一种复正交空时分组编码矩阵的设计方法

周立刚　苗建松　李　新　丁　炜
(北京邮电大学宽带通信网络实验室　北京　100876)

摘　要：为了获得高码率低时延的多天线复正交空时分组编码矩阵，该文提出了一种未对信号进行线性处理的复正交空时分组编码矩阵的迭代式设计方法。利用该矩阵良好的正交性发射的信号，在接受端可以通过简单的最大似然解码算法来准确还原。借助计算机的帮助，得到该方法设计的多天线复正交空时分组编码矩阵的数据，与其他设计方法得到的复正交空时分组编码矩阵的数据进行了比较，结果显示该矩阵在最大码率和最小解码时延上封闭。

关键词：复正交空时分组码；发送分集；最大码率

中图分类号：TN925　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2007)10-2422-04

A Design Method of Complex Orthogonal Space-Time Block Code Matrix

Zhou Li-gang　Miao Jian-song　Li Xin　Ding Wei
(*Broadband Communications and Network Lab*, *Beijing University of Posts and Telecommun.*, *Beijing* 100876, *China*)

Abstract: For construct a high-rate and low-delay Complex Orthogonal Space-Time Block Codes (COSTBC) matrix, this paper presents an iterative design method without linear processing of symbols to generate high-rate and low-delay COSTBC matrix. By the orthogonality of symbols, a simple maximum likelihood-decoding algorithm is used to recover them at the receiver accurately. By the help of computer, the data of the matrix are got. The results of compare the data with that from others matrix shows the matrix is a closed-form design of high-rate and low-delay.

Key words: Complex Orthogonal Designs Space-Time Block Code (COSTBC); Transmit diversity, Maximal rate

1　引言

空时编码是无线通信的一种新的编码和信号处理技术。它使用多个发射和接收天线进行信息的发射和接收,可大大改善无线通信系统的信息容量和信息率。由于空时分组码相对于空时码具有译码简单的特点,许多学者在这方面做了大量的工作。Alamouti 在文献[1]中提出了两根天线空时分组码,传输率为 1 且译码算法简单。Tarokh 在文献[2]中提出了空时分组码的正交设计准则,分析了几种空时分组码的译码准则及性能。Liang 在文献[3]中证明了对于天线数 $n\geq 3$ 的复正交空时分组编码设计矩阵无论 p 多大都不能达到码率为 1。Wang 在文献[4]中提出对于任意天线 n=2m-1 和 n=2m(m 为自然数)复正交空时分组编码设计矩阵的最大码率为 (m+1)/2m 的假设。Liang 在文献[5]中系统地提出了多天线复正交空时分组编码设计矩阵的构造方法，并证明了 n=2m-1 和 n=2m(m 为自然数)根天线在复正交条件下空时分组编码矩阵所能达到的最大码率为(m+1)/2m。Su 也在文献[6]中提出了一种迭代式复正交空时分组编码设计矩阵构造法，同样在不同的天线上实现了文献[5]中所证明的最大码率(m+1)/2m。但是这两种复正交空时分组编码设计矩阵的构造方法在最小解码时延上都不是封闭的：第一，其方法构造出来的矩阵并不满足具有最小的解码时延。例如，两种方法对 4 根天线的设计得出 p 等于 8 而不是文献[2]中提到的等于 4；第二，两者都是针对未进行线性处理的复正交空时分组编码矩阵的设计方法，对于进行了线性处理的复正交空时分组编码矩阵的设计还是个未知数。

