

## 分布式卫星 SAR 沿航迹干涉编队构型优化

李 芳<sup>①②</sup> 王岩飞<sup>①</sup> 闫鸿慧<sup>①</sup> 张冰尘<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘 要:** 沿航迹干涉(ATI)SAR 可用来测量地面运动目标的径向速度, 分布式卫星系统能改善 ATI 测速精度并增加系统可检测速度范围。合理地设计小卫星间的空间编队构型是保证分布式卫星系统性能的关键。该文给出一种综合评价分布式卫星 SAR 系统测速精度的模型, 该模型可用来对满足绕飞轨道的分布式卫星群的构型进行优化设计。采用随机搜索算法进行了仿真试验, 试验结果验证了本文方法的有效性。

**关键词:** 分布式卫星 SAR; 沿航迹干涉(ATI); 构型优化

中图分类号: 959.74

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)06-1433-04

## Formation Optimization for Distributed Satellites SAR Along-Track Interferometry

Li Fang<sup>①②</sup> Wang Yan-fei<sup>①</sup> Yan Hong-hui<sup>①</sup> Zhang Bing-chen<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(*Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

<sup>②</sup>(*Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

**Abstract:** Along-Track Interferometric (ATI) SAR can be used to measure the radial velocity of ground moving targets. By using distributed satellites system the metrical accuracy will be improved and the measurable radial range will be increased. The key point of guaranteeing the distributed satellites system performance is to design the formation of the satellites appropriately. A velocity metrical accuracy model is developed to estimate distributed satellites SAR system performance. This model can be used to optimize the satellite formation of distributed satellites system which moves on flying around orbit. Finally, it is validated by simulation using randomized search algorithm, and the simulation results demonstrate the efficiency of the method.

**Key words:** Distributed satellites SAR; Along-Track Interferometry (ATI); Formation optimization

### 1 引言

合成孔径雷达(SAR)沿航迹干涉(ATI)可用于实现对地面运动目标的检测, 并可测量出目标的径向速度, 利用ATI技术可极大地改善在固定目标背景中检测慢速目标的灵敏度。由ATI理论可知, ATI系统的测速精度及范围与基线密切相关。由于受天线物理尺寸的限制, 常规星载SAR不易实现较大长度的基线, 因而其ATI性能受到制约。分布式SAR系统是近年来出现的一种基于空间稀疏分布卫星群的微波对地观测系统。分布式SAR系统具有灵活的结构, 可以形成多种基线组合从而进一步提高测速精度及增加系统可检测速度范围<sup>[1,2]</sup>。

利用ATI进行地面运动目标检测时, 目标速度估计精度是系统性能指标之一。已知目标测速精度与基线(长度及倾角)密切相关, 因此为得到较高精度的速度估计需对基线进行优化。然而由多颗卫星组成的分布式SAR系统在某一特定时间段内可提供多条适合于沿航迹干涉的基线, 且由于各个小

卫星的相对状态不断变化, 在整个时间段内单个基线矢量不能一直保持不变, 因此对单个基线的优化不能保证分布式SAR系统整体测速精度最高。如果能够将系统中多条基线得到的速度估计联合起来考虑, 并使联合后的速度估计尽可能达到最佳, 则此时系统整体的测速精度将优于对系统中任何单个基线优化后的测速精度。通过分析可知卫星编队构型是影响系统整体测速精度的重要因素之一, 卫星编队构型最优时对应系统所得速度估计精度最高, 因此为保证系统性能需对卫星编队构型进行优化。

本文针对3颗卫星组成的分布式卫星SAR系统利用ATI检测同一目标区域的问题, 建立了一种与卫星编队构型密切相关的综合评价系统测速精度的模型, 提出利用随机搜索算法对卫星编队构型进行优化。最后通过仿真试验证实了本文方法的有效性。

