

一种基于有限内存拟牛顿法的混合波束成形算法

严军荣* 江沛莲 李沛

(杭州电子科技大学通信工程学院 杭州 310000)

摘要: 针对现有混合波束成形算法运行时间长、频谱效率低、误码率高的问题, 该文提出一种基于有限内存拟牛顿法的混合波束成形算法(LBFGS)。该算法首先通过数字预编码器的最小二乘解构建单变量目标函数; 然后采用目标函数的梯度近似黑塞矩阵的逆得到搜索方向并沿搜索方向更新模拟预编码器, 直到满足停止条件; 最后固定模拟预编码器得到数字预编码器。MATLAB仿真结果表明, LBFGS算法较现有MO算法减少了28%的运行时间, 频谱效率提高了1.05%, 误码率降低了1.06%。

关键词: 毫米波; 大规模MIMO; 混合波束成形; 重叠天线阵列

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2024)04-0001-07

DOI: 10.11999/JEIT230656

A Hybrid Beamforming Algorithm Based on Limited-Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno

YAN Junrong JIANG Peilian LI Pei

(School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310000, China)

Abstract: To solve the problems of long runtime, low spectral rate and high bit error rate, which exist in conventional hybrid beamforming schemes, a hybrid beamforming algorithm based on Limited-Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (LBFGS) is proposed. Firstly, a single variable objective function is constructed through the least squares solution of the digital precoder. Then, the gradient of the objective function is used to approximate the inverse of the Hessian matrix for obtaining the search direction and the analog precoder is updated along the search direction until the stop condition is satisfied. Finally, the analog precoder is fixed to obtain the digital precoder. The MATLAB simulation analysis indicate that LBFGS algorithm reduces the running time by 28%, increases spectral rate by 1.05%, and reduces bit error rate by 1.06%, compared to MO algorithm.

Key words: Millimeter wave; Massive MIMO; Hybrid beamforming; Overlapped antenna arrays

1 引言

混合波束成形技术是一种对低维数字域和高维模拟域进行联合优化, 将数字波束成形和模拟波束成形相结合的技术^[1]。混合波束成形在模拟域使用低成本的移相器进行处理, 提供空间分集增益; 在数字域使用价格昂贵的射频链路进行处理, 提供空间复用增益并处理多用户间干扰^[2,3]。由于要在模拟域元素单位模约束下求解问题且要求频谱效率和误码率接近纯数字波束成形系统, 因此混合波束成形算法设计具有一定的挑战性^[4,5]。

目前主要采用两种思路构建问题模型: 一种思路是以性能指标为优化目标, 联合求解发送端和接收端^[6-9]。文献[6]的求解目标是 minimized 载波干扰; 文献[7]以最大化频谱效率为目标函数; 文献[8]将最大化频谱效率和最小化最小加权均方误差(Weighted Minimum Mean Square Error, WMMSE)问题等价并以最小化WMMSE为优化目标; 文献[9]通过最大化信干噪比的增量设计模拟预编码器。由于联合设计具有非凸约束, 因此上述算法都具有较高的计算复杂度。另一种思路是解耦设计, 即分别设计发送端和接收端的混合预编码器^[10-14]。文献[10]将混合波束设计视作对纯数字预编码器的稀疏重构, 以最小化全数字预编码器和混合预编码器之间的欧氏距离为目标函数, 采用正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法, 在特定情况下有良好的性能。文献[11]在文献[10]的基础上, 提出一种

收稿日期: 2023-07-03; 改回日期: 2023-11-13; 网络出版: 2023-11-21

*通信作者: 严军荣 yjrcn@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(U21A20450, 62301204)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (U21A20450, 62301204)

基于流形优化(Manifold Optimization, MO)的算法, 交替优化数字部分和模拟部分, 能够实现较高的频谱效率和较低的误码率, 但时间复杂度较高。为了降低时间复杂度, 文献[12]采用拟牛顿法求解模拟波束成形矩阵, 可以达到更高的频谱效率, 并证明可以在不损失局部最优性和全局最优性的情况下除去功率约束, 但具有较高的空间复杂度, 需要占用大量内存[15]。文献[13]采用随机梯度下降法求解问题, 虽然降低了计算复杂度, 但频谱效率有所损失。随后, 刘文龙等人[14]提出一种双层交替优化的混合预编码算法, 降低了部分复杂度且取得了较好的性能。