随后针对第一点,在文献[5,7,8]中给出了当天线数为 4 的倍数时的解码时延将是文献[5]和文献[6]中所得到解码时延一半的假设，并给出了 n=4 和 n=8 复正交空时分组编码矩阵的设计实例。Lu 在文献[9]中根据这个假设提出了一种在最大码率和最小解码时延上封闭的未进行线性处理的复正交空时分组编码矩阵的设计方法，给出了设计实例并证明了这个假设。文献[10]应用哈达马矩阵的性质在数学上证明了这个假设是成立的，为我们下一步的复正交空时分组编码矩阵的设计提供了理论基础。由文献[9]中的结论我们可以知道当天线数为 n=2m时的复正交空时分组编码矩阵可以经由天线数为 n=2m-1 的复正交空时分组编码矩阵简便获得，所以奇数天线的复正交空时分组编码矩阵的简便设计方法就成为了这一领域的研究重点。本文结合文献[9]和文献[10]中的结论，提出了一种奇数天线上简便实现的迭代式复正交空时分组编码矩阵的设计方法。结合文献[9]中的偶数天线复正交空时分组编码矩阵生成法，可以快速地构造出任意天线数目的复正交空时分组编码设计矩阵。该方法构造的未进行线性处理的复正交空时分组编码设计矩阵在最大码率和最小解码时延上封闭。

2　复正交矩阵构造法

2.1　奇数天线复正交空时编码矩阵构造法

迭代式奇数天线复正交空时编码设计矩阵的基本构造

2006-03-20 收到，2006-06-19 改回
国家自然科学基金(60372101)资助课题

方法如下所述：从矩阵 $\boldsymbol{G}_1=x_1$ 开始，每次迭代在源矩阵右侧增加两个新列，就是说每次由 $\boldsymbol{G}_{(2m-3)}$ 矩阵得到 $\boldsymbol{G}_{(2m-1)}$ (m 为大于等于 2 的自然数)。在新加的两列上先在上一次迭代添加过新信号码片的行上放零，然后在其他的行上按从上到下，从左到右的顺序依次添上新信号码片，最后在矩阵底部增加一些新行来保证矩阵的正交性。

构造迭代式复正交空时分组编码矩阵的具体算法，详述如下：

首先，定义 $k_{(2m-3)}$ 和 $p_{(2m-3)}$ 分别代表源矩阵 $\boldsymbol{G}_{(2m-3)}$ 的信号码片数目和矩阵的行数，$\boldsymbol{L}_{(2m-1)}$ 为新添元素个数。

初始化：初始矩阵为 $\boldsymbol{G}_1=x_1$。由源矩阵 $\boldsymbol{G}_{(2m-3)}$ 右侧增加两个新列从而产生目标矩阵 $\boldsymbol{G}_{(2m-1)}$。

(1) 每次在源矩阵 $\boldsymbol{G}_{(2m-3)}$ 的右侧增加第 $2m$-2 和 $2m$-1 列向量。

(2) 首先在上次迭代增加过新元素的对应行的位置补零；然后在其他的行按照从上至下，由左及右的顺序依次添满新元素，如果源矩阵 $\boldsymbol{G}_{(2m-3)}$ 上对应行元素是信号的原始形式(或复共轭形式)，比如 $x_1,x_2,\cdots,x_k$ (或 $x_1^*,x_2^*,\cdots,x_k^*$),则新元素也要采用相同的形式。为了保证正交性，我们再把在第 $2m$-1 列上新增加的元素以其相反的形式加在第 $2m$-2 列上从 $p_{(2m-3)+1}$ 开始到 $p_{(2m-3)+1+L(2m-1)}$，然后再在第 $2m$-1 列上相对应的行加上第 $2m$-2 列上新增加元素的负的相反形式，同样从 $p_{(2m-3)+1}$ 开始到 $p_{(2m-3)+1+L(2m-1)}$ 使新增加的两列保持正交。

(3) 因为非线性处理的复正交设计矩阵要求每个元素在每列必须出现而且只有一次，所以接下来我们以新加元素的相反形式在第 $2m$-2 列上依次加上源矩阵 $\boldsymbol{G}_{(2m-3)}$ 里出现过的元素，从 $p_{(2m-3)+1+L(2m-1)+1}$ 开始到 $p_{(2m-3)+1+L(2m-1)+K(2m-3)}$,并且在第 $2m$-1 列上的相应行上补零。然后在第 $2m$-1 列上重复上述过程。目前新增加的两列仍然是正交的。

