

基于置信传播的优化译码算法研究

邓勇强 朱光喜 刘文明

(华中科技大学电子与信息工程系 武汉 430074)

摘要: 该文在对 LDPC 码的译码算法分析的基础上, 针对校验矩阵中含有的环对译码算法的影响, 提出了一种在置信传播算法基础之上的译码算法。该算法通过及时切断消息在环上的重传回路, 可消除因校验矩阵中的环回传原始信息对译码造成的影响, 保证优质的原始信息能尽可能地传播到其能传播的节点, 从而提升了 LDPC 码的译码性能。仿真实验表明, 在低信噪比的信道中, 该算法具有相当于传统算法的性能和更低的计算复杂度; 在良好的信道条件下可以取得比传统算法更优异的性能。

关键词: 低密度校验码; 置信传播算法; 环; 因子图; 迭代译码

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)03-0657-04

Research of Optimal Decoding Algorithm Based on Belief Propagation

Deng Yong-qiang Zhu Guang-xi Liu Wen-ming

(Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong University of Science & Technology,
Wuhan 430074, China)

Abstract: In this paper, the decoding algorithm of Low-Density Parity-Check (LDPC) codes is analyzed, and a new decoding algorithm based on the belief propagation (BP) algorithm to eliminate the influence of cycles in the factor graph is proposed. In the traditional BP algorithm, the cycles of factor graph will send message back to its source, and this will decrease the decoding performance. The new algorithm records each cycle's path and length of each node, and cuts off the path by which message is propagated when the message will come back. It can advance the decoding performance by protect the message of good quality be propagated as widely as possible. The results of simulation show that the performance of new algorithm is not worse than that of traditional BP algorithm in the low SNR channel and the new algorithm significantly outperform traditional BP algorithm in good channel condition.

Key words: Low-Density Parity-Check (LDPC) codes; Belief Propagation (BP) algorithm; Cycle; Factor graph; Iterative decoding

1 前言

LDPC (Low Density Parity-Check)码, 又称为 Gallager 码, 是 Gallager 于 1962 年提出的编码^[1]。然而因为各种原因, LDPC 码沉睡了 30 来年, 直到 1993 年具有划时代意义的 Turbo 码提出来以后, 在 Turbo 码的启发下, 才有 Mackay、Neal 和 Wiberg 等人对 LDPC 码重新进行了研究, 他们发现 LDPC 码与 Turbo 一样具有逼近 Shannon 限的性能。自 1999 年以来, 这方面的研究文献开始大量的出现, LDPC 码已成为编码领域中的一个研究热点^[2]。

信道编码的译码算法是决定编码性能和应用前景的一个重要因素。LDPC 码的译码算法主要是基于编码因子图结构的迭代置信传播 (Belief Propagation, BP)^[3], 该算法采

用信息传递进行迭代译码。在每一次迭代过程中, 所有的信息节点将其估计的信息传递给在因子图上与它相连的校验节点; 同样校验节点也将其估算的解码信息传递与其相连的信息节点^[4]。该算法在无环因子图上可以实现最优译码。对于有环因子图, 置信传播算法虽然仍可获得较好的译码性能, 但因环的影响无法精确计算译码信息以保证译码最优性。本文给出了一种消除校验码因子图中环影响的优化的置信传播算法, 在减少算法实际计算次数即算法复杂度的情况下, 可获得与原算法相当或更优越的性能。

2 置信传播算法

因子图是一个表示因式分解结构的二部图 (bipartite)^[5]。在对 LDPC 码的研究中, 常常使用因子图来表示码字变量节点与校验节点之间的关系, 它的译码算法就可以使用因子图进行直观具体地描述其实现过程。

LDPC 码的译码算法通常被称为置信传播算法或和积

2005-06-30 收到, 2006-07-06 改回

国家自然科学基金重大项目(60496315)和国家 863 计划(2003A A12331005)资助课题

算法,在置信传播算法中,与译码有关的信息沿着边在节点之间进行传播,如图 1 的因子图所示。图中 $\{z_i: i=1,2,\dots,M\}$ 表示校验节点, $\{x_j: j=1,2,\dots,N\}$ 表示变量节点,其中 M 和 N 分别表示校验矩阵 $\mathbf{H}=(h_{ij})_{M \times N}$ 的行和列,令集合 $M(j)=\{i: h_{ij}=1\}$ 表示与变量节点 x_j 相连的校验节点集合, $N(i)=\{j: h_{ij}=1\}$ 表示与校验节点 z_i 相连的变量节点的集合。初始消息 f_j^a 是信道转移函数, R_{ij}^a 是校验节点 z_i 向变量节点 x_j 传递的校验信息,表示 z_i 根据其他变量节点 $\{x_k: k \neq j, k \in N(i)\}$ 的当前状态向 x_j 宣称的“ $x_j = a$ 使 z_i 满足”的可信度; Q_{ij}^a 是 x_j 向 z_i 传递的变量信息,表示 x_j 根据其他校验节点 $\{z_k: k \neq i, k \in M(j)\}$ 以及 f_j^a 向 z_i 宣称“ $x_j = a$ ”的可信度。

