

基于 ML 和 ESPRIT 方法的 OFDMA 上行链路频偏估计算法

赵林靖 李建东 吕卓 庞继勇
(西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 由于载波频偏会给正交频分多址接入 OFDMA 系统带来子载波之间干扰, 从而造成多用户之间的干扰, 导致系统性能下降。该文提出一种基于 ESPRIT 和 ML 方法联合估计的频偏估计算法。该算法首先使用 ESPRIT 方法估计出多个可能的频偏构成的子集, 然后使用最大似然估计方法在这个有限子集中搜索出估计的频偏。该算法解决了使用似然估计进行多维搜索的问题, 大大降低了算法的复杂度, 同时解决了多个频偏估计的问题。

关键词: OFDMA; 频偏估计; ESPRIT; 最大似然估计

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)10-2410-04

Carrier-Frequency Offset Estimation for OFDMA Uplink Based on ML and ESPRIT Method

Zhao Lin-jing Li Jian-dong Lü Zhuo Pang Ji-yong

(State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Carrier Frequency offsets in OFDMA system will introduce InterCarrier Interference (ICI) and consequently degrade the system performance. A new frequency offset estimation algorithm for OFDMA system based on the combination of ESPRIT (Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Techniques) and the Maximum Likelihood (ML) estimation method is proposed. The subset of the frequency offsets first is estimated by ESPRIT, then the frequency offset of each user is identified in the subset by the ML estimation method. The algorithm greatly decreases the complexity of N-dimensional search processes of ML method and efficiently solves the problem of multi-frequency offsets estimation.

Key words: OFDMA; Frequency offset estimation; ESPRIT; ML estimation

1 引言

正交频分复用 (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, OFDM) 是一种多载波调制方式, 它能够有效地克服信道的频率选择性衰落。近几年, 正交频分多址接入 (OFDM Access, OFDMA) 被广泛应用于宽带通信系统的上行链路, 例如: 有线电视 (CATV), IEEE 802.16a 标准。因为在多用户移动环境中, OFDM 方案具有两个主要的优点: 一方面合理使用循环前缀, 就可以避免使用自适应均衡器^[1,2]; 另一方面, 通过 FFT/IFFT 运算每个用户可以很方便地访问每个子载波^[2,3], 这使得动态信道分配变得简单。然而, 在 OFDMA 系统中, 载波频偏 (Carrier Frequency Offset, CFO) 不但会引起子载波间干扰 (Inter-Carrier Interference, ICI), 还会引起多址干扰。在 OFDMA 上行链路中, 不同的用户到达接收机的频偏是各不相同的。因此载波频偏估计成为一个多参数估计问题。

直接使用最大似然 (Maximum-Likelihood, ML) 方法来

估计多个频偏是一个多维搜索的问题, 计算复杂度非常高, 所以需要寻求简化的方法。由于 OFDMA 中多频偏问题的特殊性, 涉及到该问题的文献并不多, 其中有代表性的是文献 [1]。文献 [1] 中使用传统到达方向 (Direction Of Arrival, DOA) 估计中的 MUSIC 方法研究了 OFDMA 上行链路多个频偏的情况, 该方法能够有效地估计出多个频偏。但是 DOA 方法本身只能估计出多个频偏, 不能完成对频偏的匹配, 所以通过 DOA 方法不能知道哪个用户对应的频偏是多少。针对这个问题, 文献 [1] 通过分析, 根据每个用户的频偏 (对应一个到达方向) 分布区间进行频偏和用户的匹配, 然而经过衰落信道的信号, 在噪声存在的情况下, 尤其是低信噪比的情况, 频偏分布会发生变化, 从而导致频偏匹配错误。同时 MUSIC 方法本身是一维搜索问题, 计算复杂度依然较高, 所以本文在文献 [1] 的基础上, 使用 DOA 方法中的 ESPRIT 方法先求出多个频偏值的集合, 然后使用最大似然估计, 在这个集合中分辨不同的频偏, 从而确定每个用户的频偏, 解决了 ML 估计中直接进行多维搜索的复杂性问题, 同时解决了文献 [1] 中频偏匹配错误的问题。

