17/11 双正交小波的优化设计及其对图像压缩性能的分析

刘在德[①②] 郑南宁[①] 刘跃虎[①] 杨国安[①] 田丽华[①]
[①](西安交通大学人工智能与机器人研究所 西安 710049)
[②](常熟理工学院计算机科学与工程系 常熟 215500)

摘 要：许多适合于图像编码的小波，如 CDF-9/7，Winger-17/11(W-17/11)，Villasenor-6/10 和 10/18(V-6/10 和 V-10/18)小波，其滤波器系数是无理数，需要用无限的计算精度实现对应的离散小波变换(DWT)。该文给出了一种参数化构造 17/11 双正交小波组的简便方法：首先把小波合成滤波器表示为用两个自由参数表达的三角多项式，然后把双正交小波的精确重构条件归结为一个线性方程组，最后求解此方程组得到对应的小波分解滤波器，从而得到了 17/11 双正交小波滤波器的参数表达式。通过调整表达式中的自由参数，可以随意构造具有所需特征的 17/11 线性相位小波滤波器。作为构造实例，构造出一种新的有理系数 17/11 双正交小波滤波器，它具有优化的编码增益。实验表明：其压缩性能与 W-17/11 和 V-10/18 小波滤波器相当，优于 CDF-9/7 和 V-6/10 小波滤波器。

关键词：图像编码；双正交小波；滤波器组；编码增益；离散小波变换；压缩性能
中图分类号：TN911.73 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2007)06-1403-05

Optimization Design of 17/11 Biorthogonal Wavelet and Its Performance Analysis for Image Compression

Liu Zai-de[①②] Zheng Nan-ning[①] Liu Yue-hu[①] Yang Guo-an[①] Tian Li-hua[①]
[①](*Institute of Artificial Intelligence and Robotics*, *Xi'an Jiaotong University*, *Xi'an* 710049, *China*)
[②](*Dept. of computer Science and Engineering*, *Changshu Institute of Technology*, *Changshu* 215500, *China*)

Abstract: Many wavelet filter banks suitable for image coding, e.g. CDF-9/7, Winger-17/11 (W-17/11), Villasenor-6/10 and 10/18 (V-6/10 and V-10/18), have irrational coefficients, and thus require infinite computational precision to implement the corresponding Discrete Wavelet Transforms (DWT). Here a simple technique for parametrization construction of 17/11 biorthogonal wavelet family is presented: first, the associated synthesis filter is formulated as one trigonometric polynomial represented by two free parameters; then the perfect reconstruction condition of the filter bank is reduced to one system of linear equations; finally the analysis filter is obtained by solving this system of linear equations. Thus, the exact free parameter expressions for the 17/11 biorthogonal wavelet filter banks are derived. By adjusting the free parameters, one can easily construct any linear phase 17/11 filters (a pair) with desired features. As a case study, a previously unpublished 17/11 biorthogonal wavelet filter bank with rational coefficients is constructed, which has optimum coding gain. Extensive simulations show that the new filter bank has the compression performance comparable to that of W-17/11 and V-10/18 for image transform coding, while surpasses the CDF-9/7 and V-6/10 far away.

Key words: Image coding; Biorthogonal wavelet; Filter bank; Coding gain; Discrete Wavelet Transform (DWT); Compression performance

1 引言

双正交小波已被广泛应用于工程和科学计算的各个领域，尤其在数字图像编码领域取得了极大的成功。在过去的十几年里，数学家和工程技术人员构造了许多具有不同特征的双正交小波，所用的构造方法主要归结为两种：频域中的谱分解方法[1]和提升方法[2]。第一种方法首先指定分解和合成小波的消失矩，然后根据双正交条件(精确重构条件)得到一个三角多项式，最后分解此多项式得到分解和合成滤波器的系数。通常此三角多项式不能在有理数域内分解(平凡分解除外，即一个因子是 1，另一个是它本身)，因此得到的小波滤波器具有无理系数，许多适合于图像编码的小波，如 CDF-9/7[1]，Winger-17/11(W-17/11)[3]，Villasenor-6/10 和 10/18(V-6/10 和V-10/18)小波[4,5],都是用此种方法构造的。因为小波滤波器的系数是无理数，需要用无限的计算精度实现对应的离散小波变换(DWT)，因此计算复杂度较高。提升方法不需要Fourier变换就可以构造双正交小波，特别适合于构造插值小波，如 5/3 双正交小波[6]。此类小波的滤波器系

