21	20.56	26.41	32.39	38.41	44.42	...

仿真中将本文所提出的自适应调制方案(Adaptive)容量与理想 CSI 的注水方案(WF)和无 CSI 的平均分配功率方案(AP)的容量进行了比较，为了使 3 种方案的容量具有可比性，WF 方案和 AP 方案的子信道上也采用了 M -PSK 自适应调制。

图 1 给出了在收发天线均为 4 时，3 种方案在不同信噪比情况下达到的容量。可以看出，AP 方案在信噪比小于 5dB 时，容量几乎为 0，本文方案与其相比在小信噪比时系统容量有较大提高，与 WF 方案几乎相同；在大信噪比时，3 种方案的容量渐进相等。图 2 的仿真条件与图 1 基本相同，只是收发均为 8 天线。在图 2 中，Adaptive 方案对容量的改善不如图 1 明显，其原因是，当码本元素数目($N=64$)相同时，由于天线数目的增加，也就是矢量维度的增大，使利用格拉斯曼框架进行矢量量化的失真度增大了，如果要减小失真度，就要相应增加码本元素。

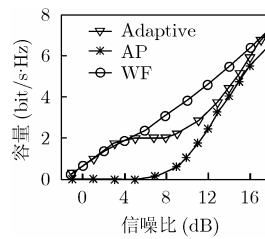


图 1 4 发 4 收信道系统容量与信噪比的关系曲线

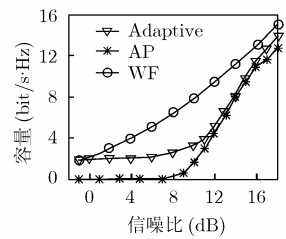


图 2 8 发 8 收信道系统容量与信噪比的关系曲线

6 结束语

提出了基于有限反馈的 MIMO 系统自适应调制方案。利用特征矢量，将 MIMO 高斯信道转化成混合信道，在混合信道上进行功率分配和自适应调制，通过构建码本，利用有限反馈将特征矢量和功率分配的索引等信息反馈到发射端。通过仿真得到如下结论：(1) 本文的自适应调制方案(Adaptive)在小信噪比时对系统性能改善明显，与 WF 方案容量接近却只需少量的反馈 CSI，所以在小信噪比宜采用 Adaptive 方案；(2) 在大信噪比时，平均功率分配方案(AP)的容量可以接近注水定理方案的容量，而 AP 方案无需反馈 CSI，所以在大信噪比时宜采用 AP 方案；(3) 随着天线数目的增加，特征矢量码本元素的数目也要增加才能保持小的量化失真度，在保证系统 QoS 的同时达到较大的系统容量。至

于天线数和码本元素数目之间的具体关系,是个更加复杂的问题,目前还无法得到一个闭式的解答,将是下一步要研究的问题。

参 考 文 献

- [1] Khalighi M A, Brossier J M, and Jourdain G V. Water filling capacity of Rayleigh MIMO channels. *Personal Indoor and Mobile Radio Communications*, 2001, IEEE. San Diego, USA, 2001, (1): A155-A158.
 - [2] Rey F, Lamarca M, and Vazquez G. Robust power allocation algorithms for MIMO OFDM systems with imperfect CSI. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(3): 1070-1085.
 - [3] Zhou S and Giannakis G B. Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel mean feedback. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(10): 2599-2613.
 - [4] Love D J, Heath R W, and Strohmer T. Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems. *IEEE Trans. on Informaiton Theory*, 2003, 49(10): 2735-2747.
 - [5] Antonio Pascual-Iserte and Ana I Pérez-Neira. On power allocation strategies for maximum signal to noise and interference ratio in an OFDM-MIMO system. *IEEE Trans. on Communications*, 2004, 3(3): 808-820.
 - [6] Vucetic B and Yuan Jinhong. *Space-Time Coding*. New York, John Wiley & Sons, 2003: 189-193.
 - [7] Roh J C and Rao B D. Channel feedback quantization methods for MISO and MIMO systems. *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, IEEE, Barcelona, Spain, 2004, (2): 805-809.
 - [8] Strohmer T and Heath R W J. Grassmannian frames with applications to coding and communications. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2003, 14(3): 257-275.
 - [9] Love D J. Tables of Complex Grassmannian Packings. <http://www.ece.purdue.edu/~djlove/grass.html>, 2004.
 - [10] Proakis J G. *Digital Communications*. 4th edition. New York, McGraw-Hill, 2001: 191-203.
- 刘 毅: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为无线通信系统预编码。
- 张海林: 男, 1961 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为多媒体通信、无线高速数字通信、MIMO 系统检测与编码、OFDM 调制解调器等。