(4) 接下来我们考虑新加的两列与前 $2m$-3 列的正交问题：

首先我们应该知道新加的两列目前相互之间是正交的，额外多加的行是为了保证正交性。然后我们开始在前 $2m-3$ 列上从第 $p_{(2m-3)+1}$ 行直到目前最后一行第 $p_{(2m-3)+1+L(2m-1)+2K(2m-3)}$ 行添加元素以完成构造。

$$\begin{pmatrix} Q_x(\beta,\theta) & \mu_1 \\ \mu_2 & Q_x(\alpha,\phi) \end{pmatrix} \text{或} \begin{pmatrix} \mu_1 & Q_x(\beta,\phi) \\ Q_x(\alpha,\theta) & \mu_2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

我们定义在式 (1) 中 $Q_x(\alpha,\phi)$ 和 $Q_x(\beta,\phi)$ 代表在第 $2m-2$ 列或者第 $2m-1$ 列上的非零元素，它的值为 x_f(or x_f^*) (f=1,2,$\cdots$, $k(2m-1)$)； $Q_x(\alpha,\theta)$ 和 $Q_x(\beta,\theta)$ 代表前 $2m-3$ 列上任意位置的非零元素，其值由下面的方法确定：

如果 $Q_x(\beta,\theta)$(or $Q_x(\alpha,\theta)$)$=x_f$(or x_f^*) ($f=1,2,\cdots,k(2m-1)$)，那么 μ_1 and μ_2 必须都是零，因为只有这样才能保证正交。

如果 $Q_x(\beta,\theta)$(or $Q_x(\alpha,\theta)$)$=x_f$(or x_f) ($f=1,2,\cdots,k(2m-1)$)，那么 $\mu_2=\mp\mu_1^*$。

如果 $Q_x(\beta,\theta)$ 是以复共轭形式出现的新非零元素，并且 $Q_x(\alpha,\theta)$ 还没有放置非零元素，这时我们让 μ_1 和 μ_2 空着，留待下一个步骤去安排。

(5) 进行完上一步之后，按从左到右的顺序检查各列。如果没有待定的空位并且所有的非零元素在每一列都出现并且只出现一次，这样复正交矩阵构造完毕。如果一些非零元素没有出现在第一列并且有未填充的空位时，那么就按从上到下由左及右的顺序首先在第一列的空位上依次添上具有与本次迭代复共轭形式的新非零元素，此时 $Q_x(\beta,\theta)$ 代表这些添加的非零元素，而 $Q_x(\alpha,\phi)$ 代表在第 $2m$-2 列或者第 $2m$-1 列上的与本次迭代添加非零元素相同形式的该非零元素，每添加一个这样的非零元素就应用一次第 4 步的正交方法填满其他行和其他列上的相对应空位直到所有的非零元素都出现且只出现一次在第一列上。然后在第二列到最后一列重复这个过程。直到没有待定的空位并且所有的非零元素在每一列都出现并且只出现一次时为止。我们的构造工作完毕。

2.2 结合偶数天线生成法实现任意天线封闭式复正交空时分组编码设计

根据文献[9]中的结论得到(m 为自然数)

$$\boldsymbol{G}_{(2m)}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{(2m-1)}(1) & \overline{\boldsymbol{G}}_{(2m-1)}(2) \\ \boldsymbol{G}_{(2m-1)}(2) & (-1)^{\mathrm{m}}\overline{\boldsymbol{G}}_{(2m-1)}(1) \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{G}_{(2m-1)}(1)$ 和 $\boldsymbol{G}_{(2m-1)}$ (2)是具有相同结构的矩阵，只是前者的元素是 $x_1,x_2,\cdots,x_{k(2m-1)}$,而后者的元素是 $x_{k(2m-1)+1}$，$x_{k(2m-1)+2},\cdots,x_{2k(2m-1)}$。$\overline{\boldsymbol{G}}_{(2m-1)}$ (1)是指包含 $\boldsymbol{G}_{(2m-1)}(1)$ 中全部元素的长度为 $p_{(2m-1)}$ 的列向量。具体定义请见参考文献[9]。