2005-10-27 收到，2006-04-17 改回
国家自然科学基金(60021302, 90412010)资助课题

数是 2 的负整数次幂之和的有理数，对应的DWT不用乘法就可实现，计算复杂度较低，但相应的其压缩性能也较低。事实上，谱分解方法和提升方法的效果是等效的，因为Daubechies已证明任意双整交小波的DWT都可以分解为一系列提升步骤[7]。

文献[8]给出了一种参数化构造 9/7 双正交小波的方法，构造了一种具有优化的编码增益的有理系数 9/7 双正交小波滤波器。其图像压缩性能与 CDF-9/7 小波相当，但仍然与 W-17/11 和 V-10/18 小波有着较大的差距。本文把这一方法扩展到 17/11 双正交小波：首先给出用两个自由参数表达的 17/11 小波的合成滤波器，然后根据双正交条件得到一个线性方程组，最后求解此方程组得到其分解滤波器的参数表达式。作为构造实例，根据最优编码增益理论，通过调整表达式中的自由参数，构造出一种新的有理系数 17/11 双正交小波滤波器。理论分析和实验表明其压缩性能与 W-17/11 和 V-10/18 小波相当，从而可实现图像的高质量快速编码。

2 预备知识

这里给出本文用到的基本理论，有关双正交小波的完整理论可参看文献[1]。假定双正交小波的尺度函数 $\varphi(x)$ 和对偶尺度函数 $\tilde{\varphi}(x)$ 分别定义为

$$\varphi(x)=\sqrt{2}\sum_k h_k\varphi(2x-k) \tag{1}$$

$$\tilde{\varphi}(x)=\sqrt{2}\sum_k \tilde{h}_k\tilde{\varphi}(2x-k) \tag{2}$$

对应的合成和分解低通滤波器(这里把尺度函数和小波函数对应的滤波器作为合成滤波器；而把对偶函数对应的滤波器当作分解滤波器)分别定义为

$$H(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_k h_k e^{-jk\xi} \tag{3}$$

$$\tilde{H}(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_k \tilde{h}_k e^{-jk\xi} \tag{4}$$

类似地，小波函数 $\psi(x)$ 和对偶小波函数 $\tilde{\psi}(x)$ 定义为

$$\psi(x)=\sqrt{2}\sum_k g_k\varphi(2x-k) \tag{5}$$

$$\tilde{\psi}(x)=\sqrt{2}\sum_k \tilde{g}_k\tilde{\varphi}(2x-k) \tag{6}$$

对应的合成和分解高通滤波器分别定义为

$$G(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_k g_k e^{-jk\xi} \tag{7}$$

$$\tilde{G}(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_k \tilde{g}_k e^{-jk\xi} \tag{8}$$

如果令

$$G(\xi)=e^{-j\xi}\tilde{H}^*(\xi+\pi) \tag{9}$$

$$\tilde{G}(\xi)=e^{-j\xi}H^*(\xi+\pi) \tag{10}$$

那么双正交条件(精确重构条件)可简化为

$$H(\xi)\tilde{H}^*(\xi)+H(\xi+\pi)\tilde{H}^*(\xi+\pi)=1 \tag{11}$$

这里上标“*”代表复变函数中的共轭算子。

如果小波函数 $\psi(x)$ 具有消失矩(vanishing moment) $\tilde{N}$ ，那么有

$$\int x^j\psi(x)\mathrm{d}x=0,\quad j=0,\cdots,\tilde{N}-1 \tag{12}$$

成立，同时对偶尺度函数 $\tilde{\varphi}(x)$ 必有逼近阶(approximation order) $\tilde{N}$ ；类似地，对偶小波函数 $\tilde{\psi}(x)$ 和尺度函数 $\varphi(x)$ 具有同样的关系。