综上所述, 本文基于解耦设计发送端和接收端的思路, 将混合波束设计视为矩阵逼近问题, 提出一种基于有限内存拟牛顿法的混合波束成形算法(hybrid beamforming algorithm based on Limited-Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, LBFSG)并应用于重叠阵子结构。

符号说明: \mathbf{a} , \mathbf{A} 分别表示向量和矩阵, $(\cdot)^*$, $(\cdot)^T$, $(\cdot)^H$ 分别表示矩阵或向量的共轭, 转置和共轭转置, $|\cdot|$, $\|\cdot\|_F$, $\text{tr}(\cdot)$, $(\cdot)^{-1}$, $(\cdot)^\dagger$ 分别表示矩阵的模, Frobenius范数, 迹, 逆和Moore-Penrose伪逆, $\mathbf{A}(\cdot)$ 表示矩阵 \mathbf{A} 的向量化, $\mathbb{C}^{l \times n}$ 表示 $l \times n$ 维的复空间, \mathbf{I}_N 表示 $N \times N$ 的单位矩阵, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示两个向量的内积, \circ 表示两个矩阵的Hadamard乘积, $\Re[\cdot]$ 表示取复变量的实部, $\text{unt}(\cdot)$ 表示对向量中的每一个元素进行归一化, $\mathbb{E}[\cdot]$ 表示数学期望, \triangleq 表示“定义为”, $x \sim \mathcal{CN}(\mu, K)$ 表示 x 是一个均值为 μ , 方差为 K 的循环对称复高斯向量。

2 模型和问题构造

2.1 系统模型

点对点毫米波混合波束成形系统如图1所示, 发送端有 N_{RF}^t 个射频链路和 N_t 根天线, 接收端有 N_{RF}^r 个射频链路和 N_r 根天线, 原始信号用 $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ 表示, $\mathbb{E}[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \mathbf{I}_{N_s}$, 且 $N_s \leq N_{\text{RF}}^t \leq N_t$,

$N_s \leq N_{\text{RF}}^r \leq N_r$ 。在发送端, \mathbf{s} 首先通过数字预编码器 $\mathbf{V}_B \in \mathbb{C}^{N_{\text{RF}}^t \times N_s}$ 进行数字预编码, 然后通过模拟预编码器 $\mathbf{V}_{\text{RF}} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_{\text{RF}}^t}$ 进行模拟预编码, 得到发送信号 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_B \mathbf{s}$, 发送端的归一化功率约束为 $\text{tr}(\mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_B \mathbf{V}_B^H \mathbf{V}_{\text{RF}}^H) \leq 1$ 。 \mathbf{r}_1 经信道 \mathbf{H} 传输后得到信号 $\mathbf{r}_2 = \mathbf{H} \mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_B \mathbf{s} + \mathbf{n}$, 其中, \mathbf{n} 为加性高斯白噪声, 其统计特性为 $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_{N_s})$ 。接收端采用同样的波束成形步骤, \mathbf{r}_2 先后通过模拟组合器 $\mathbf{W}_{\text{RF}} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_{\text{RF}}^r}$ 和数字组合器 $\mathbf{W}_B \in \mathbb{C}^{N_{\text{RF}}^r \times N_s}$, 最后获得处理过后的信号为 $\mathbf{r} = \mathbf{W}_B^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{H} \mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_B \mathbf{s} + \mathbf{W}_B^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{n}$ 。系统可达到的频谱效率为

$$\mathbf{R} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_s} + \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{W}_B^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{H} \mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_B \mathbf{V}_B^H \cdot \mathbf{V}_{\text{RF}}^H \mathbf{H} \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_B \right| \quad (1)$$

其中, $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{W}_B^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_B$ 为接收端的噪声协方差矩阵。

采用Saleh-Valenzuela信道模型, 信道矩阵 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ 如式(2)所示

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{N_t N_r}{N_C N_R}} \sum_{i=1}^{N_C} \sum_{j=1}^{N_R} \delta_{ij} \boldsymbol{\alpha}_r(\theta_{ij}^r) \boldsymbol{\alpha}_t^H(\theta_{ij}^t) \quad (2)$$

