## 基于循环相关变换的多径 LFM 信号检测与参数估计

史建锋<sup>①2</sup> 王可人<sup>①</sup> <sup>①</sup>(电子工程学院 合肥 230037) <sup>②</sup>(北京军事代表局 北京 100042)

摘 要:该文针对多径条件下线性调频(LFM)信号,首先给出了信号模型,然后介绍了一种变换——循环相关变换, 接着结合逐次消去技术提出了基于循环相关变换的多径 LFM 信号检测和参数估计实用算法,该方法可准确地估计 多径情况下 LFM 信号参数、各径时间延迟和衰减因子参数,有效地抑制了各径相关交叉项的影响。计算机仿真结 果表明了该算法的有效性。

关键词:循环相关变换;线性调频信号;多径;参数估计 中图分类号: TN911.23 文献标识码: A

# Multipath LFM Signal Detection and Parameter Estimation **Based on Cyclic-Correlation Transform**

Shi Jian-feng<sup>①②</sup> Wang Ke-ren<sup>①</sup>

<sup>(1)</sup>(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China) <sup>(2)</sup>(Beijing Military Representative Department, Beijing 100042, China)

Abstract: In this paper, a complex Linear FM (LFM) signal model is given, and a transform called Cyclic-

Correlation Transform (CCT) is introduced. Then, a new method combining CCT with "clean" technique for multipath LFM signal detection and parameter estimation is presented. Multipath LFM signal parameters, time delays and attenuation factors are estimated precisely with this method, and the correlated cross-item can be avoided effectively. The relevant conclusions are got and verified by the computer simulation.

Key words: Cyclic-Correlation Transform(CCT); LFM signal; Multipath; Parameter estimation

#### 1 引言

对流层散射通信是一种利用对流层媒质的不均匀性来 实现超视距通信方式。线性调频信号(LFM)的窄相关、衡包 络以及矩形频谱特性使得线性调频信号比较适用于散射通 信的信号设计。而散射体的不断运动以及其它因素使得散射 通信中信道具有时变性、多径性<sup>[1]</sup>。另外,LFM信号也广泛 应用于雷达、声纳系统中,其回波同样具有很强的多径性。 因此研究多径条件下LFM信号检测和参数估计很有意义。

许多学者对LFM信号的参数估计方面进行过分析研究, 主要处理方法包括Randon-Wigner变换(RWT)<sup>[2]</sup>, Radon-Ambiguity变换(RAT)<sup>[3]</sup>, Wigner-Ville分布(WVD)<sup>[4]</sup>, Chirplet变换<sup>[5]</sup>和Chirp-Fourier变换<sup>[6]</sup>等,取得了较好的效 果。然而,这些方法是建立在将信号建模为一般的非平稳信 号基础上的。其实,LFM信号是一类非常特殊的非平稳信号, 即具有循环平稳性<sup>[7]</sup>。目前,利用循环相关特性解决多径条 件下的LFM信号参数估计问题的研究较少。

本文将LFM信号建模为循环平稳信号,并基于循环相关 思想,结合逐次消去技术,提出了基于循环相关变换的多径 LFM信号检测和参数估计方法。文中第2节给出了观测信号 模型; 第3节简介了信号循环平稳特性; 第4节详细分析了估 计方法; 然后运用计算机进行了仿真实验; 最后是结束语。

文章编号: 1009-5896(2007)06-1377-03

#### 2 信号基本模型

观测信号为 M 个目标信号的叠加与观测噪声之和, 以 x(t) 和 s(t) 分别表示观测信号和目标信号,并且目标信号模 型为复线性调频信号,则x(t)可以表示为

$$\begin{aligned} x(t) &= y(t) + n(t) = \sum_{i=1}^{M} a_i s(t - \tau_i) + n(t) \\ &= \sum_{i=1}^{M} a_i e^{j[\omega_0(t - \tau_i) + \omega_1(t - \tau_i)^2 + \theta_0]} + n(t), \ 0 \le t \le T \end{aligned}$$
(1)

式中 $\tau_i$ 为多径时间延时参数,并假设 $\tau_1 = 0 \pm \tau_1 < \tau_2 < \cdots$  $< \tau_M$ ;  $a_i$ 为第 *i*个传输路径信号的幅度;  $\omega_0$ 为信号载频(起 始频率);  $\omega_1$ 为调制率;  $\theta_0$ 为初相; n(t)为零均值平稳观测 噪声; T 为观测时间。在信号观测模型中,信号 s(t) 和噪声 n(t)之间互相统计独立。