3 参数化 17/11 双正交小波滤波器

消失矩对于小波滤波器的压缩性能至关重要：一方面具有高消失矩的小波滤波器用很少的变换系数就可精确表达平滑信号；另一方面，过高的消失矩会增加滤波器长度，不利于信号奇异点附近能量的集中，而且会增加计算复杂度。因此在设计小波滤波器时，一般把消失矩设定为 4~6。对于双正交小波，可以通过对小波滤波器添加任意次的多项式因子 $\cos(\xi/2)$ 来得到任意阶的消失矩。

假定尺度函数具有逼近阶 6，合成低通滤波器形如

$$H(\xi)=\cos^6(\xi/2)[a+b\cos\xi+(1-a-b)\cos^2\xi] \tag{13}$$

这里 a 和 b 是自由参数；那么寻找形如

$$\tilde{H}(\xi)=\cos^4(\xi/2)\tilde{P}(\xi) \tag{14}$$

的分解低通滤波器就是本部分要解决的关键问题。这里

$$\tilde{P}(\xi)=\sum_{k=0}^{6}\tilde{p}_k\cos^k\xi \tag{15}$$

且满足 $\tilde{P}(0)=1,\ \tilde{P}(\pi)\neq 0$ 。因为余弦函数是偶函数，满足式(13)和式(14)的滤波器自然满足对称性和带通条件：

$$H(0)=1=\tilde{H}(0),\quad H(\pi)=0=\tilde{H}(\pi) \tag{16}$$

可以证明，有如下定理成立：

定理 对于任意的实数 $a,b\neq 0$ ，存在仅用它们表示的多项式 $\tilde{P}(\xi)$ ，使得形如式(13)和式(14)的低通滤波器满足双正交性关系式(11)。

证明 因为滤波器满足对称性，为表述方便，引入变量 $Z=\cos\xi$ ，那么滤波器式(13)，式(14)和双正交关系式(11)可表示为

$$H(Z)=(Z+1)^3[a+bZ+(1-a-b)Z^2]/8 \tag{17}$$

$$\tilde{H}(Z)=(Z+1)^2\tilde{P}(Z)/4 \tag{18}$$

$$H(Z)\tilde{H}(Z)+H(-Z)\tilde{H}(-Z)=1 \tag{19}$$

这里

$$\tilde{P}(Z)=\sum_{k=0}^{6}\tilde{p}_kZ^k$$

把式(17)和式(18)代入式(19)，得到

$$D(Z)+D(-Z)=1 \tag{20}$$

这里

$$D(Z)=(Z+1)^5[a+bZ+(1-a-b)Z^2]\tilde{P}(Z)/32$$

容易看出，要使等式(20)成立，多项式 $D(Z)$的常数项必须等于 1/2，偶次项系数必须等于 0，从而得到一个 7 元线性方程组：

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b} \tag{21}$$

这里矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_6 & m_7 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_4 & m_5 & m_6 & m_7 & a & 0 & 0 \\ m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 & m_7 & a \\ 0 & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 & m_2 \end{bmatrix}$$

其中

$$m_1=1-a-b,\ m_2=5-5a-4b,\ m_3=10-9a-5b$$
$$m_4=10-5a,\ m_5=5(1+a+b),$$
$$m_6=1+9a+4b,\ m_7=5a+b$$

向量 $\boldsymbol{x}$ 为

$$\boldsymbol{x}=[\tilde{p}_0,\tilde{p}_1,\tilde{p}_2,\tilde{p}_3,\tilde{p}_4,\tilde{p}_5,\tilde{p}_6]^{\mathrm{T}}$$

向量 $\boldsymbol{b}$ 为

$$\boldsymbol{b}=[16,0,0,0,0,0,0]^{\mathrm{T}}$$

矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式为 $\det(\boldsymbol{A})=1024ab$ 。因为已假定 $a,b\neq 0$ ，所以 $\det(\boldsymbol{A})\neq 0$ ，从而线性方程组式(21)有唯一的解：

$$\tilde{p}_k=\det(\boldsymbol{A}_{k+1})/\det(\boldsymbol{A}),\quad k=0,1,\cdots,6 \tag{22}$$