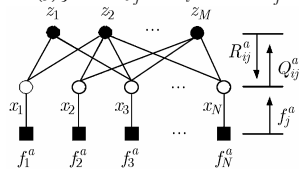


图 1 置信传播译码的因子图表示

图 2 是描述消息传递和修正规则的局部因子图。置信传播算法将在所有的变量节点与校验节点之间计算、传递及不断修正其对译码的估计信息,其主要过程如下:

- (1) 初始化 计算初始消息 $\{f_j^a\}$ 和初始化 $\{R_{ij}^a\}$;
- (2) 迭代消息传递和修正:

阶段 1 各个 f_j 和校验节点 z_i 向其相连的变量节点 x_j 分别传递消息 f_j^a 和 R_{ij}^a , 各个变量节点 x_j 根据接收到的消息修正 Q_{ij}^a ;

阶段 2 各个变量节点 x_j 向其相连的所有校验节点 z_i 传递已经更新的消息 Q_{ij}^a , 各个校验节点 z_i 根据接收消息修正 R_{ij}^a ;

(3) 试译码 z_i 和 x_j 节点根据所有接收消息分别计算最终消息 R_i^b 和 Q_j^b , 并对 $\{x\}$ 值进行判断, 然后试译码, 若满足 $\mathbf{H}x^T=0$, 则译码成功, 退出; 否则, 继续进行消息迭代和修正;

(4) 迭代终止 迭代次数达到设定次数上限, 对 $\{x\}$ 值进行判断, 然后试译码, 若满足 $\mathbf{H}x^T=0$, 则译码成功, 退出; 否则, 译码失败, 退出。

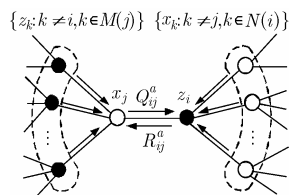


图 2 消息传递修正规则

3 消除环影响的置信传播算法

LDPC 码的置信传播算法通过迭代计算校验节点与变量节点的译码信息,在校验矩阵的 Tanner 图没有环的情况下可以获得很优越的译码性能,但对于 LDPC 的中短码而言,没有环的情况基本上是不存在的,特别是对于列重不小

于 3 的规则码,其 Tanner 图中必然存在环。当码长不是特别大时,就会存在大量的短长度的环^[6]。

Tanner 图中存在环对译码的影响主要是因为多次的迭代运算后,由一个校验节点或变量节点发出去的译码信息通过环又回来了,并再次参与迭代计算,我们把这种由自己发出去、经过多次迭代后又返回的信息称为重复信息,那种从信道传输中带来和经过没有重复信息参与的计算得到的信息称为原始信息。尽可能地减少重复信息对迭代运算的影响,可以有效地增加节点对其邻节点传来信息的充分利用,减少迭代运算的次数,提高译码的效率和效果。

本文设计了一种译码算法,可以有效地减少环对译码的影响。算法的主要思想是在译码的过程中,阻止重复信息返回原节点参与计算,使得原始信息获得充分的传播,将其未受干扰的信息传递到尽可能多的地方;在所有的原始信息传递到它能到达的节点后,重复信息才重新参与迭代计算,直到译码成功或是迭代次数达到上限。

算法的具体步骤:

(1) 先对校验矩阵进行扫描,找出以每个节点为出发点的每一条环路,记录每一条环路的起始点及其长度。这里,起始点是指该环路上与该节点直接相连的节点。

(2) 开始迭代运算。对每一个节点,在接受相连节点的信息时,比较该邻节点所在的环路长度与当前迭代的次数,若环路长度小于迭代次数,则表示由该邻节点发出去的信息通过环路后又回到了起点,则不接收该邻节点发来的信息,除该邻节点以外的信息参与运算。

(3) 当所有的节点都停止接收信息,即所有的原始信息都传递给环路上的所有节点以后,每个节点恢复接收所有邻节点的信息,继续迭代运算。

(4) 译码成功,退出;或是达到迭代次数上限,译码失败,退出。

在实现算法的过程中,由于对所有节点而言,它参与传递信息的过程是双向的,即既从其相连节点接收信息,又向其相连节点发送信息;而且,对校验节点与变量节点而言,在这个迭代运算的过程中,其地位是平等的。由于整个译码的迭代运算是从校验节点开始的,当停止接收环回的校验节点的消息后,校验节点向其相邻的变量节点发送的消息就不会有重复消息了。因此,只对数量较少的校验节点进行操作就可以达到对所有节点都进行操作的作用。

