基于时频加窗短时傅里叶变换的 LFM 干扰抑制

张玉恒 吴启晖 王金龙
(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

摘 要：通过对线性调频(LFM)信号分数阶傅里叶变换的分析，该文提出了一种基于时频加窗短时傅里叶变换(TFW-STFT)的 LFM 干扰抑制算法。由于提出的时频窗对 LFM 干扰具有较好的频域能量聚集性能，因此TFW-STFT 对信号的影响要小于无聚集性能的短时傅里叶变换。仿真结果证明该算法在信噪比损失和系统误比特率上明显优于基于短时傅里叶变换的算法。

关键词：干扰抑制；时频窗；短时傅里叶变换
中图分类号：TN911. 4 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2007)06-1361-04

LFM Interference Suppression Using Time-Frequency Windowed Short-Time Fourier Transform

Zhang Yu-heng Wu Qi-hui Wang Jin-long
(*Institute of Communications Engineering*, *PLAUST*, *Nanjing* 210007, *China*)

Abstract: Through the analysis of fractional Fourier transform of the Linear Frequency Modulation (LFM) signal, a LFM interference suppression algorithm using Time-Frequency Windowed-Short Time Fourier Transform (TFW-STFT) is proposed. Because the energy of LFM interference can be concentrated into a very narrow band in frequency domain by the time-frequency window, the impact made on the signal by TFW-STFT is lighter than the STFT. Simulation results show that the SNR loss and the BER performance of the proposed algorithm are evidently better than the STFT algorithm.

Key words: Interference suppression; Time-Frequency Window (TFW); Short Time Fourier Transform (STFT)

1 引言

由于扩频系统具有抗干扰、抗多径及低截获率等优点而在军事和民用领域得到了广泛的应用。受带宽和实现复杂度的限制，系统的扩频增益不可能太大，较强的干扰会超过系统的干扰容限，比如当系统受到有意的人为干扰或用户信号受到较强的衰落，这时接收端必须借助于其他的信号处理技术来弥补扩频增益的不足。目前对这一领域的研究主要集中在平稳窄带干扰的抑制上，并提出了许多有效的信号处理技术[1]。随着平稳窄带干扰抑制技术的日趋成熟，人们又把目光投向非平稳宽带干扰的抑制上[2]。在宽带干扰里由于LFM(Linear Frequency Modulation)干扰在峰值功率一定的情况下平均功率最大[3]，因此它是一种常用的非平稳宽带干扰样式，也是人们研究的重点之一。

对于LFM干扰的抑制，目前存在的主要方法有Wigner变换，分数阶傅里叶变换，以及短时傅里叶变换(STFT)等。Wigner变换可以准确地估计LFM干扰的参数，但多分量LFM干扰的交叉项会严重影响Wigner变换的性能[4]。分数阶傅里叶变换也可以较准确地估计LFM干扰的参数且运算复杂度比Wigner变换低，但离散分数傅里叶变换的非正交性会对接收机的性能带来较大的影响[5]。STFT不受多分量LFM干扰交叉项的影响，且是一种正交变换，因此是一种重要的时频分析方法[6]。但是STFT的缺点是无法把LFM干扰的能量聚集在较窄的频带内，当LFM干扰的扫频速率较高时对DSSS系统接收机的影响非常大。本文通过对LFM信号分数阶傅里叶变换的分析，提出了一种TFW- STFT (Time-Frequency Windowed Short-Time Fourier Transform)抗LFM干扰算法，理论分析和仿真结果表明，该算法明显优于STFT算法。

本文的结构如下，第 2 节推导了时频加窗傅里叶变换，第 3 节描述了基于 TFW-STFT 干扰抑制算法，在第 4 节对算法进行了理论分析并在第 5 节给出了数值仿真结果，第 6 节为结束语。

2 时频加窗短时傅里叶变换

本节从分数阶傅里叶变换(FrFT)出发，推导出了时频加窗短时傅里叶变换。分数阶傅里叶变换可以看作一种广义形式的傅里叶变换，它是信号在时频平面内逆时针旋转一定的角度后在分数阶傅里叶域的一种表示形式，而傅里叶变换是在时频平面内逆时针旋转 $\pi/2$ 之后的结果。对于信号 $x(t)$ 的 P 阶FrFT的定义为[7]

$$X_P(u)=F_P[x(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)K_P(t,u)\mathrm{d}t \tag{1}$$