这里矩阵 $\boldsymbol{A}_k$ 表示把矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 k 列替换为向量 $\boldsymbol{b}$ 得到的矩阵。

至此，定理得证。

4　有理系数 17/11 小波滤波器

4.1　编码增益

对于小波滤波器的压缩性能，可用编码增益来衡量。本文采用Katto和Yasuda[9]提供的方法来计算 17/11 小波的编码增益，对于双正交小波，这是一个很有效的编码增益评估方法。

给定一个 N 子带小波分解系统，假定第 n 级子带的分解和合成滤波器的系数分别用 $\tilde{h}_n(i)$, $n=1,\cdots,N$ 和 $h_n(j)$, $n=1,\cdots,N$ 表示(如果采用树形分解结构，则滤波器为对应的等效滤波器)；再假定输入信号可用一维 Markov 模型表示，其相关系数为 ρ，那么编码增益可表示为

$$\mathrm{CG}(\rho)=\prod\nolimits_{n=1}^{N}\left(A_nB_n\right)^{-\alpha_n} \tag{23}$$

这里 $A_n=\sum_i\sum_j\tilde{h}_n(i)\tilde{h}_n(j)\rho^{|i-j|}$ ， $B_n=\sum_i h_n(i)^2$ ， α_n 是等效的采样率(即 $\alpha_n=1/N$)。

4.2　优化的有理系数 17/11 小波滤波器

根据式(13)，式(14)和式(22)，取定参数a和b为任意不为 0 的有理数，就可得到性质各异的有理系数小波滤波器。例如，当 $a=4$ ， $b=-9/2$ 时，得到的滤波器与Sweldens采用提升方法得到的$\mathrm{Donoho}_{(6,4)}$插值小波滤波器(尺度函数和对偶尺度函数的逼近阶分别为 6 和 4)完全相同[2]。在本文中，它是众多有理系数 17/11 小波滤波器的一种特例。表 1 给出了其低通滤波器系数，它们全是 2 的负整数次幂之和的有理数。

当参数 $a=5$ ， $b=-13/2$ 时，得到一个新的有理系数小波滤波器，它具有优化的编码增益，我们称该滤波器为优化的有理系数 17/11 小波滤波器，记为R-17/11。表 2 给出了它的编码增益值，作为对照，表中同时给出了W-17/11，V-10/18，CDF-9/7，V-6/10，$\mathrm{Donoho}_{(6,4)}$，和 5/3 小波滤波器的编码增益。

从表 2 可以看出，R-17/11 小波滤波器的编码增益比CDF-9/7 和V-6/10 滤波器大约高出 0.1dB；比$\mathrm{Donoho}_{(6,4)}$滤波器大约高出 0.5 dB；比 5/3 滤波器大约高出 0.7dB。略低于W-17/11 和V-10/18 滤波器，但最大差值仅为 0.024dB，这个微小的差异在实际应用中完全可以忽略不计，后面的测试结果证实了这一点。与W-17/11，V-10/18，CDF-9/7，和V-6/10 滤波器相比，R-17/11 滤波器有一个显著的优点，其系数是有理数，表 3 给出了其低通滤波器系数。

表 1　$\mathrm{Donoho}_{(6,4)}$小波的低通滤波器系数

k	0	±1	±2	±3	±4	±5	±6	±7	±8
$\tilde{h}_k$	2721/4096	9/32	−243/2048	−1/32	87/2048	0	−13/2048	0	3/8192
h_k	1/2	75/256	0	−25/512	0	3/512	0	0	0

表 2　几种小波滤波器的编码增益(单位：dB)

滤波器	R-17/11	W-17/11	V-10/18	CDF-9/7	V-6/10	$\mathrm{Donoho}_{(6,4)}$	5/3
编码增益	9.807	9.831	9.823	9.706	9.718	9.323	9.092