本文的组织结构如下: 在第 2 节中介绍了 OFDMA 的系统模型; 在第 3 节中提出了基于 ESPRIT 和 ML 相结合的频率偏差估计的方法, 给出了该方法的具体步骤; 在第 4 节中

2006-04-26 收到, 2006-11-13 改回

国家自然科学基金重大项目 (60496316), 国家自然科学基金项目 (60572146), 国家自然科学基金和微软亚洲研究院联合资助项目 (60372048), 高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划和教育部科学技术重点项目 (104171) 资助课题

通过 Monte Carlo 仿真,给出了这种方法的性能;最后是结束语。

2 数学模型

本文采用基于傅里叶变换的等效基带模型来描述 OFDMA 系统。设系统有 N 个子载波, K 个用户。第 k 个用户的发射模型如图 1 所示:

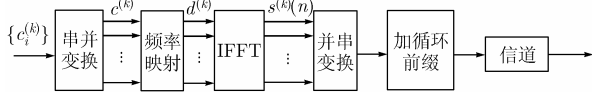


图 1 第 k 个用户的发射模型

将 N 个子载波分成 Q 个子信道,每个子信道有 $P=N/Q$ 个子载波。用户的串行数据 $c_i^{(k)}$ 经过串并变换后为 $\mathbf{c}_p^{(k)} = [c_0^{(k)}, c_1^{(k)}, \dots, c_{P-1}^{(k)}]^T$, 对向量 $\mathbf{c}_p^{(k)}$ 插入 $(N-P)$ 个 0, 得到 N 点 IFFT 的输入信号 $\mathbf{d}^{(k)} = [d^{(k)}(0), d^{(k)}(1), \dots, d^{(k)}(N-1)]^T$, $\mathbf{d}^{(k)}$ 定义为

$$d^{(k)}(n) = \begin{cases} c_l^{(k)}, & n = p^{(k)}(l) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

式中 $p^{(k)}(l)$, $l = 0, 1, \dots, (P-1)$ 表示调制数据 $c_l^{(k)}$ 要使用的 P 个子载波的位置。

假设用户 k 要使用子信道 q 的 P 个子载波为: $\{q, Q+q, \dots, (P-1)Q+q\}$, $q = 0, 1, \dots, Q-1$ 即 $p^{(k)}(l) = (l-1)Q+q$, 要调制的数为 $c_p^{(k)}$, k 表示第 k 个用户, P 表示第 k 个用户占用第 q 个子信道的 P 个子载波。因此,第 k 个用户的未加循环前缀的发射信号可表达为

$$\begin{aligned} s^{(k)}(n) &= \sum_{i=0}^{N-1} d^{(k)}(i) e^{j\frac{2\pi}{N}in} \\ &= \sum_{l=0}^{P-1} c_l^{(k)} e^{j\frac{2\pi}{N}(p^{(k)}(l))n} \\ &= \sum_{p=0}^{P-1} c_p^{(k)} e^{j\frac{2\pi}{N}(pQ+q)n} \end{aligned} \quad (1)$$

第 k 个用户与上行链路接收机之间的信道可表示为

$$h^{(k)}(\tau, t) = \sum_{l=1}^{L^{(k)}} \alpha_l^{(k)}(t) \delta(\tau - \tau_l^{(k)}) \quad (2)$$

式中 $L^{(k)}$ 表示频率选择性衰落信道的路径总数, $\alpha_l^{(k)}$ 和 $\tau_l^{(k)}$ 表示第 l 径的复增益和时延。用 $H_p^{(k)}$ 表示第 k 个用户使用的 P 个子载波上的信道频率响应。

$$H_p^{(k)} = \sum_{l=1}^{L^{(k)}} \alpha_l^{(k)} e^{-j2\pi/N(pQ+q)l} \quad (3)$$