其中 $K_P(t,u)$ 为 FrFT 的核函数，其表达式为

2005-10-19 收到，2006-03-27 改回

$$K_P(t,u)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{1-j\mathrm{ctg}\alpha}{2\pi}}\exp j\left(\dfrac{t^2+u^2}{2}\mathrm{ctg}\alpha-tu\csc\alpha\right), \\ \qquad\qquad \alpha\neq n\pi \\ \delta(t-u),\quad \alpha=2n\pi \\ \delta(t+u),\quad \alpha=(2n\pm1)\pi\end{cases}\tag{2}$$

其中 $\alpha=P\pi/2$。对于一个 LFM 信号 $x(t)=\exp(jct^2/2+j\omega_0 t)$，其 P 阶 FrFT 为

$$\begin{aligned}X_P(u)&=\int_{-\infty}^{\infty}\sqrt{\frac{1-j\mathrm{ctg}\alpha}{2\pi}}\exp j\left(\frac{t^2+u^2}{2}\mathrm{ctg}\alpha-tu\csc\alpha\right)\\&\quad\cdot\exp(jct^2/2+j\omega_0 t)\mathrm{d}t\\&=\sqrt{\frac{j+\mathrm{ctg}\alpha}{\mathrm{ctg}\alpha+c}}\\&\quad\cdot\exp\left(j\frac{-u^2+cu^2\mathrm{ctg}\alpha-{\omega_0}^2+2u\csc\alpha\omega_0}{2(\mathrm{ctg}\alpha+c)}\right)\end{aligned}\tag{3}$$

当 $\mathrm{tg}\alpha=c$，即 $P=2\mathrm{arctg}(c)/\pi$ 时，式(3)可以化简为

$$X_p(u)=A\exp(j\omega_0\cos\alpha\cdot u)\tag{4}$$

其中 $A=\sqrt{\cos\alpha(1+j\sin\alpha)}\exp(-j{\omega_0}^2\sin\alpha\cos\alpha/2)$ 为一个常数。从式(4)可以看出 $X_P(u)$ 是一个复正弦信号。如果对 $X_P(u)$ 再进行傅里叶变换(相当于对 $x(t)$ 进行了 $2\mathrm{arctg}(c)/\pi+1$ 阶傅里叶变换)可得

$$\begin{aligned}\mathrm{FT}_{X_P}(v)&=\int_{-\infty}^{\infty}X_P(u)\exp(-jvu)\mathrm{d}u\\&=\int_{-\infty}^{\infty}A\exp(j\omega_0\cos\alpha\cdot u)\exp(-jvu)\mathrm{d}u\\&=2\pi A\delta(v-\omega_0\cos\alpha)\end{aligned}\tag{5}$$

即此时 $X_P(u)$ 的傅里叶变换为 $v=\omega_0\cos\alpha$ 处的一个冲激，在扩频系统中可以利用LFM干扰的这一特性对其进行消除，这即是分数阶傅里叶域抑制LFM干扰的原理。但式(5)并没有考虑信号的截短问题，而通常都是对信号进行截短处理，由此设窗函数为 $g(u)$，从而可得 $X_P(u)$ 的短时傅里叶变换为[8]

$$\begin{aligned}\mathrm{STFT}_{X_P}(u,v)&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}X_P(u')g^*(u-u')\exp(-jvu')\mathrm{d}u'\\&=\sqrt{2\pi}A\delta(v-\omega_0\cos\alpha)\otimes[\exp(jvu)G^*(-v)]\end{aligned}\tag{6}$$