### 2 分布式卫星 SAR 系统 ATI 测速精度模型

#### 2.1 分布式卫星SAR系统ATI原理<sup>[3,4]</sup>

图 1 表示两颗小卫星环绕一颗主星组成的分布式卫星系

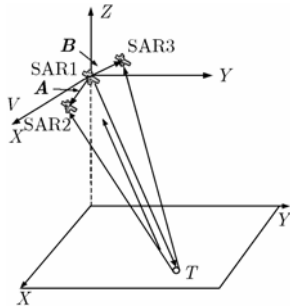


图 1 分布式 SAR 系统示意图

统几何示意图。图中  $\mathbf{A}$  ,  $\mathbf{B}$  分别表示由主星 1 和从星 2, 3 之间的基线矢量, 坐标系  $xyz$  为相对运动坐标系。在此系统中卫星 1, 2 和 3 分别装载 SAR1, SAR2 和 SAR3, 其中 SAR1 发射信号, SAR2 和 SAR3 同时接受信号, 利用 SAR1, SAR2 和 SAR1, SAR3 分别组成干涉对检测同一目标区域。

对于分布式系统, 基线在偏离航迹方向的分量不容忽视, 对此传统的 ATI 原理公式须作修改。令两组干涉得到的速度估计为两个服从未知分布的随机变量:  $V_A$  和  $V_B$ , 则

$$V_A = \frac{V}{A_x \sin \theta_A} \left( \frac{\lambda}{4\pi} \Phi_{12} - A_x \cos \theta_A - A_y \sin \theta_A \right) \quad (1a)$$

$$V_B = \frac{V}{A_x \sin \theta_B} \left( \frac{\lambda}{4\pi} \Phi_{13} - B_x \cos \theta_B - B_y \sin \theta_B \right) \quad (1b)$$

其中  $A_i, B_i$  分别为基线  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  在各坐标轴上的分量,  $V$  是卫星运行速度,  $\theta$  可以通过下式近似求出:  $\cos \theta = \frac{a^2 + R^2 - r_e^2}{2aR}$ , 其中  $a$  为卫星轨道半长轴,  $R$  为基线中心到目标的斜距,  $r_e$  为地球半径。

2.2 测速精度与卫星编队构型的关系

利用 ATI 进行 GMTI 及目标速度估计时, 速度估计的精度是关键指标之一。从式(1)直观可以看出, 目标速度估计与干涉相位、卫星间相对位置(即各基线分量)以及  $\theta$  有关, 因此干涉相位的测量误差、基线的大小及基线测量精度、 $\theta$  的计算精度等因素均会影响到最终的速度估计精度(测速精度)。有关干涉相位误差的分析很多文献均有报道, 它与系统内部信噪比及视数有关<sup>[3]</sup>。基线的测量精度、 $\theta$  的计算精度取决于系统空间状态测量的精度, 而各基线分量的大小亦即卫星间的相对位置则是与卫星编队构型有关。系统内部信噪比、视数、空间状态测量精度等已知时, 卫星编队构型的优劣将直接影响系统整体的测速精度, 从而影响系统 GMTI 性能。因此对卫星编队构型进行优化是保证系统性能的必要步骤。

卫星编队构型优化的根据是其对系统测速精度的影响, 下面将推导出一种能够表征系统整体性能的测速精度的模型, 以便最终对卫星编队构型进行优化。

2.3 测速精度模型的推导<sup>[5]</sup>

下面将系统中多个基线得到的速度估计联合起来考虑, 求出能够表示系统整体性能的整体测速精度模型, 首先求系

统速度估计。为了得到最佳的系统速度估计, 一种较好的方法是将两组对同一个像素进行速度估计得到的测量值  $V_A$  和  $V_B$  输入一个最佳的线性处理器, 设该处理器已经考虑到各种已知的误差。假设  $V_A$  和  $V_B$  服从高斯分布, 则经过处理器中的线性组合处理后可得到一个满足高斯分布的输出来描述系统整体的速度估计。且该分布的均值将为目标像素的最佳速度估计, 方差将对应测速精度。

