

雷达成像中稀疏孔径外推新算法

王琦 周峰 邢孟道 黄金杰 保铮
(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文提出一种由稀疏孔径数据外推全孔径估计算法, 这种算法对于稀疏孔径存在大的空缺的情况, 可以利用已知稀疏孔径用参数化方法得到准确的稀疏孔径频域能量分布估计, 把稀疏孔径功率谱估计作为先验信息, 以最小加权范数为约束进行外推估计空缺孔径, 得到完整孔径估计。该算法可有效应用于合成孔径雷达稀疏孔径成像, 仿真与实际数据处理结果证实算法的有效性。

关键词: 雷达成像; 稀疏孔径; ESPRIT; 外推

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)11-2698-04

A New Algorithm for Sparse Aperture Extrapolation in Radar Imaging

Wang Qi Zhou Feng Xing Meng-dao Huang Jin-jie Bao Zheng
(Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: An algorithm for estimating full aperture by sparse data is proposed in this paper. For big vacant aperture in sparse data, by measuring sparse data actually, accurate sparse data frequency domain energy distribution estimate can be obtained with parametric approaches. With estimated power spectrum as prior information, minimum weighting norm as the restraint, underdetermined equations are solved to interpolate vacant aperture, thus wide aperture data segment estimate is obtained. This algorithm can be effectively applied to SAR imaging in sparse data. Resulting simulation and actual data processing results confirm validity of the proposed algorithm.

Key words: Radar imaging; Sparse aperture; ESPRIT; Extrapolation

1 引言

将不同波段不同角度接收到的雷达回波用超分辨率算法有效融合起来, 可大大提高雷达带宽和目标的相干积累角, 显著提高系统成像分辨率, 增强空间监控能力。实现多个稀疏信号融合一个关键步骤就是如何利用稀疏孔径数据外推形成全孔径数据。雷达成像系统由于外界的各种干扰以及系统本身的原因导致损失大量的回波数据, 而不能得到持续观测数据, 或某个测量阶段不可靠必须舍弃的情况下, 结合超分辨率算法利用稀疏孔径数据外推空缺孔径进行成像也是相当重要的。理论分析和实际经验表明, 信号外推距离越大预测误差越大, 一般有效孔径外推距离大约是信号自身孔径宽度的两倍左右^[1]。因此当孔径间隔较小时, 可以通过线性预测^[2-6]填补稀疏数据上的空白以便于进行融合成像。但是当雷达信号为稀疏孔径即孔径间隔相差很大时为了填补空白而进行的数据外推预测将会引入较大的误差, 从而影响最终高分辨成像的质量。通常各种参数化的超分辨率算法是解决稀疏孔径融合成像的有效方法。文献[7]提出用全极点模型匹

配的方法来对稀疏频带孔径进行插值处理^[7], 就是利用参数化的超分辨率算法进行稀疏孔径融合。但实际雷达数据应该是一个具有趋势项的非平稳过程, 因此用参数化的超分辨率算法外推并不能体现出原有数据的这种趋势性, 有时并不能达到好的成像效果。本文给出一种新方法, 首先由已知稀疏孔径利用ESPRIT方法得到功率谱估计, 将估计得到的功率谱作为稀疏孔径所具有的先验频率分布信息, 在此条件约束下利用稀疏孔径进行加权范数最小化来填补空缺数据。这样得到的全孔径估计结果与已知稀疏孔径匹配, 同时在频域特性与参数化算法估计的结果相一致, 兼顾两者优点, 具有良好估计性能, 具有好的应用前景。文中先对算法作一描述, 然后给出仿真数据与雅克-42稀疏孔径实测数据处理结果。

2 算法描述

本文采用的稀疏孔径信号模型是实际情况的简化, 设长 M 的完整孔径信号为

$$x(n) = \sum_{k=1}^K c_k e^{jm\phi_k} + w(n), \quad n = 0, 1, \dots, M-1 \quad (1)$$

其中 K 为信号个数, c_k 为信号幅值, ϕ_k 为信号频率, $w(n)$ 为加性噪声。如图 1 所示, 其中只有 m 个子孔径向量 $\mathbf{X}_g = [x_g(0) \ x_g(1) \ \dots \ x_g(N-1)]^T$, $g = 1, 2, \dots, m$; 为实