其中, N_C 和 N_R 分别表示传播簇的数量和传播簇中多径的数量, δ_{ij} 表示第 i 个传播簇中第 j 个多径的复增益, $\boldsymbol{\alpha}_r(\theta_{ij}^r)$ 和 $\boldsymbol{\alpha}_t(\theta_{ij}^t)$ 分别表示接收端和发送端的天线阵列响应, $\theta_{ij}^r \in [0, 2\pi]$ 和 $\theta_{ij}^t \in [0, 2\pi]$ 分别表示第 i 个传播簇中第 j 个多径的到达方位角和离开方位角。当天线阵列采用均匀线性阵列时, $\boldsymbol{\alpha}_r(\theta_{ij}^r)$ 和 $\boldsymbol{\alpha}_t(\theta_{ij}^t)$ 可以写为 $\boldsymbol{\alpha}(\theta_{ij}) = 1/N [1, e^{jkd \sin \theta_{ij}}, \dots, e^{j(N-1)kd \sin \theta_{ij}}]^T$ 。其中, N 为天线数量, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为电磁波波长, d 是阵元之间的距离。

2.2 连接模型

全连接结构能最大化系统传输性能, 但成本和功耗较高[6,7,10,12-14]。部分连接结构中每个射频链路只与部分天线相连, 能降低硬件复杂度和功耗, 但能提供的相位控制有限, 频谱效率不及全连接结构[8,11,16]。

文献[17]提出了一种处于全连接和部分连接之

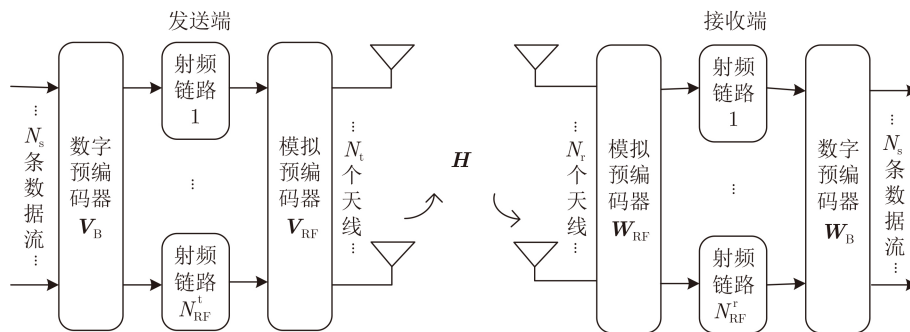


图1 点对点毫米波混合波束成形系统

间的OSA结构, 该结构中每个射频链路连接部分天线, 不同射频链路连接的天线间有相互重叠的部分, 重叠部分天线连接多个射频链路, 非重叠部分天线连接1个射频链路。以发送端为例, 每个射频链路与 D 根天线相连, ΔD 表示相邻天线子阵列间天线的偏移量, 第1个射频链路连接第1, 2, ..., D 根天线, 第2个射频链路连接第1 + ΔD , 2 + ΔD , ..., $D + \Delta D$ 根天线, 以此类推并满足 $(N_{\text{RF}}^t - 1)\Delta D + D = N_t$ 。

2.3 问题构造

混合波束成形设计要在发送端功率约束和模拟预编码器恒模约束的条件下, 设计数字预编码器和模拟预编码器, 使式(1)的频谱效率最大化。将该问题解耦为独立设计发送端和接收端, 以发送端为例, 将最大化频谱效率等价于最小化最优数字预编码器 \mathbf{V}_{opt} 和混合预编码器 $\mathbf{V}_{\text{RF}}\mathbf{V}_{\text{B}}$ 之间的欧氏距离^[11], 目标函数如式(3)所示

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathbf{V}_{\text{RF}}, \mathbf{V}_{\text{B}}} \|\mathbf{V}_{\text{opt}} - \mathbf{V}_{\text{RF}}\mathbf{V}_{\text{B}}\|_{\text{F}} \\ & \text{s.t. } \mathbf{V}_{\text{RF}} \in \mathcal{V} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, \mathcal{V} 为具有恒模约束的可行集, 不同连接模型下可行集约束不同。全连接和重叠阵子结构下的可行集分别为 $\mathcal{V}_{\text{full}}$ 和 \mathcal{V}_{OSA} , 如式(4)所示