对于采用聚束模式的星载 SAR 系统来说, SAR 对目标观测时间比较长, 成像几何关系和卫星编队状态在整个观测时间内变化较大, 此时可以对整个观测过程进行时间分段处理。下面将分两种情况讨论测速精度模型的推导。

(1) 单个孔径下测速精度模型 令向量  $\mathbf{z} = [V_A \ V_B]^T$  表示速度测量值, 作为最佳处理器的输入, 设随机变量  $x$  为目标实际的速度, 则  $\mathbf{z}$  可以用下面的模型来表示

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix} = \mathbf{H}x + \mathbf{v} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{H} = [1 \ 1]^T$ ,  $\mathbf{v} = [v_A \ v_B]^T$  表示速度估计误差, 它可用服从均值为零、协方差矩阵为  $\mathbf{R}$  的高斯分布表示。

设  $\hat{V}_p$  为像素  $p$  的最佳速度估计,  $\hat{\sigma}_p^2$  为估计方差即测速精度, 则可得

$$\hat{V}_p = [\hat{\sigma}_p^2 \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}] \mathbf{z} \quad (3a)$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \quad (3b)$$

(2) 分段处理下的测速精度模型 如观测时间较长, 成像几何关系和卫星编队状态在整个观测时间内变化较大, 此时可以进行时间分段处理。将观测时间分成  $n$  个时间段, 则整个观测时间的测速精度模型可写为

$$\hat{V}_p = \hat{\sigma}_p^2 \cdot \sum_{n=1}^N (\mathbf{H}^T \mathbf{R}_n^{-1}) \mathbf{z}_n \quad (4a)$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \mathbf{H}^T \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{H}} \quad (4b)$$

其中  $\mathbf{H} = [1 \ 1]^T$ ,  $\mathbf{R}_n \equiv 2 \times 2$  是第  $n$  段的测量误差协方差矩阵,  $\mathbf{z}_n = [V_{A[n]} \ V_{B[n]}]^T$  是第  $n$  段的速度测量值。

2.4 协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的计算<sup>[6]</sup>

由式(3)和式(4)可知, 为得到系统整体的测速精度, 协方差矩阵  $\mathbf{R}$  的计算是关键。

系统协方差矩阵  $\mathbf{R}$  可以写为如下形式:

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^T\} = \begin{bmatrix} E\{v_A^2\} & E\{v_A v_B\} \\ E\{v_A v_B\} & E\{v_B^2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_A^2 & \sigma_{AB} \\ \sigma_{AB} & \sigma_B^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

令  $Y_A = V_A, Y_B = V_B$ , 将  $Y$  视为有关随机变量  $V, \Phi, A(B)$  等的函数(即  $Y = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ), 则  $\sigma_A, \sigma_B$  分别表示  $Y_A, Y_B$  的方差,  $\sigma_{AB}$  表示两者的协方差, 利用第一类泰勒级数展开可得

$$\sigma_A^2 = \sigma_{Y_A}^2 = \left(\frac{\partial Y_A}{\partial V}\right)^2 \sigma_V^2 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial A_x}\right)^2 \sigma_{A_x}^2 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial \Phi_{12}}\right)^2 \sigma_{\Phi_{12}}^2 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial A_y}\right)^2 \sigma_{A_y}^2 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial A_z}\right)^2 \sigma_{A_z}^2 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial Y_A}{\partial R_A}\right)^2 \sigma_{R_A}^2 \quad (6a)$$

$$\sigma_B^2 = \sigma_{Y_B}^2 = \left(\frac{\partial Y_B}{\partial V}\right)^2 \sigma_V^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial B_x}\right)^2 \sigma_{B_x}^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial \Phi_{12}}\right)^2 \sigma_{\Phi_{12}}^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial B_y}\right)^2 \sigma_{B_y}^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial B_z}\right)^2 \sigma_{B_z}^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial Y_B}{\partial R_B}\right)^2 \sigma_{R_B}^2 \quad (6b)$$