2006-04-30 收到, 2007-02-05 改回

国家自然科学基金(60502044)和雷达信号处理重点实验室基金(51431010105ZS0101,9140C010205060C01)资助课题

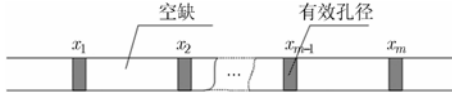


图 1 稀疏数据模型

测有效数据, 其余为产生孔径空缺。文中上标 T 表示向量转置。一般 FFT 处理存在缺失数据是在空缺部分补零, 从而产生大的旁瓣, 在空缺数据较宽的情况下 ISAR 数据甚至无法成像。本文主要解决如何填补空缺部分使稀疏孔径有效融合起来, 可以得到完整孔径成像。为方便起见, 本文采用有效子孔径段长度同时都为 N , 当子数据段长度不等时下面介绍的本文方法同样适用。

在参数化算法中, ESPRIT 算法具有计算量少、导向矢量无需精确已知、分辨率高的优点, 所以本文采用 ESPRIT 算法进行功率谱估计。为了充分利用每个有效子孔径进行参数化功率谱估计, 首先将得到的 m 个子孔径向量 \mathbf{X}_g 分别写成相同行数的如下 Hankel 矩阵形式。

$$\mathbf{X}_g = \begin{bmatrix} x_g(0) & x_g(1) & \cdots & x_g(L-1) \\ x_g(1) & x_g(2) & \cdots & x_g(L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_g(N-L) & x_g(N-L+1) & \cdots & x_g(N-1) \end{bmatrix}, \quad g = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

一般 L 取接近 $N/2$ 的整数。此时注意如果各子孔径段长度不相等时, 则对各个子孔径向量进行排列时, 应选取不同的 L 使式(2)行向量维数相等, 这样才能继续下一步。

令 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_2 \ \cdots \ \mathbf{X}_m]$, 做这样排列可把每个稀疏子孔径数据有效组合起来利用 ESPRIT 进行稀疏孔径数据频谱估计。

将 \mathbf{X} 奇异值分解为

$$\mathbf{X} = [\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s & O \\ O & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^H \\ \mathbf{V}_n^H \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 Σ_s 为由 K 个主奇异值构成的对角阵, \mathbf{U}_s , \mathbf{V}_s 分别为 Σ_s 对应的信号特征向量矩阵, \mathbf{U}_s 矩阵维数为 $(N-L+1) \times K$ 。 \mathbf{U}_n , \mathbf{V}_n 对应噪声特征向量矩阵, \mathbf{U}_n 矩阵维数为 $(N-L+1) \times (N-L+1-K)$ 。如何由奇异分解向量划分出信号特征向量需准确地估计式(1)中信号个数 K 。AIC(Akaike Information Criterion) 及 MDL(Minimum Description Length)通常具有比较好的估计性能^[7, 8]。

令 $\bar{\mathbf{U}}_s$ 由 \mathbf{U}_s 前 $N-L-1$ 行组成, $\underline{\mathbf{U}}_s$ 由 \mathbf{U}_s 后 $N-L-1$ 行组成。由于 $\bar{\mathbf{U}}_s$ 和 $\underline{\mathbf{U}}_s$ 张成同一信号子空间, 所以由于子空间旋转不变技术, 只要得到满足 $\bar{\mathbf{U}}_s \Psi = \underline{\mathbf{U}}_s$ 的 Ψ 即可获得极点估计, Ψ 为一运算矩阵可将信号子空间的一组矢量 $\bar{\mathbf{U}}_s$ 映射为另一组矢量 $\underline{\mathbf{U}}_s$ 。在实际处理中, 往往只能得到有限次带噪的测量值使 Ψ 无法直接求解, 因此本文采其最小二乘解形式, 由

$$\Psi = (\bar{\mathbf{U}}_s^H \bar{\mathbf{U}}_s)^{-1} \bar{\mathbf{U}}_s^H \underline{\mathbf{U}}_s \quad (4)$$

得到 Ψ 的估计, 对其进行特征值分解, 得到的 K 个特征值即为式(1)中参数 $e^{j\phi_k}$ ($k = 1, 2, \dots, K$) 的估计^[9]。在上一步基础上由式(1)通过求标准的线性最小二乘解, 可求得信号幅值 c_k 估计。

到此式(1)中信号参数估计全部得到。由这些参数估计可方便得到完整孔径功率谱估计。得到的结果本文中由 $|H(k)|^2$, $k = 0, 1, \dots, M-1$ 来表示。