其中 $\otimes$ 为卷积运算，$G(-v)$ 为 $g(-u)$ 的傅里叶变换。然而式(6)的窗函数是加在分数域信号 $X_P(u)$ 上的，这仍无法实现，因为 $X_P(u)$ 的得出需要对时域信号进行无穷积分，必须把加窗运算变换到时域上。根据文献[8]可得

$$\begin{aligned}\exp\left(j\frac{uv}{2}\right)\mathrm{STFT}_{X_P}(u,v)&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(j\frac{\omega t}{2}\right)\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)G^*_{-P}\\&\quad\cdot(t-\tau)\exp(-j\omega\tau)\mathrm{d}\tau\end{aligned}\tag{7}$$

其中 $t=u\cos\alpha-v\sin\alpha,\ \omega=u\sin\alpha+v\cos\alpha$。由式(7)进一步可得

$$\mathrm{STFT}_{X_P}(u,v)=B\int_{-\infty}^{\infty}x(t)G^*_{-P}(t-\tau)\exp(-j\omega\tau)\mathrm{d}\tau\tag{8}$$

其中 $B=\exp\{j[(t^2-\omega^2)\sin a\cos a+2\omega t\sin^2 a]/2\}$。从式(8)可以看出，分数阶傅里叶域的短时傅里叶变换可以通过时域的短时傅里叶变换乘以一个移频因子来实现，只是其窗函数为原函数 $g(u)$ 的 $-P$ 阶傅里叶变换。由于在变换域消除干扰时只对信号的幅度感兴趣，对式(8)两端求绝对值，并把式(6)代入得

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty}x(t)G^*_{-P}(t-\tau)\exp(-j\omega\tau)\mathrm{d}\tau\right|=\sqrt{2\pi}A\Big|\delta(v-\omega_0\cos\alpha)\otimes[\exp(jvu)G^*(-v)]\Big|\tag{9}$$

即通过对 LFM 信号加窗函数 $G^*_{-P}(t)$，然后再进行傅里叶变换仍可以把 LFM 信号的能量聚集在较窄的频带内，从而可以进一步对它进行消除。由于 $G^*_{-P}(t)$ 是时频二维的窗函数，因此称式(9)左边绝对值号内为一个时频加窗的短时傅里叶变换(TFW-STFT)。

3 基于重叠 TFW-STFT 的 LFM 干扰抑制

由于在 DSSS 系统中加窗会损失有用信号的能量，因此需要用重叠相加法来进行弥补。基于重叠 TFW-STFT 的 LFM 干扰抑制接收机结构如图 1 所示，接收信号 $r(t)$ 经码片匹配滤波和码片速率采样后为

$$r(n)=\sqrt{P_s}bc(n)+\sqrt{P_x}x(n)+w(n)\tag{10}$$

其中 P_s 为信号功率，b 为 BPSK 调制码元，$c(n)$ 为扩频序列，P_x 为干扰功率，$x(n)$ 为采样后的 LFM 干扰，$w(n)$ 为方差为 σ^2 的高斯白噪声。

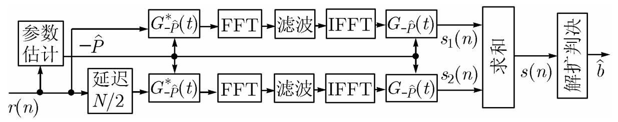

图 1 基于重叠 TFW-STFT 的干扰抑制接收机

对于接收的信号 $r(n)$，先对时频窗函数的阶数 $-P$ 进行估计。由于当 P 取适当的值时 LFM 信号会产生较大的峰值，而扩频信号和白噪声不会产生峰值。根据这一特性可以以 P 为变量，对选定的窗函数 $g(k)$ 进行 $-P$ 阶傅里叶变换得到时频窗函数 $G_{-P}(k)$，然后对接收信号进行短时傅里叶变换，其窗函数取为 $G^*_{-P}(k)$。通过上述变换可以形成以 $(-P,\omega)$ 为坐标的二维平面，在这一平面上进行峰值点检测就可得到所需的估值 $-\hat{P}$。设 $\boldsymbol{r}_{-P}=[G^*_{-P}(0)r(n),G^*_{-P}(1)r(n+1),\cdots,G^*_{-P}\cdot(N-1)r(n+N-1)]$，$N$ 为窗函数的长度，这一搜索过程可以表示为

$$-\hat{P}=\arg\max_{-P,w}\left|\mathrm{FFT}(\boldsymbol{r}_{-P})\right|\tag{11}$$