$$\sigma_{AB} = \sigma_{Y_A Y_B} = \frac{\partial Y_A}{\partial A_x} \frac{\partial Y_B}{\partial B_x} \sigma_{A_x B_x} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_x} \frac{\partial Y_B}{\partial B_y} \sigma_{A_x B_y} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_x} \frac{\partial Y_B}{\partial B_z} \sigma_{A_x B_z} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_y} \frac{\partial Y_B}{\partial B_x} \sigma_{A_y B_x} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_y} \frac{\partial Y_B}{\partial B_y} \sigma_{A_y B_y} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_y} \frac{\partial Y_B}{\partial B_z} \sigma_{A_y B_z} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_z} \frac{\partial Y_B}{\partial B_x} \sigma_{A_z B_x} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_z} \frac{\partial Y_B}{\partial B_y} \sigma_{A_z B_y} + \frac{\partial Y_A}{\partial A_z} \frac{\partial Y_B}{\partial B_z} \sigma_{A_z B_z} \quad (6c)$$

### 3 随机搜索算法优化

利用式(5)和式(6)计算协方差矩阵  $\mathbf{R}$ , 并代入式(3)或式(4)即可求得测速精度  $\sigma_p^2$ 。以卫星间相对运动状态为参数对  $\sigma_p^2$  进行最小化, 即可得系统整体测速精度最高时的卫星编队构型, 也就是最优编队构型。由于每次观测时间很短, 对满足绕飞轨道的编队卫星群来说在此时间内卫星状态的改变很小, 因此如果在系统进行观测之间卫星编队构型达到最优, 则可以认为在整个观测时间内系统性能一直保持最优。

由于目标函数  $\sigma_p^2$  不具有类似于连续性、可微性等特点, 因此普通的优化方法不适用。遗传算法(GA)则可以用来解决上述情况下的优化, 该算法通过制造和维持对应于所求解的种群, 并且利用“适者生存”的原则来寻找更好的解。与其他随机搜索算法相比, GA 对适应能力强的个体赋予较高生存

概率, 能集中搜索解空间中期望值较高的部分, 有利于加快搜索进程; 对适应性低的个体赋予较低的生存概率, 而不是无条件的舍弃, 这使得个体在可行性空间中不同区域分布的机会增加, 避免过早收敛, 最终得到全局最优解的可能性更大<sup>[7,8]</sup>。

根据上述分析本文采用 GA 算法对式(4)中  $\sigma_p^2$  进行最小化。仿真试验考虑这样一种场景, 主星为原点, 两从星 2 和 3 与主星 1 未优化前初始状态构成一个等边三角形, 卫星群相对运动轨迹为星下点为圆形的绕飞轨道。系统观测时间为 24s, 分为 24 个时间段进行处理。

根据卫星相对运动理论知, 卫星在观测过程中的相对运动可用 C-W 方程表示<sup>[9]</sup>:

$$x = x_0 \cos \omega t + 2z_0 \sin \omega t \quad (7a)$$

$$y = y_0 \cos \omega t + \left(\dot{y}_0 / \omega\right) \sin \omega t \quad (7b)$$

$$z = z_0 \cos \omega t - \left(1/2\right) x_0 \sin \omega t \quad (7c)$$

式中  $\omega$  为卫星平均轨道角速度,  $(x, y, z)$  为  $t$  时刻卫星在相对运动坐标系中的位置坐标,  $(x_0, y_0, z_0)$  表示  $t = 0$  时刻卫星在相对运动坐标系中的位置坐标,  $(\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$  为卫星在  $t = 0$  时刻的速度在相对运动坐标系中的分量。

若相对运动轨迹在  $xy$  平面上投影的半径限制为有效基线(即沿航迹基线分量)的最大值  $B_{\max}$ , 卫星初始时刻真近点角为  $\alpha_0$ , 则初始时刻  $t = 0$  时卫星状态可写为

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= B_{\max} \cos \alpha_0, & \dot{x}_0 &= -B_{\max} \omega \sin \alpha_0 \\ y_0 &= B_{\max} \sin \alpha_0, & \dot{y}_0 &= B_{\max} \omega \cos \alpha_0 \\ z_0 &= \frac{B_{\max}}{2} \sin \alpha_0, & \dot{z}_0 &= \frac{B_{\max} \omega}{2} \cos \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(1) 仿真所需参数如表 1 所示。