结合式(2)和文献[9]文中的定理 1 和推论 1 我们得到

当 m 为奇数时，$k_{(2m)}$ 和 $p_{(2m)}$ 分别为 $k_{(2m-1)}$ 和 $p_{(2m-1)}$ 的两倍，码率不变。

$$\boldsymbol{G}_{(2m)}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{(2m-1)}(1) & \overline{\boldsymbol{G}}_{(2m-1)}(2) \\ \boldsymbol{G}_{(2m-1)}(2) & -^{\mathrm{m}}\overline{\boldsymbol{G}}_{(2m-1)}(1) \end{bmatrix} \tag{3}$$

当 m 为偶数时，$k_{(2m)}$ 和 $p_{(2m)}$ 分别与 $k_{(2m-1)}$ 和 $p_{(2m-1)}$ 相等，码率也不变。

$$\boldsymbol{G}_{(2m)}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{(2m-1)}(1) & \overline{\boldsymbol{G}}_{(2m-1)}(1) \end{bmatrix} \tag{4}$$

这样，把奇数天线复正交空时分组编码矩阵的设计方法分别结合式(3)或式(4)，就可以获得偶数天线上的复正交空时编码设计矩阵。从而实现了对任意数目的天线进行复正交空时分组编码矩阵的设计。

3 复正交空时分组编码矩阵构造实例

由 $\boldsymbol{G}_1=x_1$，其中 $2m$-1=1, 得到 m=1，结合式(3)和文献[9]中定义的 $\overline{\boldsymbol{G}}_1=x_1^*$ 得到

$$\boldsymbol{G}_2=\begin{bmatrix} x_1 & x_2^* \\ x_2 & -x_1^* \end{bmatrix} \tag{5}$$

应用奇数天线复正交空时分组编码矩阵构造法结合式(4)和文献[9]中定义的$\overline{\boldsymbol{G}}_3=\begin{bmatrix}0 & x_1^* & -x_3^* & x_2^*\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$(上标 T 表示矩阵的转置)，可以得到 $2m$-1=3,即 m=2 时矩阵：

$$\boldsymbol{G}_4=\left[\begin{array}{c:cc|c} x_1 & x_2 & x_3 & 0 \\ 0 & x_3^* & -x_2^* & x_1^* \\ -x_2^* & x_1^* & 0 & -x_3^* \\ -x_3^* & 0 & x_1^* & x_2^* \end{array}\right] \tag{6}$$

其中虚线表示奇数天线矩阵构造法的迭代次数，实线左侧为矩阵 $\boldsymbol{G}_3$，右侧为结合偶数天线生成法得到的列$\overline{\boldsymbol{G}}_3$。