为了使外推填补后的全孔径估计功率谱相似于上面得到的功率谱估计, 本文采用 M 维复线性空间 C^M 加权范数:

$$\|\bar{\mathbf{x}}\| = \left[\sum_{k=0}^{M-1} \frac{X^*(k) \cdot X(k)}{|H(k)|^2} \right]^{1/2} \quad (5)$$

最小化的方法^[4, 5]。式中 $\bar{\mathbf{x}}$ 为全孔径数据估计, $X(k)$ 是 $\bar{\mathbf{x}}$ 的 DFT, $|H(k)|^2$ 现在作为频域非负权函数。这种情况下, 最小化准则使 $|H(k)|^2$ 值越小处 $x(n)$ 的能量将越受到抑制, 得到的估计功率谱相似于 $|H(k)|^2$ 。

外推算法在满足式(5)最小化的同时还要保持稀疏孔径在全孔径数据中的取样过程。按图 1 得到稀疏数据取样过程可直观地用线形变换表示:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T & \cdots & \mathbf{x}_m^T \end{bmatrix}^T = \mathbf{T} \bar{\mathbf{x}} \quad (6)$$

$\bar{\mathbf{x}}$ 对应完整孔径数据, 为一长 M 数据向量, \mathbf{T} 为采样矩阵, 其中 \mathbf{T} 的每一行是在对应 $\bar{\mathbf{x}}$ 取样位置为 1 其余为零的向量。显然根据 $\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T & \cdots & \mathbf{x}_m^T \end{bmatrix}^T$ 恢复 $\bar{\mathbf{x}}$ 仅靠式(6), 方程欠定, 有无数解, 为了获得唯一解, 通常加最小范数限制得到最小范数解。本文采用估计得到的功率谱作为先验信息, 在满足欠定方程式(6)的情况下使式(5)最小化求解得到 $\bar{\mathbf{x}}$ 估计。

本文设 $|H(k)|^2$ 的 IDFT 为 $a_h(n)$, 用 $a_h(n)$ 形成循环矩阵:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} a_h(0) & a_h(M-1) & \cdots & a_h(1) \\ a_h(1) & a_h(0) & \cdots & a_h(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_h(M-1) & a_h(M-2) & \cdots & a_h(0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

设 \mathbf{Q} 的 Moore-Penrose 伪逆为 \mathbf{Q}^+ , 由 Parseval 定理与循环矩阵性质易知式(5)等价表达式^[4, 5]:

$$\|\bar{\mathbf{x}}\| = (\bar{\mathbf{x}}^H \mathbf{Q}^+ \bar{\mathbf{x}})^{1/2} \quad (8)$$

至此问题已转化为在式(6)的约束下求式(8)最小加权范数解。最终可得到解的表达式^[4, 5]:

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{Q} \mathbf{T}^H (\mathbf{T} \mathbf{Q} \mathbf{T}^H)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T & \cdots & \mathbf{x}_m^T \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

实际应用中考虑到矩阵不可逆的情况, 通常采用式(9)正则解的形式:

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{Q} \mathbf{T}^H (\mathbf{T} \mathbf{Q} \mathbf{T}^H + \rho \mathbf{I})^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T & \cdots & \mathbf{x}_m^T \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

令 $\mathbf{G} = \mathbf{T} \mathbf{Q} \mathbf{T}^H + \rho \mathbf{I}$, $\bar{\mathbf{w}} = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_{mN}]^T \equiv \mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{x}_2^T & \cdots & \mathbf{x}_m^T \end{bmatrix}^T$, 其中 ρ 为一尽可能小的数能使 \mathbf{G} 可逆。则式(10)可写为

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{Q} \mathbf{T}^H \bar{\mathbf{w}} \quad (11)$$

这是 Q 的列向量的线性组合，因此全孔径最优估计表达为

$$\hat{x}(n) = \sum_{i=1}^{m \times N} w_i a_h(n - m_i) \quad (12)$$

式中 m_i 为稀疏孔径向量 $[x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_m^T]^T$ 中各个元素相对于全孔径的位置序号，对其进行 DFT 得到频域解的形式：

$$\hat{X} = |H(k)|^2 \sum_{i=1}^{m \times N} w_i e^{-j(2\pi/M)m_i k} = |H(k)|^2 W(k) \quad (13)$$