注：这里采用了 5 级小波分解，即 N=6；相关系数 ρ=0.95。

表 3　R-17/11 小波的低通滤波器系数

k	0	±1	±2	±3	±4	±5	±6	±7	±8
$\tilde{h}_k$	$\frac{152663}{266240}$	$\frac{38901}{133120}$	$\frac{-8501}{133120}$	$\frac{-6497}{133120}$	$\frac{4977}{133120}$	$\frac{973}{133120}$	$\frac{-1483}{133120}$	$\frac{-97}{133120}$	$\frac{97}{106496}$
h_k	35/64	77/256	-1/32	-31/512	1/128	5/512	0	0	0

图 1 给出了 R-17/11 小波的尺度函数 $\varphi(x)$，小波函数 $\psi(x)$，对偶尺度函数 $\tilde{\varphi}(x)$，和对偶小波函数 $\tilde{\psi}(x)$ 的曲线图。它们非常平滑，这对于产生良好的压缩性能是至关重要的。

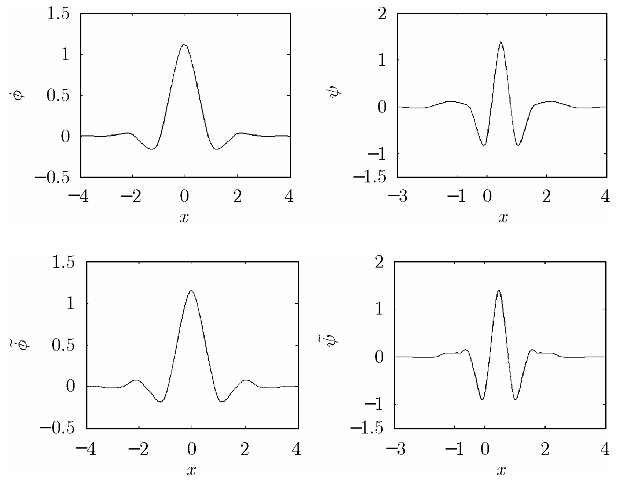

图 1 R-17/11 小波的尺度函数和小波函数曲线图

5 图像压缩性能分析

5.1 实验结果

除去R-17/11 小波滤波器，表 2 中余下的 6 种滤波器根据编码增益可分为 3 组：W-17/11 和V-10/18 滤波器为一组；CDF9/7 和V-6/10 滤波器是第 2 组；$\text{Donoho}_{(6,4)}$和 5/3 滤波器组成最后一组。为验证R-17/11 滤波器的图像压缩性能，实验从 3 组滤波器中各取一种滤波器作为比较对象。在第 1 组中，我们选取了W-17/11 滤波器，这是因为它与R-17/11 滤波器的长度相同，并且其编码增益最高。尽管CDF-9/7 滤波器的编码增益低于V-6/10 滤波器，但差别极小(0.012dB)，而且它在JPEG 2000 标准[6]中得到了采用，因此在第 2 组中，我们选取它为代表。在第 3 组中，5/3 滤波器的编码增益低于$\text{Donoho}_{(6,4)}$滤波器，但由于它同样在JPEG 2000 标准中得到了采用，并且它的长度最短(计算速度最快)，因此第 3 组选取它为代表(这里采用的是 5/3 滤波器的普通DWT，非整数小波变换)。

为了得到公平的比较结果，除了滤波器类型不同以外，其它测试条件完全相同：对称扩展图像边界，然后做 5 级小波变换，得到 6 层金字塔结构的子带变换系数；采用嵌入式标量死区量化法量化变换系数[10]；最后采用嵌入式编码方法SPIHT(Set Partitioning In Hierarchical Trees)[11]编码量化后的系数。限于篇幅, 这里仅以 256 级(8bpp)灰度图像Lena和Barbara为代表，给出了它们的测试结果。选用它们的原因主要是二者分别是“平滑”和纹理图像的典型代表。图 2 给出了 4 种滤波器在不同编码位率下Lena和Barbara重构图像的峰值信噪比(PSNR)的变化趋势。