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{\text{full}} &: |\mathbf{V}_{\text{RF}}(i, j)|^2 = 1, i = 1, 2, \dots, N_t, j = 1, 2, \dots, N_{\text{RF}}^t \\ \mathcal{V}_{\text{OSA}} &: |\mathbf{V}_{\text{RF}}(i, j)|^2 \\ &= \begin{cases} 1, 1 \leq i - (j - 1)\Delta D \leq D \\ 0, \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

3 LBFSGS算法

LBFSGS算法首先将目标函数转换为只含模拟预编码器和最优数字预编码器的形式, 然后求解目标函数优化模拟预编码器, 最后固定模拟预编码器得到数字预编码器。

3.1 目标函数

式(3)含有变量 \mathbf{V}_{RF} 和 \mathbf{V}_{B} , 通过数字预编码器的最小二乘解构建只含变量 \mathbf{V}_{RF} 的目标函数。对式(3)求 \mathbf{V}_{B} 的偏导得到最小二乘解 $\mathbf{V}_{\text{B}} = \mathbf{V}_{\text{RF}}^\dagger \mathbf{V}_{\text{opt}}$, 其中 $\mathbf{V}_{\text{RF}}^\dagger = (\mathbf{V}_{\text{RF}}^{\text{H}} \mathbf{V}_{\text{RF}})^{-1} \mathbf{V}_{\text{RF}}^{\text{H}}$, 将最小二乘解代入式(3)得到新的目标函数, 如式(5)所示

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathbf{V}_{\text{RF}}} \left\| \mathbf{V}_{\text{opt}} - \mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_{\text{RF}}^\dagger \mathbf{V}_{\text{opt}} \right\|_{\text{F}}^2 \\ & \text{s.t. } \mathbf{V}_{\text{RF}} \in \mathcal{V} \end{aligned} \quad (5)$$

3.2 模拟预编码器设计

模拟预编码器的设计首先构建关于模拟预编码

器的复圆流形, 然后在复圆流形上通过有限内存拟牛顿法求解目标函数, 得到满足恒模约束的模拟预编码器。

3.2.1 复圆流形

在混合波束成形技术中, 采用移相器进行模拟域处理, 移相器只能改变信号的相位而不能改变信号的幅度, 该约束在矩阵上表现为模拟预编码矩阵中每一个元素的模固定不变, 相位可调。为了处理恒模约束, 构建关于模拟预编码器的黎曼复圆流形^[11]。向量 $\mathbf{v} = \mathbf{V}_{\text{RF}}(\cdot)$ 构成复圆流形 $\mathcal{M}(n, \mathbb{C}) = \{\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n] \in \mathbb{C}^n : \|\mathbf{v}_1\| = \|\mathbf{v}_2\| = \dots = \|\mathbf{v}_n\| = 1\}$, 其中, $n = N_t \times N_{\text{RF}}^t$ 。第 k 次循环产生的向量为 $\mathbf{v}_k \in \mathcal{M}(n, \mathbb{C})$, 切向量为 η_k , \mathbf{v}_k 所有切向量的空间组成了切空间 $T_{\mathbf{v}_k} \mathcal{M}(n, \mathbb{C})$ 。将 $\eta_k \in T_{\mathbf{v}_k} \mathcal{M}(n, \mathbb{C})$ 正交投影到 η_{k+1} 所在切空间 $T_{\mathbf{v}_{k+1}} \mathcal{M}(n, \mathbb{C})$ 中的向量转移算子表示为 $\mathcal{T}_{\mathbf{v}_k \rightarrow \mathbf{v}_{k+1}}(\eta_k) \triangleq T_{\mathbf{v}_k} \mathcal{M}(n, \mathbb{C}) \rightarrow T_{\mathbf{v}_{k+1}} \mathcal{M}(n, \mathbb{C}) : \eta_k \mapsto \eta_k - \Re\{\eta_k \circ \mathbf{v}_{k+1}^*\} \circ \mathbf{v}_{k+1}$ ^[18]。采用归一化函数将切空间 $T_{\mathbf{v}_k} \mathcal{M}(n, \mathbb{C})$ 中的向量 $\alpha_k \eta_k$ 投影到流形 $\mathcal{M}(n, \mathbb{C})$ 上, 表示为 $R_{\mathbf{v}_k}(\alpha_k \eta_k) \triangleq T_{\mathbf{v}_k} \mathcal{M}(n, \mathbb{C}) \rightarrow \mathcal{M}(n, \mathbb{C}) : \alpha_k \eta_k \mapsto \text{unt}(\mathbf{v}_k + \alpha_k \eta_k)$ 。其中, α_k 为步长, η_k 为搜索方向。