其中 $0\le P\le 2$。当估计的精度要求较高时搜索过程所需的运算量较大，可以采用牛顿法等来降低运算量。

当 $-\hat{P}$ 确定后，就可以对接收信号进行 TFW-STFT 变换，然后用门限滤波器把幅度超过门限值 η 的频点值零，其中 η 的计算如下：

$$\eta=\gamma\times\sum_{k=0}^{N-1}\left|R(k)\right|/N\tag{12}$$

式中 $\boldsymbol{R}=[R(0),R(1),\cdots,R(N-1)]=\mathrm{FFT}(\boldsymbol{r}_{-\hat{P}})$，$\gamma$ 为一优化系数。对门限滤波后的频域信号再进行 IFFT 变换得干扰消除后的时域信号。由于时频窗 $G^*_{-P}(k)$ 会改变信号的相位，因

此干扰消除后的时域信号必须乘以 $G_{-P}(k)$ 来消除相位的影响。对两路相差 $N/2$ 样点的信号相加得 $s(n)=s_1(n)+s_2(n)$，然后对 $s(n)$ 进行解扩和判决得解调值 $\hat{b}$ 。

4　性能分析

设接收信号在频域有 N 个样点，其中有 $M(0\le M\le N)$ 个样点被干扰，定义此时信号的信噪比损失为

$$L_{\mathrm{SNR}} \triangleq N/(N-M) \tag{13}$$

即接收信号在频域受干扰的频带宽度越宽，信号的信噪比损失越大。由于此时考虑的是 LFM 干扰，因此可以根据 LFM 干扰在一定的时间窗内所占的频带宽度来评价算法的性能。

对于 LFM 信号，求其 STFT 为

$$\begin{aligned}\mathrm{STFT}_x(t,\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)g^*(t-\tau)\exp(-j\omega\tau)\mathrm{d}\tau \\ &= [2\pi X(\omega)\exp(j\omega t)]\otimes G^*(-\omega)\end{aligned} \tag{14}$$

其中 $X(\omega)$ 为 $x(t)$ 的傅里叶变换，$G(-\omega)$ 为 $g(-t)$ 的傅里叶变换。对上式求绝对值得

$$\left|\mathrm{STFT}_x(t,\omega)\right| = \sqrt{2\pi}\left|X(\omega)\otimes[\exp(j\omega t)G^*(-\omega)\right| \tag{15}$$

设式(6)与式(14)中的窗函数相同，亦即 $\exp(j\omega t)G^*(-\omega)$ 与式(9)中 $\exp(jvu)G^*(-v)$ 相同，那么由式(15)和式(9)可得，两种变换下 LFM 信号所占频带宽度的对比可以转化为 $\delta(v-\omega_0\cos\alpha)$ 与 $X(\omega)$ 宽度的对比。对于 LFM 信号 $x(t)=\exp(jct^2/2+j\omega_0 t)$ ，它的瞬时频率 f_{in} 为其瞬时相位的导数，即

$$f_{\mathrm{in}} = \frac{\mathrm{d}(ct^2/2+\omega_0 t)}{\mathrm{d}t} = ct+\omega_0 \tag{16}$$

设抽样频率为 F_s ，则对式(16)离散化得

$$f_{\mathrm{in}} = 2\pi\frac{c}{2\pi F_s}n + 2\pi\frac{\omega_0}{2\pi F_s} = 2\pi\alpha n + 2\pi\beta \tag{17}$$

其中 $\alpha = c/(2\pi F_s), \beta = \omega_0/(2\pi F)$ 分别为归一化的扫频速率和归一化的初始频率。此时在一个时间窗内信号受干扰的频带宽度为

$$Q = \begin{cases} 2\pi\alpha N, & \alpha < 1/2\pi \\ N, & \alpha \ge 1/2\pi \end{cases} \tag{18}$$