经过信道后,假设同步准确,去掉循环前缀后的信号,第 k 个用户的信号可以表示为

$$\begin{aligned} r^{(k)}(n) &= \sum_{p=0}^{P-1} H_p^{(k)} c_p^{(k)} e^{j\frac{2\pi}{N}(pQ+q+\xi^{(k)})n} + z^{(k)}(n) \\ &= e^{j\frac{2\pi}{N}(q+\xi^{(k)})n} \cdot \sum_{p=0}^{P-1} H_p^{(k)} c_p^{(k)} e^{j\frac{2\pi}{N}pn} + z^{(k)}(n) \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\xi^{(k)}$ 为第 k 个用户的归一化频偏, 定义为

$$\xi^{(k)} = \Delta f^{(k)} / (\Delta f) \quad (5)$$

其中子载波间隔为 Δf , 第 k 个用户的频偏为 $\Delta f^{(k)}$, 并且假设其频偏小于 OFDMA 的子载波间隔的一半^[1], 那么归一化频偏 $\xi^{(k)} \in (-0.5, 0.5)$ 。当 $z^{(k)}(n) = 0$, $n=0, 1, \dots, N-1$ 时, 有

$$r^{(k)}(n + vP) = e^{j2\pi v(q+\xi^{(k)})/Q} r^{(k)}(n) \quad (6)$$

式中 v 是整数。式(6)说明由 k 个用户构成的一个 OFDMA 符号中的 N 个信号样本值具有特殊的周期结构^[1], 并且第 k 个用户的信号可以写成一个 $Q \times P$ 的矩阵:

$$\mathbf{A}^{(k)} = \mathbf{v}^{(k)} \left\{ \mathbf{u}^{(k)} \odot (\mathbf{m}^{(k)} \mathbf{W}) \right\} \quad (7)$$

式中 \odot 表示 Schur 乘, 各符号的含义如下^[1]:

$$\mathbf{A}^{(k)} = \begin{bmatrix} r^{(k)}(0) & \dots & r^{(k)}(P-1) \\ r^{(k)}(P) & \dots & r^{(k)}(2P-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r^{(k)}(N-P) & \dots & r^{(k)}(N-1) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{j2\pi/P} & \dots & e^{j\frac{2\pi(P-1)}{P}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{j\frac{2\pi(P-1)}{P}} & \dots & e^{j\frac{2\pi(P-1)(P-1)}{P}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{m}^{(k)} = [H_1^{(k)} c_1^{(k)} \quad H_2^{(k)} c_2^{(k)} \quad \dots \quad H_P^{(k)} c_P^{(k)}] \quad (10)$$

$$\mathbf{v}^{(k)} = [1 \quad e^{j2\pi\theta^{(k)}} \quad \dots \quad e^{j2\pi(Q-1)\theta^{(k)}}]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{u}^{(k)} = [1 \quad e^{j2\pi\theta^{(k)}/P} \quad \dots \quad e^{j2\pi(P-1)\theta^{(k)}/P}] \quad (12)$$

$$\theta^{(k)} = \frac{q + \xi^{(k)}}{Q} \quad (13)$$

定义 $\theta^{(k)}$ 为第 k 个用户的等效 CFO。因为归一化频偏 $\xi^{(k)} \in (-0.5, 0.5)$, 那么占用子信道 q 的用户的 $\theta^{(k)}$ 范围为 $((q-0.5)/Q, (q+0.5)/Q)$ 。由于不同的用户占用不同的子信道, 因此 K 个等效 CFO 在无噪声的情况下是不重叠的^[1]。

3 基于 ML 估计和 ESPRIT 方法的联合频偏估计算法

(1) 最大似然估计 到达接收端的 K 个用户的信号为

$$\begin{aligned} r(n) &= \sum_{k=1}^K r^{(k)}(n) \\ &= \sum_{k=1}^K \left(\sum_{p=0}^{P-1} H_p^{(k)} c_p^{(k)} e^{j\frac{2\pi}{N}(pQ+q+\xi^{(k)})n} + z^{(k)}(n) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

根据 ML 方法, 对于给定的 $\{\xi^{(k)}\}$, 要使

$$\|r(n) - C_\xi \mathbf{a}\|^2 \quad (15)$$

最小, 则需

$$\mathbf{a} = (\mathbf{C}_\xi^H \mathbf{C}_\xi)^{-1} \mathbf{C}_\xi^H \mathbf{r} \quad (16)$$

式中 $\mathbf{r} = [r(0), r(1), \dots, r(N-1)]^T$, $\xi = [\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(K)}]$,