在上面的第(2)步和第(3)步的过程中,同样也可以进行译码判断,若满足 $\mathbf{H}x^T=0$, 则译码成功,退出计算。

4 仿真实验及性能分析

在 AWGN 信道下,采用 BPSK 调制,对本文中所述的算法构造的 LDPC 码进行了计算机仿真,其性能及与随机构造算法的比较如图 3 所示。仿真参数为:码长 $N=200$,列重量 $d=3$,行重量 $k=4$,译码迭代次数的上限为 60 次。

图 3 中对比的是 Mackay 实现的传统的置信传播译码算

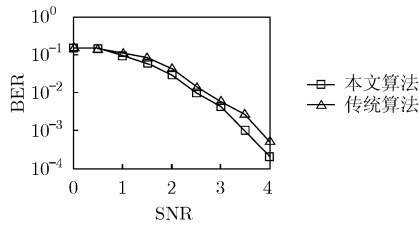


图 3 两种译码算法的性能比较

法,除译码算法以外其他的条件全部一致。从图中可以看出,在中短码长的情况下,经过改进的译码算法在信道情况比较差的条件下,即信噪比较小的情况下,性能与传统的置信传播算法大致相当;在信道条件比较好的情况下,改进算法具有比传统算法更好的性能。

这种性能的成因是,在信道状况比较差的情况下,由于数据的误码比较严重,存在较多的无法正确译码的情况,即在译码迭代次数达到设定的 60 次上限的情况下仍不能成功译码的情况,对于这种情况,改进算法并不具有优势;对于能经多次迭代正确译码的情况(一般迭代次数大于环的长度),改进算法通过切断环避免重复信息对原始信息的破坏,可以改善译码的效果。因而总体来看,在信道状态较差的情况下,改进算法对译码性能的改善效果并不明显。

在信道状态较好的情况下,经过改进的算法通过避免重复信息对原始信息的影响,使得原始信息在译码过程中获得充分的应用,因而译码的效果也就有相应的提高。重复信息并非是无用信息,在原始信息未获得充分传播之前,阻止重复信息的传播,自然在一定程度上减缓了有用信息的传播。综合来看,经过改进的算法虽然减缓了重复信息中有用信息的传播,但阻止了重复信息对原始信息的破坏,而原始信息在译码中的作用要远大于重复信息,因而改进的算法具有更好的性能。

改进算法的更好性能还可以从译码迭代次数直方图和计算次数比较来进行分析。图 4 所示的是改进算法与传统算法的译码迭代次数的直方图对比情况,实验条件和限制与上文的一样。直方图的横轴表示一组译码迭代的次数,纵轴表示该迭代次数出现的次数。图 4(a)和图 4(b)分别表示在信道的信噪比为 2.4dB 时,用改进算法与传统算法各计算了 800 组数据所得到的迭代次数的分布,图 4(c)和图 4(d)分别表示在信噪比为 2.6dB 时,用改进算法与传统算法各计算 1000 组数据时迭代次数的分布情况。由于实验中完成译码的迭代次数随机出现,使得其分布的横坐标点不完全一一对应,我们对完成译码的迭代次数分布的情况进行分析时,可以看到,将图 4(a)和图 4(b)进行比较,完成译码的迭代次数达 20 次以上的,在图 4(a)中有 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 共 10 种情况,图 4(b)中就只有 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15 共 9 种情况;图 4(c)和图 4(d)比较,完成译码的迭代次数达 20 次以上的,在图 4(c)中有 11 种情况,图 4(d)中有 10 种情况。因而,对比于图 4(a)和图 4(c)而言,