利用式(8)及表 1 中的数据计算得初始时刻 3 颗卫星相对运动状态(如表 2 所示)。

将整个观测时间分为 24 个时间段, 各时间段中心处的斜距及对应  $\theta$  如表 3 所示。

表 1 SAR 系统参数及卫星轨道参数

参考轨道半径 $a$	卫星运行速度 $V$	雷达发射信号波长 $\lambda$	速度估计 $V_A = V_B = \hat{V}_p$	初始时刻真近点角		基线最大有效值
				卫星 2	卫星 3	
6932137m	7600m/s	0.3m	11m/s	$\alpha_2 = 60^\circ$	$\alpha_3 = 120^\circ$	150m

表 2 3 颗卫星初始相对运动状态

卫星 1	卫星 2	卫星 3
$x_{10} = 0, \dot{x}_{10} = 0$	$x_{20} = 75\text{m}, \dot{x}_{20} = -0.1421\text{m/s}$	$x_{30} = -75\text{m}, \dot{x}_{30} = -0.1421\text{m/s}$
$y_{10} = 0, \dot{y}_{10} = 0$	$y_{20} = 129.9038\text{m}, \dot{y}_{20} = 0.0820\text{m/s}$	$y_{30} = 129.9038\text{m}, \dot{y}_{30} = -0.0820\text{m/s}$
$z_{10} = 0, \dot{z}_{10} = 0$	$z_{20} = 64.9519\text{m}, \dot{z}_{20} = -0.0410\text{m/s}$	$z_{30} = 64.9519\text{m}, \dot{z}_{30} = 0.0410\text{m/s}$

表 3 各时间段中心处斜距及对应  $\theta$ 

时间段	1	2	3	4	5	6	7	8
$R$ (m)	590756.4	589683.7	588655.6	587663.6	586700.1	585766.5	584870.6	584024.6
$\theta$ ( $^\circ$ )	19.4525	19.1822	18.9187	18.6601	18.4047	18.1531	17.9076	17.6720
时间段	9	10	11	12	13	14	15	16
$R$ (m)	583214.7	582436.9	581696.7	580999.6	580339.8	579712.8	579124.0	578569.5
$\theta$ ( $^\circ$ )	17.4429	17.2194	17.0035	16.7972	16.5992	16.4084	16.2268	16.0537
时间段	17	18	19	20	21	22	23	24
$R$ (m)	578057.7	577587.8	577152.8	576756.4	576398.9	576075.9	575790.4	575548.1
$\theta$ ( $^\circ$ )	15.8919	15.7417	15.6011	15.4717	15.3540	15.2467	15.1512	15.0695

假设干涉处理中, 系统信噪比  $SNR = 15$ , 进行 4 视处理; 卫星 1 位置测量误差忽略不计, 卫星 2, 卫星 3 的位置测量误差均为  $3.5 \times 10^{-3}$  m; 卫星轨道半长轴测量精度约为 10m, 基线中心与目标的斜距测量精度为 0.3m, 卫星运行速度测量精度为 10m/s。根据上述条件既可求得优化目标函数  $\hat{\sigma}_p^2$ , 又可利用遗传算法进行优化。

(2) 仿真结果 仿真选用卫星 2, 卫星 3 的相对位置和相对运行速度为个体变量, 对应最小  $\hat{\sigma}_p^2$  的一组个体即是我们要求的最优构型所需的位置和速度。GA 每代种群取 20 个个体, 种群中所有的个体均计算所有时间段的测速精度, 然后计算出总的测速精度。各时间段卫星相对运动状态用式(7)和表 2 中初始时刻 3 颗卫星相对运动状态计算。利用上文所给参数, 用 Matlab6.5 进行计算, 共迭代 100 次。结果显示所得收敛  $\hat{\sigma}_p^2$  最小值为 0.0098。卫星群在相对运动坐标系中的初始位置和优化后的位置如图 2 所示。在 GA 运行过程中每一代  $\hat{\sigma}_p^2$  最小值轨迹如图 3 所示。