$C_\xi(n) = [C_\xi^1, C_\xi^2, \dots, C_\xi^K]$, $C_\xi^{(k)}(n) = e^{j\frac{2\pi}{N}n\xi^{(k)}} s^{(k)}(n)$ 。将式(16)代入式(15), 得到

$$\xi = \arg \max_{\xi} r^H C_\xi (C_\xi^H C_\xi)^{-1} C_\xi^H r \quad (17)$$

注意式(17)是一个 K 维的搜索, 计算复杂度非常高。

(2)ESPRIT 估计^[3,4]到达接收机的信号用矩阵的形式可以表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} + \mathbf{Z} = \mathbf{V}\mathbf{S} + \mathbf{Z} \quad (18)$$

式中 \mathbf{Z} 是一个 $Q \times P$ 的高斯白噪声矩阵, \mathbf{Z} 中的每一个变量是均值为零方差为 σ^2 的高斯变量, \mathbf{A} 表示 K 个用户的信号矩阵, 并且

$$\mathbf{A} = \sum_{k=1}^K \mathbf{A}^{(k)} = \mathbf{V}\mathbf{S} = \mathbf{V} \{ \mathbf{U} \odot (\mathbf{M}\mathbf{W}) \} \quad (19)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U} &= [\mathbf{u}^{(1)} \ \mathbf{u}^{(2)} \ \dots \ \mathbf{u}^{(K)}]^T \\ \mathbf{M} &= [\mathbf{m}^{(1)} \ \mathbf{m}^{(2)} \ \dots \ \mathbf{m}^{(K)}]^T \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

矩阵

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}^{(1)} \ \mathbf{v}^{(2)} \ \dots \ \mathbf{v}^{(K)}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi\theta^{(1)}} & e^{j2\pi\theta^{(2)}} & \dots & e^{j2\pi\theta^{(K)}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j2\pi(Q-1)\theta^{(1)}} & e^{j2\pi(Q-1)\theta^{(2)}} & \dots & e^{j2\pi(Q-1)\theta^{(K)}} \end{bmatrix}_{Q \times K} \quad (21)$$

是一个范得蒙矩阵。

用 y_l, s_l, z_l 表示矩阵 $\mathbf{Y}, \mathbf{S}, \mathbf{Z}$ 的第 l 列的数据, $l=1, 2, \dots, P$ 。那么 y_l 的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E[y_l y_l^H] = \mathbf{V}\Phi\mathbf{V}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (22)$$

\mathbf{R} 是一个 Hermit 矩阵, $\Phi = E[s_l s_l^H]$ 是信号 s_l 的协方差矩阵, \mathbf{I} 是 $Q \times Q$ 的单位矩阵。对 \mathbf{R} 进行奇异值分解得到

$$\mathbf{R} = [\mathbf{U}_S \ \mathbf{U}_Z] \begin{bmatrix} \Sigma_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_S^H \\ \mathbf{U}_Z^H \end{bmatrix} \quad (23)$$

这里, \mathbf{U}_S 表示信号子空间, 其特征值为: $\lambda_1, \dots, \lambda_K$, \mathbf{U}_Z 是一个 $Q \times (Q-K)$ 的矩阵, 表示噪声子空间, 有 $R-K$ 个特征值 $\lambda_{K+1}, \dots, \lambda_Q$, 且有 $\lambda_{K+1} = \lambda_{K+2} = \dots = \lambda_Q = \sigma^2$, 因为 \mathbf{U}_S 和 \mathbf{U}_Z 又是酉矩阵, 所以有: $\mathbf{U}_S \mathbf{U}_S^H = \mathbf{U}_Z \mathbf{U}_Z^H = \mathbf{I}$ 。

因为 \mathbf{U}_S 可以表示为

$$\mathbf{U}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \text{最后一行} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{第一行} \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

且满足如下关系:

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_1 \mathbf{B} \quad (25)$$

而 \mathbf{B} 的 K 个特征值恰好是所要求解频偏的等效 DOA, 因此可以使用最小二乘 (least-squares sense) 或总体最小二乘 (total-least-sense) 方法求解 \mathbf{B} , 再通过求解 \mathbf{B} 的 K 个特征值