这样由参数化方法来确定功率谱，由功率谱作为约束进行线形预测外推的情况下，得到的完整数据段估计结果频域能量分布与参数化算法得到的频率分布近似，同时在时域与实际稀疏数据完全相同。克服了线性预测外推长度有限及参数化方法外推对真实数据的存在的趋势性无法表现的两者不足。这样同时抓住了稀疏数据频域与时域特征进行数据外推，所以可得到好的效果。应注意到本文提出的算法与文献 [4] 及后面的自适应加权范数外推(AWNE)的算法尽管都利用最小加权范数进行外推，但有明显不同，首先文献[4]的迭代加权范数外推主要利用上一步估计出的功率谱进行加权，多次迭代过程必不可少，这个过程实际上是不断地对数据功率谱优化过程。而本文算法由参数化方法得到的功率谱已具有很好的性能，可直利用其作为权值一次得到数据外推值，省略了迭代过程大大减少了计算量。在性能上来说，稀疏孔径外推的情况下，由于文献[4]的迭代加权范数外推初始加权功率谱具有大量旁瓣，最终迭代收敛后仍然产生大量无法消除的伪峰，同时频谱准确性也不如本文方法。下一节用本文算法进行仿真与实验数据处理进行证实。

3 仿真与实测数据处理

仿真条件：设仿真数据为加入高斯白噪声的两个单频信号： $x(n) = e^{i(2\pi \times 0.2)n} + e^{i(2\pi \times 0.3)n}$ ， $n = 1, 2, \dots, 3072$ ，信噪比 15dB，设全孔径数据中每隔 112 点才能获得一段长 16 的有效子孔径，这样产生的稀疏孔径数据如图 2 所示，长 3072 整段数据只有 24 段子孔径可以应用。

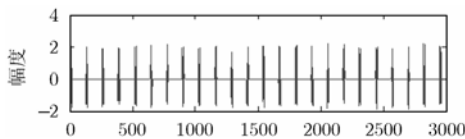


图 2 稀疏孔径

如果直接对这段稀疏孔径数据补零后进行 FFT 得到的频谱如图 3(a)所示，从图中可看到由于孔径稀疏的影响估计图像主瓣展宽的同时也出现了伪峰。为了改善频谱图像，对稀疏孔径数据进行外推估计。图 3(b)为采用 AWNE 算法得到的全孔径数据估计 FFT 结果，图 3(c)为用全极点模型^[7]估计得到完整孔径 FFT 结果，图 3(d)表示本文外推后 FFT 结果。从图 3 中可看到本文算法比 AWNE 与全极点模型方法具有更好的性能。

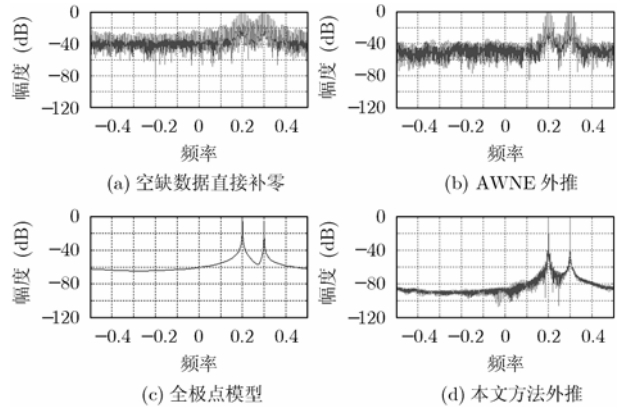


图 3 本文方法与其他方法的性能比较

为了说明文中算法实用性，以雅克-42 实测数据为例。距离单元为 256，接收回波数为 3072 次，之前已完成包络对齐、自聚焦工作。人为舍去大量距离像回波在方位向产生如图 2 所示缺失情形，方位向每隔 112 点取一段长 16 的短数据作为实测数据，其余舍去产生数据空缺。本文先对距离向数据作压缩(FFT)，然后对每一距离单元方位向相位历史数据用本文提出的算法进行外推处理后作 FFT。结果比较如图 4 所示：其中图 4(a)为全孔径成像，图 4(b)为稀疏孔径直接成像结果，图 4(c)为应用文中算法得到全孔径估计后得到的图像。图 4(d)为文献[7]采用的全极点模型参数化外推算法产生的全孔径估计数据成像结果，图 4(e)为 AWNE 算法外推后全孔径成像结果，从成像结果可以看出本算法能有效用于稀疏孔径雷达成像。