3.2.2 有限内存拟牛顿法

采用有限内存拟牛顿法在构建好的复圆流形上求解目标函数, 首先计算目标函数的黎曼梯度, 然后通过黎曼梯度计算搜索方向并进行线搜索, 最后进行黎曼梯度的存储。

3.2.2.1 黎曼梯度

黎曼梯度是切空间上的向量, 通过欧氏空间中的共轭梯度(以下简称欧氏梯度)投影而来。下面首先推导全连接结构下的欧氏梯度, 式(5)中的目标函数可以写成

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}} &= \left\| \mathbf{V}_{\text{opt}} - \mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_{\text{RF}}^\dagger \mathbf{V}_{\text{opt}} \right\|_{\text{F}}^2 \\ &= \text{tr}(\mathbf{V}_{\text{opt}}^{\text{H}} \mathbf{V}_{\text{opt}}) - 2\text{tr}(\mathbf{V}_{\text{RF}}^\dagger \mathbf{V}_{\text{opt}} \mathbf{V}_{\text{opt}}^{\text{H}} \mathbf{V}_{\text{RF}}) \\ &\quad + \text{tr}(\mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_{\text{RF}}^\dagger \mathbf{V}_{\text{opt}} \mathbf{V}_{\text{opt}}^{\text{H}} \mathbf{V}_{\text{RF}} \mathbf{V}_{\text{RF}}^\dagger) \end{aligned} \quad (6)$$

根据复数矩阵求导法则, 复数矩阵的微分为 $d(\mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}}) = \text{tr}((\nabla \mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}})^{\text{T}} d(\mathbf{V}_{\text{RF}}^*))$, $d(\mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}})$ 为 $\mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}}$ 关于 \mathbf{V}_{RF}^* 的微分, 欧氏梯度 $\nabla \mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}} = \partial \mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}} / \partial \mathbf{V}_{\text{RF}}^*$ 。根据 $\text{tr}(\mathbf{X}^{\text{T}}) = \text{tr}(\mathbf{X})$ 以及 $\text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{Y}) = \text{tr}(\mathbf{Y}\mathbf{X})$, 矩阵的微分可以写成

$$d(\mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}}) = \text{tr}(\nabla \mathcal{J}_{\mathbf{V}_{\text{RF}}} d(\mathbf{V}_{\text{RF}}^{\text{H}})) \quad (7)$$

根据式(7), 可以通过目标函数关于 $\mathbf{V}_{\text{RF}}^{\text{H}}$ 的微分得到目标函数的欧氏梯度。令式(6)对 $\mathbf{V}_{\text{RF}}^{\text{H}}$ 逐项求导, 得式(8)

$$\begin{aligned} d(\mathcal{J}_{V_{\text{RF}}}) &= -2\text{tr}(d(V_{\text{RF}}^\dagger)V_{\text{opt}}V_{\text{opt}}^H V_{\text{RF}}) \\ &\quad + \text{tr}(V_{\text{RF}}d(V_{\text{RF}}^\dagger)V_{\text{opt}}V_{\text{opt}}^H V_{\text{RF}}V_{\text{RF}}^\dagger) \\ &\quad + \text{tr}(V_{\text{RF}}V_{\text{RF}}^\dagger V_{\text{opt}}V_{\text{opt}}^H V_{\text{RF}}d(V_{\text{RF}}^\dagger)) \end{aligned} \quad (8)$$

根据 $d(\mathbf{X}^{-1}) = -\mathbf{X}^{-1}d(\mathbf{X})\mathbf{X}^{-1}$, 得到 $d((V_{\text{RF}}^H V_{\text{RF}})^{-1}) = -(V_{\text{RF}}^H V_{\text{RF}})^{-1}d(V_{\text{RF}}^H)V_{\text{RF}}(V_{\text{RF}}^H V_{\text{RF}})^{-1}$, 式(8)中的 $d(V_{\text{RF}}^\dagger)$ 可以写成

$$d(V_{\text{RF}}^\dagger) = (V_{\text{RF}}^H V_{\text{RF}})^{-1}d(V_{\text{RF}}^H)A \quad (9)$$