$\{e^{j\theta_k}\}_{k=1}^K$ 得到 $\{\theta^{(k)}\}_{k=1}^K$ 。注意这里通过 ESPRIT 只能求解出频偏的集合, 无法完成频偏的匹配。

(3)ML 和 ESPRIT 联合估计算法 若对接收信号直接使用 ML 方法求解 K 个用户的频偏, 要进行 K 维搜索。文献[1]将 K 个用户的频偏估计问题转化为求解 K 个到达角度, 并使用 MUSIC 方法进行到达角度的估计, 求解出 $\{\theta^{(k)}\}_{k=1}^K$, 然后根据

$$\xi^{(k)} = Q\theta^{(k)} - q \quad (26)$$

求解 $\{\xi^{(k)}\}$ 。然而由于噪声的存在, 尤其是在低信噪比的情况下, 由于使用子信道 $\{q\}$ 的用户的频偏超出了 $((q-0.5)/Q, (q+0.5)/Q)$ 的范围, 由此而产生的估计错误称为匹配错误, 此时在接收端完成 MUSIC 算法后, K 个到达角度和用户之间会错误匹配, 即无法识别 K 个角度和用户的对应关系^[1], 因此文献[1]采用了分集接收的方法以减小匹配错误的概率, 提高了系统的复杂度。此外, MUSIC 方法在求解过程中通过搜索寻找 K 个峰值。

因此, 本文联合 ESPRIT 方法和最大似然估计方法进行频偏估计。首先使用前述的 ESPRIT 方法求解 $\{\theta^{(k)}\}_{k=1}^K$ 。由 $\{\theta^{(k)}\}_{k=1}^K$ 和式(26)构成 $\xi^{(k)}$ 的集合。然后使用最大似然估计的方法对到达角度进行分离。由于使用 DOA 方法后仅仅得到 K 个角度, 根据式(17)进行分离。该方法不同于单纯使用 ML 方法进行多维搜索, 这里仅仅只对有限个频偏通过 ML 方法进行区分, 以解决由噪声引起的频偏和用户的错误匹配。

综上所述, K 个用户的频偏估计可按照以下步骤进行:

第 1 步 将接收信号写成矩阵 \mathbf{Y} 的形式;

第 2 步 使用特征值分解 $\mathbf{R} = \frac{1}{P} \mathbf{Y}\mathbf{Y}^H$, 求解 $\mathbf{U}_S, \mathbf{U}_1,$

\mathbf{U}_2 ;

第 3 步 根据式(25)用 LS 或者 TLS 得到 \mathbf{B} , 求解矩阵 \mathbf{B} 的特征值得到 $\{\theta^{(k)}\}_{k=1}^K$;

第 4 步 根据式(26)求频偏的集合;

第 5 步 使用 ML 估计式(17), 在已经得到的频偏集合中完成频偏匹配。

本方法是基于 ML 和 ESPRIT 的, 而众所周知 ML 方法渐近最优且具有门限效应, 即在某个门限(一个特定的信噪比值, 通常很低)下, ML 的性能急剧恶化, 因此本方法在 ML 的门限下将不能够完全避免匹配错误, 而在高于门限的情况下, ML 发生匹配错误的概率随着信噪比的增加而以负指数下降, 此时, 匹配错误概率是可以忽略, 而决定估计性能的是 ESPRIT 方法, 由以上分析可以得到本方法的性能是渐近次优的, 且具有门限效应。但是由于 ML 的门限通常都很低, 所以本方法在实际环境中可以使用。表 1 总结了 ML 方法, MUSIC, ESPRIT 和基于 ESPRIT+ML 估计方法的特点。

表1 3种估计方法的特点比较

方法	ML	DOA		ESPRIT+ML
		MUSIC	ESPRIT	
复杂度	K 维搜索	1 维搜索	闭式解	有限集合搜索
性能	渐近最优	渐近次优 匹配错误概率大		渐近次优

需要注意的是,由于使用了阵列信号子空间的方法,阵列信号的信源数小于阵源数,在该模型中等效为 $K < Q$ 。

4 仿真结果

仿真中,每个用户的训练序列选用正交的 Walsh 码,仿真参数如表 2 所示,循环前缀长度 $CP=N/4$,环境 1,环境 2 中仿真用户数分别为 4, 8, 12 的情况,环境 3 中仿真用户数为 16, 20, 24 的情况。