应用奇数天线复正交空时分组编码矩阵构造法结合式(3)可以得到$2m-1=5$，即 m=3 时矩阵。

$$\boldsymbol{G}_6=\left[\begin{array}{c:cc:cc|c}
x_1 & x_2 & x_3 & 0 & 0 & x_{20}^* \\
0 & x_3^* & -x_2^* & x_4^* & x_7^* & 0 \\
-x_2^* & x_1^* & 0 & x_5^* & x_8^* & 0 \\
-x_3^* & 0 & x_1^* & x_6^* & x_9^* & 0 \\
x_{10} & 0 & 0 & x_7 & -x_4 & x_{11}^* \\
0 & 0 & -x_{10} & x_8 & -x_5 & -x_{13}^* \\
0 & x_{10} & 0 & x_9 & -x_6 & x_{12}^* \\
0 & -x_5 & -x_6 & x_1 & 0 & x_{17}^* \\
x_5 & 0 & x_4 & x_2 & 0 & x_{19}^* \\
x_6 & -x_4 & 0 & x_3 & 0 & -x_{18}^* \\
0 & -x_8 & -x_9 & 0 & x_1 & -x_{14}^* \\
x_8 & 0 & x_7 & 0 & x_2 & -x_{16}^* \\
x_9 & -x_7 & 0 & 0 & x_3 & x_{15}^* \\
-x_4^* & -x_6^* & x_5^* & 0 & -x_{10}^* & 0 \\
-x_7^* & -x_9^* & x_8^* & x_{10}^* & 0 & 0 \\
\hdashline
x_{11} & x_{12} & x_{13} & 0 & 0 & -x_{10}^* \\
0 & x_{13}^* & -x_{12}^* & x_{14}^* & x_{17}^* & 0 \\
-x_{12}^* & x_{11}^* & 0 & x_{15}^* & x_{18}^* & 0 \\
x_{13}^* & 0 & x_{11}^* & x_{16}^* & x_{19}^* & 0 \\
x_{20} & 0 & 0 & x_{17} & -x_{14} & -x_1^* \\
0 & 0 & -x_{20} & x_{18} & -x_{15} & x_3^* \\
0 & x_{20} & 0 & x_{19} & -x_{16} & -x_2^* \\
0 & -x_{15} & -x_{16} & x_{11} & 0 & -x_7^* \\
x_{15} & 0 & x_{14} & x_{12} & 0 & -x_9^* \\
x_{16} & -x_{14} & 0 & x_{13} & 0 & x_8^* \\
0 & -x_{18} & -x_{19} & 0 & x_{11} & x_4^* \\
x_{18} & 0 & x_{17} & 0 & x_{12} & x_6^* \\
x_{19} & -x_{17} & 0 & 0 & x_{13} & -x_5^* \\
-x_{14}^* & -x_{16}^* & x_{15}^* & 0 & -x_{20}^* & 0 \\
-x_{17}^* & -x_{19}^* & x_{18}^* & x_{20}^* & 0 & 0
\end{array}\right] \tag{7}$$

矩阵上半部分的实线左侧为矩阵 $\boldsymbol{G}_5$,右侧为 $\overline{\boldsymbol{G}}_5$。

由于篇幅所限我们不能列出所有的 $\boldsymbol{G}_{(2m)}$ 和 $\boldsymbol{G}_{(2m-1)}$，在计算机的帮助下，得到了应用本文所述方法构造复正交空时分组编码矩阵的一些数据，并与文献[5,6,9]文中的数据进行了比较，结果见表 1。

表 1 设计实例数据比较

天线数 n	Liang[5]和Su[6] k_n	Liang[5]和Su[6] p_n	Lu[9]和本文 k_n	Lu[9]和本文 p_n	码率$R=k_n/p_n$
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	1

3	3	4	3	4	3/4
4	6	8	3	4	3/4
5	10	15	10	15	2/3
6	20	30	20	30	2/3
7	35	56	35	56	5/8
8	70	112	35	56	5/8
9	126	210	126	210	3/5
10	252	420	252	420	3/5
11	462	792	462	792	7/12
12	924	1584	462	792	7/12
13	1716	3003	1716	3003	4/7
14	3432	6006	3432	6006	4/7
15	6435	11440	6435	11440	9/16
16	12870	22880	6435	11440	9/16
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