#### 3 循环相关变换

令 x(t) 为一个零均值的非平稳复信号, 其时变相关函数 定义为  $R_x(t,\tau) = E\left\{x(t)x^*(t+\tau)\right\}$ ,若  $y_\tau(t) = x(t)x^*(t+\tau)$ 的 统计特性具有周期为T。的周期性,则可用时间平均将相关函

<sup>2005-10-17</sup> 收到, 2006-03-30 改回

数表示为

$$R_x(t,\tau) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x(t+nT_0) x^*(t+nT_0+\tau)$$
(2)

显然  $R_x(t,\tau)$  有具有周期性,因此我们可以用 Fourier 级数将 它展开,Fourier 系数为

$$R_x^{\alpha}(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{+T_0/2} R_x(t,\tau) e^{-j2\pi\alpha t} \mathrm{d}t$$
(3)

其中 $\alpha = m/T_0$ , 且将式(2)代入式(3), 可得

$$R_x^a(\tau) = \lim_{Z \to \infty} \frac{1}{z} \int_{-Z/2}^{+Z/2} x(t) x^*(t+\tau) e^{-j2\pi\alpha t} \mathrm{d}t$$
$$= \left\langle x(t) x^*(t+\tau) e^{-j2\pi\alpha t} \right\rangle_t \tag{4}$$

以上变换即为循环相关变换,系数 *R*<sup>*a*</sup><sub>*s*</sub>(*τ*)即为循环相关函数。 实际中常采用以下公式来计算循环相关函数<sup>[8]</sup>,

$$R_x^{\alpha}(l) = \frac{1}{N-l} \sum_{h=1}^{N-l} x(h) x^*(h+l) e^{-j2\pi\alpha h}$$
(5)

其中1为循环相关延迟,单径时一般取0.4N或0.5N。

### 4 基于循环相关变换的多径 LFM 信号检测与参数 估计算法

根据时变相关函数的定义,不难知道观测信号的瞬时自 相关函数为

$$\begin{aligned} R_{x}(t,\tau) &= E[x(t)x^{*}(t+\tau)] \\ &= \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{M} a_{m}a_{n}^{*}e^{-j(\tau+\tau_{m}-\tau_{n})[\omega_{0}+\omega_{1}(\tau-\tau_{m}-\tau_{n})]}e^{-j2\omega_{1}(\tau+\tau_{m}-\tau_{n})t} + R_{n}(\tau) \end{aligned}$$
(6)

根据式(4), 计算出其循环自相关函数,

$$R_x^a(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} R_x(t, t+\tau) e^{-j2\pi\alpha t} dt$$
  
=  $\sum_{m=1}^M \sum_{n=m} a_m^2 e^{-j[\omega_0 \tau + \omega_1 \tau (\tau - 2\tau m)]} \delta[2\pi\alpha + 2\omega_1 \tau]$   
+  $\sum_{m+1}^M \sum_{n \neq m} a_m a_n^* e^{-j(\tau + \tau_m - \tau_n)[\omega_0 + \omega_1 (\tau - \tau_m - \tau_n)]}$   
 $\cdot \delta[2\pi\alpha + 2\omega_1 (\tau + \tau_m - \tau_n)] + 2\pi R_n(\tau) \delta(\alpha)$  (7)

可以看出,信号能量主要集中在 $\alpha = -\omega_{l}(\tau + \tau_{m} - \tau_{n})$ / $\pi$ 处,当右边第一项系数作建设性贡献(破坏性贡献情况 暂不考虑)时,最大峰出现在 $\alpha = -\omega_{l}\tau/\pi$ 处,而且各路径 信号均对最大峰有贡献,这说明多径比单径估计频率调制率 具有更高的可靠性;同时噪声主要集中在零循环频率处。显 然取非零的循环相关延迟可将信号和噪声分离,文献[9]正是 利用这一特性对单分量、单径 LFM 信号进行参数估计的。 虽然多径情况下,这一特性没有发生改变,但是由上可看出, 在多径 LFM 信号(即 $M \neq 1$ )时,存在各径之间相互影响的 问题,并且存在交叉项问题,这使得利用原方法对多径情况 下的信号进行分析处理变得非常困难。为解决该问题,本文 运用构造函数法和求解循环谱法,并结合逐次消去技术,提 出了基于循环相关变换的多径 LFM 信号检测与参数估计算 法。算法的具体步骤为:

(1)选择 l = N/2, 计算观测信号序列 x(k) 的循环相关 变换谱 R<sup>a</sup><sub>r</sub>(l), 序列长度为 N, 采样频率为 f<sub>s</sub>。

(2)在循环相关包络  $|R_x^{\alpha}(l)|$  中搜索最大峰,得到最大峰所 对应的循环频率  $\alpha_m$ ,并计算出 LFM 信号的频率调制率  $\tilde{\omega}_1 = -\alpha_m \pi/l$ ,即 $\tilde{\omega}_1 = -(\pi/l) \cdot \arg \max |R_x^{\alpha}(l)|$ 。

(3)构造降阶函数  $x_r(k) = \exp[-j(\tilde{\omega}_l k^2 + \theta_0)]$ ,并将其与 观测信号相乘,这时观测信号变成以下单频信号,

$$\begin{aligned} z(k) &= \sum_{i=1}^{M} a_i e^{j[\omega_0(k-d_i) + \tilde{\omega}_1(d_j^2 - 2kd_i) + \theta_0]} + x_r(k)n(k) \\ &= \sum_{i=1}^{M} a_i e^{j[(\omega_0 - 2\tilde{\omega}_1 d_i)k]} e^{j[-\omega_0 d_i + \tilde{\omega}_1 d_i^2 + \theta_0]} + x_r(k)n(k), 0 \le k \le N \end{aligned}$$

$$(8)$$

以上为信号的离散表达,其中 $d_i$ 为第 *i* 径的时间延迟,即  $d_i = \tau_i / f_s$ 。

(4)对 z(k) 作循环谱运算,这里使用频域平滑周期图法进行循环谱估计,详见文献[10]。根据循环谱的知识和式(8)可知,在循环频率 ω<sub>0</sub> - 2ῶ<sub>1</sub>d<sub>i</sub> 处出现谱峰。由于循环谱的频率 间隔为频谱的 2 倍,所以该方法还适应于单径间隔很小的情况,也就是它具有更小的多径分辨率。

(5)在零频率循环谱截面  $S_z^{\alpha}(n,0)_{\Delta f}$  上搜索谱峰,得到各 峰所对应的位置  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M)$  (通过式(8)知,由于假设了  $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_M$ ,所以有  $\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_M$ )和对应的幅 度  $(A_1, A_2, \dots, A_M)$ ,由此估计出 LFM 载频  $\tilde{\omega}_0 = \pi \alpha_1$  各径的时 间延迟  $\tilde{d}_i = (\tilde{\omega}_0 - \pi \alpha_i)/(2\tilde{\omega}_1)$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ),即 $\tau_i = d_i f_s$ ;

(6)将以上估计得到的各参数代回到 LFM 信号,可将信号的一阶和二阶项均消去,这样信号就只剩下初相项,  $z'(k) = \exp(j\theta_0), 对其求自然对数,其虚部即为初相估计值。$ 

#### 5 仿真实验及分析

仿真实验中观测信号由三径(即 M = 3)信号叠加组成, 其参数为:幅度 { $a_1, a_2, a_3$ } = {1,0.8,0.5},时延 { $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ } = {0,80/ $f_s$ ,200/ $f_s$ }, $f_s = 1$ MHz,数据采样点数为 N = 1000, 目标信号的载频为  $f_0 = \omega_0 / 2\pi = f_s / 4$ ,频率调制率为  $f_1 = \omega_1 / 2\pi = 0.05 f_s^2 / N$ ,  $\theta_0 = 0$ 。

图 1 表示含 10dB 噪声 LFM 信号的循环自相关函数包 络,图 2 为相关延迟 *l* = 0.5*N* 截面处的循环相关函数包络。 图 3 是取不同相关延迟时循环相关函数的幅度等高图,其横 坐标均为与采样频率 *f*<sub>s</sub> 归一化后的循环频率。





由图 1、图 2、图 3 可看出,多径 LFM 信号的循环相关 变换使得频率调制率聚集,但由于循环相关变换是一种相关 运算,在多径条件下存在严重的交叉项影响,即在  $\alpha = -\omega_1(l + d_3 - d_2)/\pi$  处也出现谱峰,这将导致对信号检测和参数估 计变得困难。但由于本文提出的构造函数法能够消去二阶 项,使得在多径条件下信号不存在交叉项的影响,详见以下 实验。