从式(18)可以看出，当归一化的扫频速率小于 $1/2\pi$ 时，LFM 干扰的频带宽度与扫频速率成正比，当扫频速率大于或等于 $1/2\pi$ 时，接收信号的整个频带都受到了干扰，从而导致解调失败。而对于 TFW-STFT，由于冲击函数 $\delta(v-\omega_0\cos\alpha)$ 的宽度并不随着扫频速率的增加而变大，它可以把 LFM 干扰的能量聚集在较窄的频带内，所以基于 TFW-STFT 的算法优于基于 STFT 的算法，且扫频速率越大，两者的差别越明显。

5　数值仿真

在上一节通过理论分析得出，DSSS 系统中基于时频加窗的短时傅里叶变换的 LFM 干扰抑制算法要优于短时傅里叶变换算法，本节将对两种算法的性能进行仿真，仿真条件如下，系统的扩频比为 7，扩频码采用 m 序列，发送信号的功率固定为 0dB，比特信噪比为 10dB，采样速率等于码片速率，LFM 干扰的归一化初始频率为 0.8，窗函数 $g(t)$ 为高斯窗，且时间长度等于 64 个码片，离散分数阶傅里叶变换采用文献[9]中所给算法，仿真结果如图 2－图 6 所示。

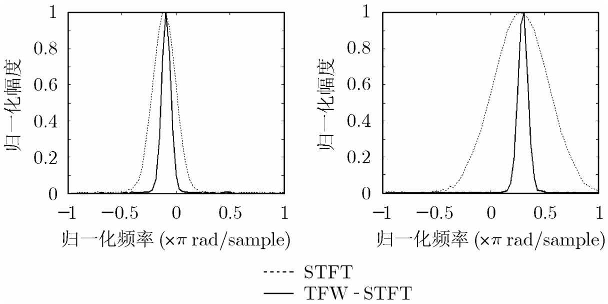

图 2　信号的归一化幅度谱 (α=0.004)　　图 3　信号的归一化幅度谱 (α=0.01)

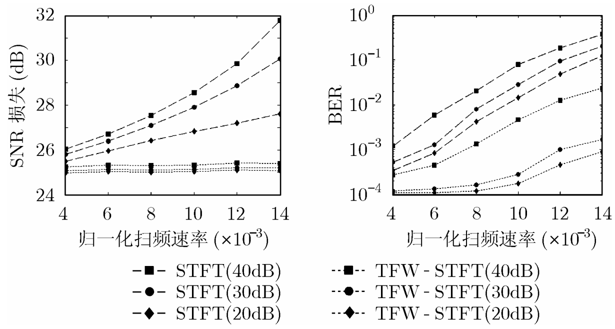

图 4　两种算法的信噪比损失　　图 5　两种算法的误比特率

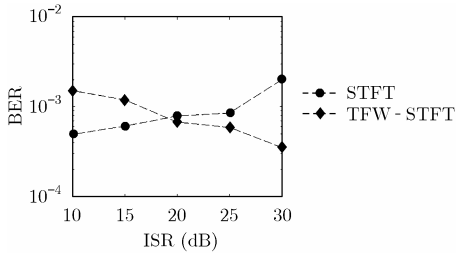

图 6　两种算法的误比特率(α=0)

图 2 和图 3 所示为在两种算法下干扰消除前的归一化幅度谱，其中归一化的扫频速率分别为 0.004 和 0.01，干扰功率为 40dB。从图中可以看出，在 TFW-STFT 下接收信号被干扰的频带宽度基本上不随着扫频速率的增加而变大，而在 STFT 下接收信号被干扰的频带宽度却随着扫频速率的增加而加大，通过两幅图的对比可以看出时频窗对 LFM 干扰在频域内的能量聚集性。

图 4 所示为两种算法下信号的信噪比损失与扫频速率之间的性能曲线，其中 LFM 干扰的功率分别取为 40dB，30dB 和 20dB。从图中可以看出，随着 LFM 干扰扫频速率的增加，由于信号受干扰频带宽度越来越大，因此 STFT 变换所带来的信噪比损失越来越大，但 TFW-STFT 变换对信号的信噪比影响非常小。当 LFM 干扰的功率为 40dB 时，两种算法造成的信噪比损失在归一化扫频速率为 0.004 时约为 1dB，而在归一化扫频速率为 0.014 扩大为约 7dB。同样随着干扰