其中, $A = I_{N_t} - V_{\text{RF}}V_{\text{RF}}^\dagger$ 。将式(9)代入式(8)得到 $d(\mathcal{J}_{V_{\text{RF}}}) = \text{tr}(-A(AV_{\text{opt}}V_{\text{opt}}^H + V_{\text{opt}}V_{\text{opt}}^H A^H)(V_{\text{RF}}^\dagger)^H d(V_{\text{RF}}^H))$, 再根据式(7), 目标函数的欧氏梯度矩阵为

$$\nabla \mathcal{J}_{V_{\text{RF}}} = -A(AV_{\text{opt}}V_{\text{opt}}^H + V_{\text{opt}}V_{\text{opt}}^H A^H)(V_{\text{RF}}^\dagger)^H \quad (10)$$

式(10)为全连接结构下的欧氏梯度矩阵, 重叠阵子结构下的欧氏梯度矩阵 $\nabla_{\text{OSA}}\mathcal{J}_{V_{\text{RF}}}$ 通过式(11)计算

$$\nabla_{\text{OSA}}\mathcal{J}_{V_{\text{RF}}} = \nabla \mathcal{J}_{V_{\text{RF}}} \circ Q \quad (11)$$

其中, Q 为重叠阵子结构下的几何结构矩阵, 当 $i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N_{\text{RF}}^t$ 时, Q 表示为

$$Q = \begin{cases} 1, & 1 \leq i - (j-1)\Delta M \leq M \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

复圆流形是复平面的黎曼子流形, 对于黎曼子流形, 黎曼梯度是欧氏梯度在切空间上的正交投影, 通过式(13)由欧氏梯度计算黎曼梯度向量 $\text{grad}\mathcal{J}_v$

$$\text{grad}\mathcal{J}_v = \nabla \mathcal{J}_{V_{\text{RF}}}(\cdot) - V_{\text{RF}}(\cdot) * \Re\{V_{\text{RF}}^H(\cdot) * \nabla \mathcal{J}_{V_{\text{RF}}}(\cdot)\} \quad (13)$$

3.2.2.2 搜索方向

搜索方向通过黎曼梯度向量递归得到。没有梯度向量存储时, 搜索方向为负梯度方向, 即 $\eta_k = -\text{grad}\mathcal{J}_{v_k}$; 有梯度向量存储时, 搜索方向为 $\eta_k = -\mathcal{H}_k \text{grad}\mathcal{J}_{v_k}$, 其中 \mathcal{H}_k 为黑塞矩阵逆的近似。文献[12]中的拟牛顿法每一次更新和计算搜索方向都需要保存 $n \times n$ 维的矩阵, 空间复杂度为 $\mathcal{O}(n^2)$, 而LBFSGS算法通过存储的 m 个 $n \times 1$ 维的梯度向量双向循环递归得到搜索方向而不显式表达 \mathcal{H}_k , 空间复杂度降为 $\mathcal{O}(mn)$ 。梯度向量 $\mathbf{s}_k^{(k+1)} = \mathcal{T}_{v_k \rightarrow v_{k+1}}(\alpha_k \eta_k)$, $\mathbf{y}_k^{(k+1)} = \text{grad}\mathcal{J}_{v_{k+1}} - \mathcal{T}_{v_k \rightarrow v_{k+1}}(\text{grad}\mathcal{J}_{v_k})$, 当存储了 $m+1$ 对梯度向量 $\{\mathbf{s}_i^{(k+1)}, \mathbf{y}_i^{(k+1)}\}_{i=k-m}^k$ 时, \mathcal{H}_{k+1} 的递推公式如式(14)所示