图 4 为以上降阶后的频谱图,图 5 为降阶后的零频率循 环谱截面图,即利用本文方法估计的谱图。



由图 4 和图 5 可知,使用本文的方法能有效地消除多径 交叉项的相互影响。由图 4 可得,降阶后的信号在频谱图上  $f = 0.23f_s, 0.242f_s 和 0.25f_s 处出现峰,由 2\pi f = \omega_0 - 2\tau_i\omega_1,$ 可估计出 $\hat{\omega}_0, \tau_i$ ,由于这些参数均为正数,所以频谱图中 最大频率对应的时延为 $\tau_1 = 0$ ,由此可得 $\hat{\omega}_0 = 2\pi \hat{f}_0 = 2\pi$  $\cdot 0.25f_s$ ,另外两个频率对应 $\tau_1, \tau_2$ ,由此可得 $\hat{\tau}_2 = 80/f_s$ ,  $\hat{\tau}_2 = 200/f_s$ 。由图 4 还可看出,各频谱峰的幅度分别为 {1,0.8,0.5}。由图 5 降阶后的信号在循环谱上 $\alpha = 0.46f_s$ ,  $0.484f_s 和 0.5f_s$ 处出现峰,根据步骤(5)中的关系式也可得到 各径参数估计值。对比图 4 和图 5 中各径谱峰所对应的位置 可知,循环谱方法估计多径时延的分辨率为频谱法估计分辨 率的 2 倍,显然当多径时延相隔很近时,用循环谱法估计各 径时延将具有明显的优越性。由上述仿真实验可知,本文所 提基于循环相关变换的多径 LFM 信号检测和参数估计算法 具有良好的性能。

根据以上估计结果,将估计参数回代到多径 LFM 信号中,即可将信号的一阶和二阶项均消去,按步骤(6)即可估计

出初相。由于该实验中初相为零,所以可不进行该步。

#### 6 结束语

本文首先介绍了循环相关变换,然后结合逐次消去技术 提出了基于循环相关变换的多径 LFM 信号检测和参数估计 算法,并给出了算法步骤。仿真实验表明,该方法可准确地 进行多径条件下 LFM 信号的时间延时估计,具有较好的检 测和估计性能。与常规的相关方法估计时延相比,本文方法 克服了交叉项的影响,并且其间利用了循环谱的方法,使得 时延估计分辨率比常规频谱法高,同时也能保证其精度。因 此,本文所提的基于循环相关变换的多径 LFM 信号检测和 参数估计算法是一种具有很好前景的算法。

#### 参考文献

- 刘丽哲.线性调频信号在散射通信中的应用[J].无线电通信 技术, 2003, 29(6): 64-65.
- [2] Barbarossa S. Analysis of multicomponet LFM signals by a combined Wigner-Hough transform[J]. *IEEE Trans. on* Signal Processing, 1995, 43(6): 1511–1515.
- [3] Wang Minsheng, Chan A K, and Chui C K. Linear frequencymodulated signal detection using Radon-Ambiguty transform[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(3): 571–585.
- [4] Li Weiping. Wigner distribution method equivalent to dechirp method for detecting a chirp signal[J]. *IEEE Trans.* on Signal Processing, 1987, 35(8): 1210–1211.
- [5] Boashash B and Black P. An efficient real-time implementation of the Wigner-Ville distribution[J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1987, 35(11): 1611–1618.
- [6] Xiang Genxia. Discrete chirp-Fourier transform and its application to chirp rate estimation[J]. *IEEE Trans. on SP*, 2000, SP-48 (11): 3122–3133.
- [7] 张贤达,保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京:国防工业 出版社,1998: 324-392.
- [8] Gardner W A. The spectral correlation theory of cyclostationary time-series[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1986, 11(7): 13–36.
- [9] 黄春琳.基于循环平稳特性的低截获概率信号的截获技术研究[D].[博士论文],长沙国防科技大学,2001.10.
- [10] 史建锋,朱良学.有限数据下循环谱的频率平滑对称式周期图 法估计性能分析[J].数据采集与处理,2004,19(2):155-159.
- 史建锋: 男,1977年生,博士生,研究方向为非平稳信号检测与 处理.
- 王可人: 男,1957年生,教授,博士生导师,主要研究方向为通 信信号处理.