功率的加大，STFT 变换造成的信噪比的损失速度明显快于 TFW-STFT 变换，比如在归一化扫频速率为 0.014 时，当干扰功率从 20dB 增加到 40dB 时 TFW-STFT 变换所带来的信噪比损失只增加了约 0.2dB，而 STFT 变换所带来的信噪比损失却增加了约 2dB。

图 5 所示为两种算法下的误比特率性能曲线，可以看出，在相同的条件下基于 TFW-STFT 算法的性能明显优于基于 STFT 算法，比如当干扰功率为 40dB 时，系统的误比特率在 TFW-STFT 算法下比在 STFT 算法提高了约一个数量级，而当干扰功率为 30dB 和 20dB 时两种算法的误比特率性能差别更大。

图 6 所示为扫频速率为 0 时两种算法的误比特率曲线，横坐标代表干信比(ISR)。从图中可以看出，在强干扰条件下 TFW-STFT 算法的性能仍好于 STFT 算法，但随着干扰强度的降低，由于在适当的分数域干扰聚集的峰值越来越不明显，从而影响了时频窗函数的估计精度，造成算法性能的下降。而 STFT 算法没有估计过程，其性能随着干信比的降低而提高，当干信比小于 21dB 时其性能超过 TFW-STFT 算法。这说明在扫频速率为 0 时 TFW-STFT 算法的性能不一定优于 STFT 算法。

6 结束语

本文提出了一种基于时频加窗短时傅里叶变换的抗 LFM 干扰算法，并与基于短时傅里叶变换的算法进行了比较。由于通过时频窗把 LFM 干扰分布在较宽频带的能量聚集在较窄的频带内，因此基于时频加窗短时傅里叶变换算法对信号的影响要小于基于短时傅里叶变换的算法。仿真结果进一步证明，在扫频速率较高时本算法的信噪比损失和误比特率性能明显优于基于短时傅里叶变换的算法。

参 考 文 献

[1] Buzzi S, Lops M, and Poor H V. Code-aided interference suppression for DS/CDMA overlay systems. *Proc. IEEE*, 2002, 90(3): 394–435.

[2] Barbarossa S and Scaglione A. Adaptive time varying cancellation of wide band interference in spread spectrum communications based on time frequency distributions. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 1999, 47(4): 957–964.

[3] 朱春华, 穆晓敏. DSSS 系统中线性调频干扰抑制技术研究. 电波科学学报, 2003, 18(3): 341–345.
Zhu Chun-hua, Mu Xiao-min. Linear frequency-modulated interference rejection techniques in spread spectrum communication systems. *Chinese Journal of Radio Science*, 2003, 18(3): 341–345.

[4] Amin M. Interference mitigation in spread spectrum communications system using time frequency distributions. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 1997, 45(1): 90–101.

[5] 齐林, 陶然, 周思永等. DSSS系统中基于分数阶傅立叶变换的扫频干扰抑制算法. 电子学报, 2004, 32(5): 799–802.
Qi Lin, Tao Ran, and Zhou Si-yong, *et al.*. Frequency sweeping interference suppressing in dsss system using fractional Fourier transform. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(5): 799–802.

[6] Ouyang X and Amin M. Short-time Fourier transform receiver for nonstationary interference excision in direct sequence spread spectrum communication. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 2001, 49(4): 851–863.

[7] 孙晓兵, 保铮. 分数阶Fourier变换及其应用. 电子学报, 1996, 24(12): 60–65.

[8] Almeida L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 1994, 42 (11): 3084–3090.

[9] Ozaktas H M, Kutay M A, and Bozdagi G. Digital computation of the fractional Fourier transform. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 1996, 44: 2141–2150.

张玉恒： 男，1978 年生，博士生，从事扩频系统干扰抑制、非平稳信号处理等方面的研究工作.

吴启晖： 男，1970 年生，博士，副教授，主要研究方向为码片均衡、通信对抗、MIMO 系统等.

王金龙： 男，1963 年生，教授，博士生导师，研究方向为短波通信、数字通信、通信信号处理等.