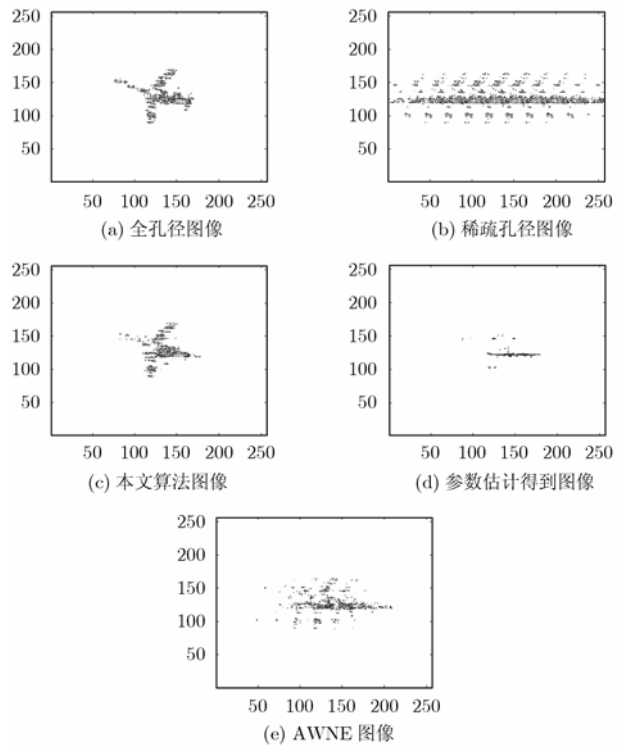


图 4 实测数据成像性能比较

4 结束语

提出一种算法能使参数化谱估计方法与线形预测外推算法结合起来进行稀疏数据填补, 该算法的有效性通过仿真与实测数据结果得到验证。该算法能在稀疏较大的情况下进行数据填补, 在大多数情况下外推效果良好, 但是需要指出当信号信噪比很低时, 例如 0dB 左右时稀疏数据存在误差较大, 外推算法与极点模型估计的方法都不稳健, 如何提高可靠性是今后难点。现实中存在稀疏孔径的情况相当普遍, 例如由于客观环境、条件限制, 而不能得到持续观测数据, 或某个测量阶段不可靠(例如对接收机的自然干扰和人为干扰)必须舍弃。或在天文学中, 数据中通常具有相当长的空缺, 这些数据都是没办法测量的^[3]。超宽带相干处理(ultrawideband coherent processing)也存在相似问题^[7]。如何利用可观测到的数据来预测缺失部分对上述问题至关重要^[2]。文中给出的方法, 在上述情况都可应用, 具有强的实用性。

参 考 文 献

- [1] Gupta I J, eals M J and Moghaddar A. Data extrapolation for high resolution radar imaging. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1994, 42(11): 1540-1545.
- [2] Li H J, Farhat N H, and Shen Y S. A new iterative algorithm for extrapolation of data available in multiple restricted regions with applications to radar imaging. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1987, 35(5): 581-588.
- [3] G.larsson E, and Liu G Q. High-resolution SAR imaging with angular diversity. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(4): 1359-1372.
- [4] Cabrera S D and Parks T W. Extrapolation and spectral estimation with iterative weighted norm modification. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(4): 842-851.
- [5] Brito A E, Chan S H, and Cabrera S D. SAR image formation using 2-D re-weighted minimum norm. SPIE Conference on Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery 6 Orlando, Florida. April 1999: 78-91.
- [6] Potter L C and Arun K S. Energy concentration in bandlimited extrapolation. *IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1989, 37(7): 1027-1041.
- [7] Cuomo K M, Piou J E, and Mayhan J T. Ultrawideband coherent processing. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1999, 47(6): 1094-1107.
- [8] Quinquis A, Radoi E, and Totir F C. Some radar imagery results using superresolution techniques. *IEEE Trans. on Antennas and propagation*, 2004, 52(5): 1230-1244.
- [9] Roy R and Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Trans. on Acoustics Speech and Signal Processing*, 1989, 37(7): 984-995.

王 琦: 男, 1972 年生, 博士生, 研究方向为合成孔径雷达成像及目标识别.

周 峰: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为合成孔径雷达成像及目标识别.

邢孟道: 男, 1975 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为雷达成像及目标识别.

黄金杰: 男, 1963 年生, 研究员, 博士生, 研究方向为雷达信号处理.

保 铮: 男, 1927 年生, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 中国电子学会会士, 主要研究领域为雷达信号处理及现代信号处理.