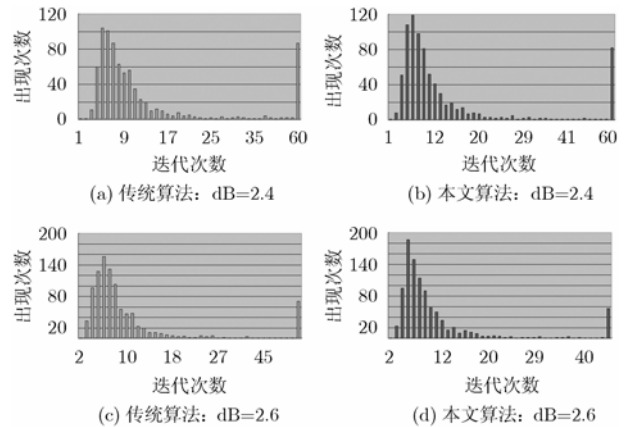


图 4 译码迭代次数直方图

图 4(b)和图 4(d)的分布要相对更为集中些。由此,我们可以得出一个一般性的结论,在相同信噪比情况下,改进算法的译码时的迭代次数分布更为集中,当信道条件变好时,两种算法的迭代次数都有集中的趋势,但改进算法表现的更为明显些。图 4 中右边的竖条表示译码过程中出现迭代次数达到设置的上限 60 次时的情况,一般而言,当译码过程中迭代次数达到设置的上限时,此次译码都会出现误码,我们注意到,在相同信噪比的情况下,改进的算法出现迭代次数达上限的情况要少于传统算法,而且,随着信道状况的改善,改进算法的优势也表现的更为明显。

从图 4 的直方图对比中,我们可以大致看出,在图中所示的信道条件下的实验中,改进算法总的译码迭代次数要多于传统算法的译码迭代次数,统计的数据也证实了这一点。但并不是在所有的情况下总是这样的,表 1 给出了改进算法与传统算法在不同信噪比的条件下,译码所需的平均迭代次数的对比情况。当信道条件比较差时,改进算法比传统算法具有更少的平均迭代次数,随着信道信噪比的增大,两种算法的迭代次数都在减少,但传统算法减少速度更快一些。在图中所示的数据中,当信噪比大于 2.4dB 时,传统算法比改进算法具有更少的迭代次数。

表 1 两种译码算法迭代次数对比表

SNR(dB)	本文算法	传统算法
1.6	29.2270	32.6958
2.2	16.3525	17.0357
2.4	15.0938	14.9586
2.6	13.6560	12.0150
2.8	11.6429	10.0932

但是,更少的迭代次数并不一定意味着更少的计算量。表 2 给出了两种译码算法在不同信道条件下平均每次迭代所需要的对 Q_{ij}^c 和 R_{ij}^c 的计算次数。实验中使用的 LDPC 码的校验矩阵大小为 200×150 ,我们每次迭代运算过程中计算

一次 Q_{ij}^a 或 R_{ij}^a 称为一次计算。改进算法由于使用了切断环的方式, 因而平均每次迭代的计算次数要少于传统的算法, 并且随着信道状况的改善, 其计算次数越来越少。而传统算法每一次迭代的计算次数只与校验矩阵的大小及其行重量和列重量有关。

表 2 两种译码算法每次迭代计算次数比较

SNR(dB)	本文算法	传统算法
1.6	1179.8	1224
2.2	1170.1	
2.4	1145.0	
2.6	1132.1	
2.8	1116.7	

通过以上直方图与表 1 和表 2 的比较, 可以得知, 就复杂度和计算量而言, 改进算法在信道情况较差时优于传统的算法, 其性能在低信噪比的情况下与传统算法相当; 当信道条件变好时, 改进算法具有比传统算法更优越的性能。

5 结束语

置信传播算法是 LDPC 码译码的基本算法, 该算法在表现优异性能的同时也具有一定的局限性, 本文即是在对该算法分析的基础上, 针对校验矩阵中含有的环对译码算法的影响, 提出了一种改进算法。改进算法通过扫描校验矩阵, 对所有节点找出以它自身为起点的环, 并在迭代译码的过程中, 根据消息传递的进展及时切断消息在环上的重传回路,

这样就可消除因校验矩阵中的环回传原始信息对译码造成的影响, 保证优质的原始信息能尽可能地传播到其能传播的节点, 从而提升了 LDPC 码的译码性能。仿真实验表明, 该算法在计算复杂度低于传统算法的情况下, 在低信噪比的信道中具有相当于传统算法的性能, 在良好的信道条件下可以取得比传统算法更优异的性能。

参考文献

- [1] Gallager R G. Low-density parity-check codes. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1962, 8(1): 21-28.
- [2] Moura J M F, Lu Jin, and Zhang Haotian. Structured low density parity-check codes. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2004, 21(1): 42-55.
- [3] Mackay D J C. Good error-correcting codes based on very sparse matrices. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1999, 45(3): 399-431.
- [4] Kaschischang F R, Frey B J, and Loeliger H A. Factor graphs and the sum-product algorithm. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2001, 47(2): 498-519.
- [5] 贺玉成. 基于图模型的低密度校验码理论及应用研究. [博士学位论文], 西安: 西安电子科技大学, 2002.
- [6] Gallager R G. *Low-Density Parity-Check Codes*. MIT Press, Cambridge, MA, 1963: 87-88.

邓勇强: 男, 1976 年生, 博士生, 研究方向为信道编码。

朱光喜: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为宽带无线通信。

刘文明: 男, 1976 年生, 博士生, 研究方向为信道编码。