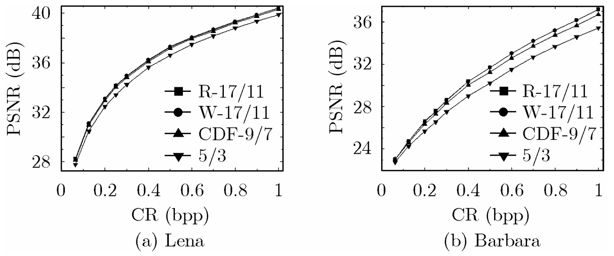

图 2 不同编码位率下 4 种滤波器重构图像的 PSNR 比较

表 4 给出了 4 种滤波器在 5 种典型压缩比下两帧位图重构图像 PSNR 的具体值，这 5 种压缩比分别对应着编码位率 0.0625，0.125，0.25，0.5 和 1bpp。对于每帧位图，在每种压缩比下，最好的 PSNR 值已经用粗体显示。

5.2 压缩性能分析

从图 2 和表 4 可以看出，R-17/11 和 W-17/11 滤波器的压缩性能最优；CDF-9/7 滤波器次之；5/3 滤波器最差(这与根据编码增益划分的结果是一致的)。5/3 滤波器重构图像的 PSNR 值比前 3 种滤波器低很多：对于 Lena 图像，差值大约为 0.4~0.5dB；对于 Barbara 图像，差值更加明显，大约为 0.25~1.7dB。尽管 5/3 滤波器压缩性能很差，但由于其 DWT 计算简便，并能实现图像的无损编码，因此还是在 JPEG 2000 标准中得到了采用。比较前 3 种滤波器可以发现，当编码位率小于 0.125bpp(压缩比大于 64:1)时，它们的压缩性能几乎没有区别，推测原因可能是因为在高压缩比下，图像的高频信息消失殆尽，低频信息也有部分损失的缘故；但当压缩比小于 64:1 时，前两种滤波器的压缩性能优于CDF-9/7滤波器，尤其对于含丰富纹理结构的Barbara图像，差异特别明显：重构图像的PSNR差值在0.25~0.45dB左右。

比较 R-17/11 与 W-17/11 两种滤波器可以发现，二者的压缩性能实质上是相同的：对于 Lena 图像，W-17/11 稍占优势，但对于 Barbara 图像，R-17/11 又处于领先地位。无论哪种情况，二者重构图像的 PSNR 差值都不到 0.05dB，对于人眼视觉系统，可以完全忽略不计。

表 4 Lena 和 Barbara 重构图像的 PSNR 值(单位：dB)

压缩比	Lena: PSNR（dB）				Barbara: PSNR（dB）			
	R-17/11	W-17/11	CDF-9/7	5/3	R-17/11	W-17/11	CDF-9/7	5/3
128:1	**28.229**	28.210	28.157	27.769	**23.042**	23.034	23.018	22.757
64:1	31.050	**31.073**	30.964	30.464	**24.722**	24.718	24.599	24.273
32:1	34.130	**34.165**	34.027	33.405	**27.592**	27.540	27.305	26.546
16:1	37.263	**37.291**	37.164	36.611	**31.685**	31.673	31.245	30.205
8:1	40.429	**40.444**	40.336	39.887	37.141	**37.145**	36.680	35.430

Barbara 图像含有丰富的纹理(裤子、围巾、布帘和桌布)，为了对 4 种滤波器的效果进行一个直观的比较，图 3 给出了其压缩比为 32:1 时的重构图像(只选取了一部分)。从图 3 可以看出，图像可视主观质量的高低与客观 PSNR 值的大小是相对应的：R-17/11 和 W-17/11 重构图像的纹理几乎没有区别；与 CDF-9/7 相比，R-17/11 能更好地保持桌布和裤子的纹理结构(注意桌布和小腿中间部位)；相对于 5/3 滤波器，R-17/11 的优势更加明显。