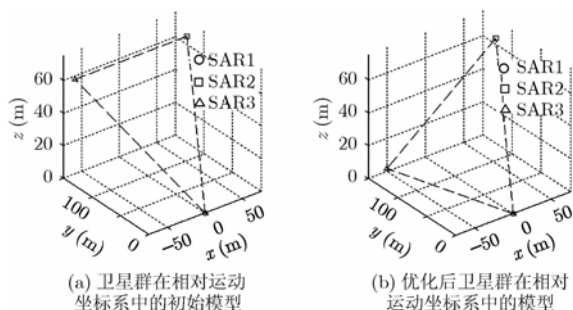
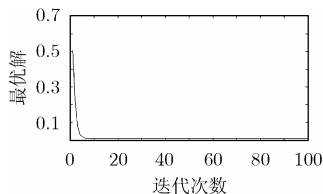


图 2 卫星群在相对运动坐标中优化前后构型

图 3 测速精度  $\hat{\sigma}_p^2$  最小值变化轨迹

## 4 结束语

分布式卫星 SAR 系统为 ATI 提供了更多的基线组合方式, 不仅可检测慢速运动目标速度, 而且得到的测速精度更高。根据 ATI 速度估计原理, 卫星编队构型对系统 GMTI 性能有重要影响。为了寻求最优卫星编队构型, 本文针对 3 颗卫星组成的分布式卫星 SAR 系统利用 ATI 检测同一目标

区域的问题, 建立了一种综合评价系统 GMTI 性能的测速精度模型, 该模型与卫星编队构型密切相关。运用遗传算法, 以从星与主星的相对位置和相对运行速度为个体的参数对该测速模型进行最小化, 所得最小值对应的个体参数即为所求最优的卫星编队构型。通过对一假设场景的仿真证明本文方法是有效的。

## 参考文献

- [1] 王岩飞, 张冰尘, 等. 分布式小卫星微波成像雷达新概念研究. 中国国防科学技术报告. 北京: 中国科学院电子学研究所, 2001.
- [2] 张冰尘, 王岩飞. 空间虚拟微波成像雷达技术. 中国科学院电子学研究所研究报告. 北京: 中国科学院电子学研究所, 2004.7.
- [3] Mocca A and Giancarlo Rufino. Spaceborne along-track SAR interferometry: Performance analysis and mission scenarios. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 199-213.
- [4] Goldstein R M and Zebker H A. Interferometric radar measurement of ocean surface currents. *Nature*, 1987, 328: 707-709.
- [5] Maybeck P S. Stochastic Models, Estimation, and Control. London: Academic Press, 1979, Vol.I: 114-122.
- [6] Shanmugan K S and Breipohl A M. Random Signals: Detection, Estimation and Data Analysis. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1988: 81-82.
- [7] Houck C R, Joins J A, and Kay M G. A genetic algorithm for function optimization: A Matlab Implementation. NCSU-IE TR 95-09, 1995.
- [8] 李俐. 基于编队卫星的高分辨率微波成像技术研究. [博士论文], 北京: 中国科学院电子学研究所, 2005.
- [9] Kong M C. Optimal trajectories and orbit design for separated spacecraft interferometry. [Masters Thesis], Massachusetts Institute of Technology, Nov. 1998.

李 芳: 女, 1982 年生, 博士生, 研究方向为微波成像雷达系统及其理论、信号处理。

王岩飞: 男, 1963 年生, 研究员、博士生导师, 研究方向为微波成像雷达系统及其理论、数字信号处理等。

闫鸿慧: 男, 1975 年生, 博士, 研究方向为微波成像雷达系统及其理论、信号处理。

张冰尘: 男, 1973 年生, 副研究员, 研究方向为微波成像雷达系统及其理论、信号处理。