表2 仿真参数

	N	Q	P
环境 1	512	16	32
环境 2	1024	16	64
环境 3	1024	32	32

每个用户的多径信道数为 6,第 i 径的时延为 $(i-1)$ 个采样间隔,多径的功率按指数衰减。由于每个用户的频偏估计方法相同,因此可以不失一般性地选择任意一个用户的频偏估计作为评估,这里选择第 2 个用户。与文献[1]不同的是,每个用户的归一化频偏 $\xi^{(k)}$ 各不相同。单个用户的错误估计定义为 $e^{(k)} = \hat{\xi}^{(k)} - \xi^{(k)}$,选用均方误差(Mean Squared Error, MSE)作为估计方法的估计性能。均方误差定义为

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\hat{\xi}^{(k)} - \xi^{(k)})^2 \quad (27)$$

图 2—图 4 分别仿真了表 2 所示 3 种系统参数的频偏估计性能。仿真结果表明新算法的性能随着 OFDM 符号中的用户数增加而降低,随着用户所使用的子载波数目的增加而增加。当仿真中各用户的频偏不相同,单个用户的频偏和使用其相邻子载波上用户的频偏的匹配错误概率增加。文献[1]仅仅使用分集接收技术不能完全解决匹配错误的概率,此时通过 ML 方法可对频偏进行有效的分离和识别。文献[1]估计方法的均方误差统计的条件是,使用子信道 q 的用户的频偏在 $((q-0.5)/Q, (q+0.5)/Q)$ 的范围内,实际上由于噪声的存在,等效频偏可能超出范围,而且即使 $((q-0.5)/Q, (q+0.5)/Q)$ 范围中有一个等效频偏估计值,也不能确定该估计值一定是属于使用子信道 q 的用户。

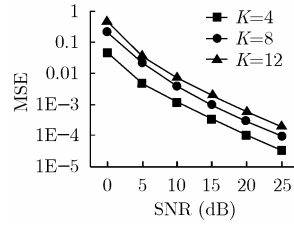


图2 载波频偏估计在多径环境的MSE性能 ($N=512, P=32, Q=16$)

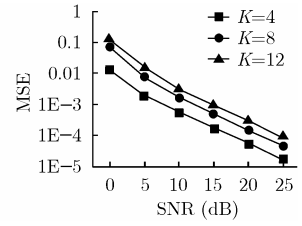


图3 载波频偏估计在多径环境的MSE性能 ($N=1024, P=64, Q=16$)

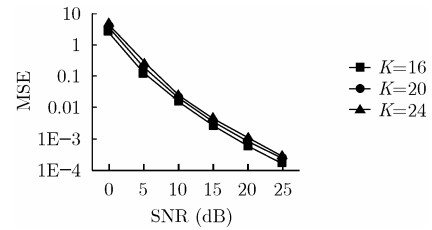


图4 载波频偏估计在多径环境的MSE性能 ($N=1024, P=32, Q=32$)

5 结束语

本文在文献[1]的基础上,提出一种 ESPRIT 和 ML 的联合估计方法,该算法可以对多个频偏进行估计,有效地解决了使用似然估计进行多维搜索的复杂性问题,同时解决了文献[1]中的频偏匹配错误问题。

参考文献

- [1] Cao Zhongren, Tureli U, and Yao Yu-Dong. Deterministic multiuser carrier-frequency offset estimation for interleaved OFDMA uplink. *IEEE Trans. on Commun.*, 2004, 52(9): 1585-1594.
- [2] Morelli M. Timing and frequency synchronization for the uplink of an OFDMA system. *IEEE Trans. on Commun.*, 2004, 52(2): 296-306.
- [3] Krim H and Viberg M. Two decades of array signal processing research. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67-94.
- [4] Roy R and Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing.*, 1989, 37(7): 984-995.

赵林靖: 女, 1976 年生, 讲师, 博士生, 研究方向为无线通信。
 李建东: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信、Ad hoc 网络。
 吕卓: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为无线通信。
 庞继勇: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为无线通信。