从表 1 可以看到对于 $1\le n\le 16$ 的复正交空时分组编码设计矩阵，本文所提供的方法所得到的码率实现了文献[5]中所证明的最大码率即当天线数 n=2m-1 和 n=2m(m 为自然数)时，在复正交条件下空时分组编码矩阵所能达到的最大码率(m+1)/2m。并且应用本文方法设计的复正交空时分组编码矩阵具有文献[5,6]文中所证明的相应天线数下最小的解码时延，即当天线数为 4 的倍数时所得解码时延是文献[5,6]中所得的相同天线数解码时延的一半。由于篇幅所限，不能列出所有天线数时的数据，但我们相信这种迭代式奇数天线复正交空时分组编码矩阵构造法结合文献[9]中所提的偶数天线复正交空时分组编码矩阵生成法能够在 n>16 的条件下设计出相应天线数下具有最大码率和最小解码时延的复正交空时分组编码矩阵。这样，我们的方法所设计的未进行线性处理的复正交空时分组编码矩阵就实现了文献[9]中论证的在最大码率和最小解码时延上的封闭。

4　结束语

本文提出了一种未进行线性处理的在最大码率和最小解码时延上的封闭的迭代式高速率复正交空时分组编码矩阵设计方法，它能够为任意 n=2m 和 n=2m-1(m 为自然数)天线设计具有已知最大码率为 R=(m+1)/2m 的复正交空时分组编码矩阵。该码率由 Wang 在文献[4]中首先提出假设，并由 Liang 在文献[5]中证明了当未进行线性处理时 R=(m+1)/2m 为 n=2m 和 n=2m-1(m 为自然数)天线复正交空时分组编码矩阵的最大码率，但这个最大码率对于进行了线性处理的复正交空时分组编码矩阵来说还是一个未知数。并且本文方法实现了文献[9,10]中论证的相应天线数下最小的解码时延，即当天线数为 4 的倍数时最小解码时延将是文献[5,6]中所得到最小解码时延的一半。但是到底进行了线性处理的复正交空时分组编码矩阵的最小解码时延应该是多少，这仍然是一个开放性问题，需要将来进一步研究。

参 考 文 献

[1] Alamouti S. A simple transmit diversity technique for wireless communication [J]. *IEEE J. Select. Areas Communications*, 1998, 16(8): 1451–1458.

[2] Tarokh V, Seshadri N, and Cclderbank A R. Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criterion and code construction [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1998, 44(3): 744–765.

[3] Liang X B and Xia X G. On the nonexistence of rate-one generalized complex orthogonal designs [J]. *IEEE Trans.on Inform. Theory*, 2003, 49(11): 2984–2989.

[4] Wang H and Xia X G. Upper bounds of rates of space-time block codes from complex orthogonal designs [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2003, 49(10): 2788–2796.

[5] Liang X B. Orthogonal designs with maximal rates [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2003, 49(10): 2468–2503.

[6] Su W, Xia X G, and Lu K J. A systematic design of high-rate complex orthogonal space-time block codes[J]. *IEEE Commun. Lett.*, 2004, 8(6): 380–382.

[7] Kan H and Shen H. A counter example for the conjecture on the minimal delays of orthogonal design with maximal rates [J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2005, 51(1): 355–359.

[8] Liang X B. A Complex orthogonal space-time block code for 8 transmit antennas [J]. *IEEE Commun. Lett.*, 2005, 9(2): 115–117.

[9] Lu K J, Fu S L, and Xia X G. Closed-form designs of complex orthogonal space-time block codes of rates (k+1)/(2k) for 2k -1 or 2k transmit antennas[J]. *IEEE Trans.* on *Inform. Theory*, 2005, 51(12): 4340–4347.

[10] Zhou L G, Sun D D, Li X, Miao J S, and Ding W. Prove the minimal delays of complex orthogonal space-time block codes by Hadamard matrix [J]. *The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*, 2006, 13(1): 25–28.

周立刚：　男，1977 年生，博士生，研究方向为无线自组织网络、空时编码和 MIMO 技术.

苗建松：　男，1978 年生，博士生，研究方向为网络安全、无线自组织网络、高速网络处理器技术.

李　新：　男，1977 年生，博士生，研究方向为移动 Ad-hoc 网络、无线通信新技术.

丁　炜：　男，1935 年生，教授，博士生导师，研究方向为宽带网络技术、MPLS 技术.