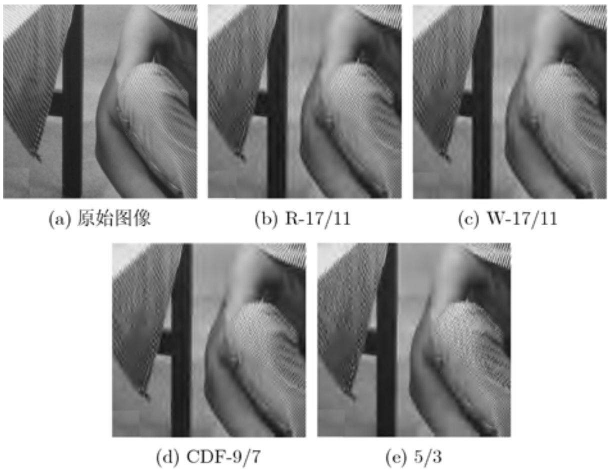

图 3　压缩比为 32:1 时的 Barbara 重构图像

因为 W-17/11 和 V-10/18，CDF9/7 和 V-6/10 滤波器的编码增益几乎没有区别，因此可以得出，R-17/11 滤波器的压缩性能与 W-17/11 和 V-10/18 滤波器相当，但优于 CDF9/7 和 V-6/10 滤波器。另外相对于 W-17/11，V-10/18，CDF-9/7，和 V-6/10 滤波器，R-17/11 滤波器的一个重要的优点是系数为有理数，表达简单，便于工程应用。

6　结束语

针对目前大多数适于图像编码的小波滤波器系数是无理数的缺点，本文构造了 17/11 双正交小波组，推导出对应滤波器的参数表达式。表达式参数可自由取值，从而使构造最优的小波滤波器成为可能。根据编码增益理论，通过调整表达式参数，本文构造出一种优化的有理系数 17/11 小波滤波器，R-17/11。理论分析和大量的实验表明，它的压缩性能与 Winger-17/11(W-17/11)和 Villasenor-10/18(V-10/18)滤波器相当，优于 CDF-9/7 和 Villasenor-6/10 滤波器，在实际应用中完全可以替代 W-17/11 和 V-10/18 滤波器来实现图像的高压缩比、高质量快速编码。

参 考 文 献

[1] Cohen A, Daubechies I, and Feauveau J C. Biorthogonal bases of compactly supported wavelets. *Commun. Pure Appl. Math*, 1992, 45(5): 485–560.

[2] Sweldens W. The lifting scheme: A custom-design of biorthogonal wavelets. *Applied Computational and Harmonic Analysis*, 1996, 3(2): 186–200.

[3] Winger L L and Venetsanopoulos A N. Biorthogonal nearly coifet wavelets for image compression. *Signal Processing: Image Communication*, 2001, 16(9): 859–869.

[4] Villasenor J D, Belzer B, and Liao J. Wavelet filter evaluation for image compression. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1995, 4(8): 1053–1060.

[5] Tsai M J, Villasenor J D, and Chen F. Stack-run image coding. *IEEE Trans. on Circuits and Systems Video Tech.*, 1996, 6(5): 519–521.

[6] ISO/IEC 15444-1 (2nd Edition), Information technology－JPEG 2000 image coding system: core coding system. 2004.

[7] Daubechies I and Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps. *J. Fourier Analysis and Applications*, 1998, 4(3): 247–269.

[8] 刘在德，郑南宁，宋永红等. 高性能、有理系数 9/7 双正交小波滤波器组的设计. 西安交大学报(自然版)，2005，39(8): 848–851.

[9] Katto J and Yasuda Y. Performance evaluation of subband coding and optimization. Proc. SPIE Symposium on Visual Comm. and Image Proc., Boston, U.S.A, 1991, vol. 1605: 95–106.

[10] Woods J W and Naveen T. A filter based bit allocation scheme for subband compression of HDTV. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1992, 1(3): 436–440.

[11] Said A and Pearlman W A. A new, fast, efficient image codec based on set partitioning in hierarchical tree. *IEEE Trans. on Circuits and Systems Video Tech.*, 1996, 6(3): 243–250.

刘在德：　男，1977年生，博士生，研究方向为小波分析及其在信号处理中的应用.

郑南宁：　男，1952年生，中国工程院院士，教授，博士生导师，长期从事计算机视觉与模式识别、数字视频与信号处理等领域的研究工作，发表学术论文100多篇.