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{k+1} &= \left(\prod_{i=k}^{k-m} \mathbf{Z}_i^T \right) \mathcal{H}_{k+1}^0 \left(\prod_{i=k-m}^k \mathbf{Z}_i \right) \\ &\quad + \sum_{j=k-1}^{k-m} \left(\prod_{i=k}^{j+1} \mathbf{Z}_i^T \right) \rho_j \mathbf{s}_j^{(k+1)} \mathbf{s}_j^{(k+1)T} \\ &\quad \cdot \left(\prod_{i=j+1}^k \mathbf{Z}_i \right) + \rho_k \mathbf{s}_k^{(k+1)} \mathbf{s}_k^{(k+1)T} \end{aligned} \quad (14)$$

其中, \mathcal{H}_{k+1}^0 为初始正定矩阵, $\mathbf{Z}_k = \mathbf{I} - \rho_k \mathbf{y}_k^{(k+1)} (\mathbf{s}_k^{(k+1)})^T$, $\rho_k = 1 / \langle \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k \rangle$ 。计算搜索方向的算法总结在算法1中。

确定搜索方向 η_k 后, 选择满足Armijo准则的步长 α_k 并在切空间中搜索更新, 然后将切线空间中的向量投影到流形上得到满足恒模约束的解, 即 $\mathbf{v}_{k+1} = R_{v_k}(\alpha_k \eta_k)$ 。

3.2.2.3 向量存储

得到 \mathbf{v}_{k+1} 后, 根据 $\chi = \langle \mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{y}_k^{(k+1)} \rangle / \langle \mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{s}_k^{(k+1)} \rangle$ 的值, 判断是否存储梯度向量。若 $\chi < \mu_1$, 则不存储梯度向量; 若 $\chi > \mu_1$, 则存储 $\{\mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{y}_k^{(k+1)}\}$ 。存储的具体步骤为:

步骤1 更新 $\gamma_{k+1} = \langle \mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{y}_k^{(k+1)} \rangle / \|\mathbf{y}_k^{(k+1)}\|^2$ 。

步骤2 判断内存是否溢出, 若溢出则丢弃最早存储的梯度信息 $\mathbf{s}_{k-M}^{(k)}, \mathbf{y}_{k-M}^{(k)}$; 若未溢出则到步骤3。

步骤3 历史梯度向量传输, 即 $\{(\mathbf{s}_i^{(k)}, \mathbf{y}_i^{(k)}) \in T_{v_k} \mathcal{M}(n, \mathbb{C}) \mapsto (\mathbf{s}_i^{(k+1)}, \mathbf{y}_i^{(k+1)}) \in T_{v_{k+1}} \mathcal{M}(n, \mathbb{C})\}_{i=k-m}^{k-1}$

步骤4 存储 $\{\mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{y}_k^{(k+1)}\}$, 更新内存占用量。

向量存储后开始新的循环, 循环停止条件为梯度的范数达到阈值 μ_2 。基于有限内存拟牛顿法的模拟预编码器算法总结在算法2中。

3.3 数字波束设计

得到模拟预编码器后, 根据式(15)计算数字预编码器。

算法1 计算搜索方向

输入: $\gamma_0 = 1$, $\text{grad}\mathcal{J}_{v_k}$, 已存储的梯度向量
 $\{\mathbf{s}_i^{(k)}, \mathbf{y}_i^{(k)}\}_{i=k-m}^{k-1}$
 输出: 搜索方向 η_k

$\mathcal{H}_k^0 = \gamma_k$;
 $\mathbf{d} \leftarrow \text{grad}\mathcal{J}_{v_k}$;
 If $m \neq 0$
 for $i = k-1, k-2, \dots, k-m$ do
 $\alpha \leftarrow \rho_i \langle \mathbf{s}_i^{(k)}, \mathbf{d} \rangle$
 $\mathbf{d} \leftarrow \mathbf{d} - \alpha_i \mathbf{y}_i^{(k)}$
 end for
 $\mathbf{e} \leftarrow \mathcal{H}_k^0 \mathbf{d}$
 for $i = k-m, k-m+1, \dots, k-1$
 $\beta \leftarrow \rho_i \langle \mathbf{y}_i^{(k)}, \mathbf{e} \rangle$
 $\mathbf{e} \leftarrow \mathbf{e} + \mathbf{s}_i^{(k)} \langle \mathbf{e}, \mathbf{s}_i^{(k)} \rangle / \beta$
 end for
 $\eta_k = -\mathbf{e}$
 else
 $\eta_k = -\mathcal{H}_k^0 \mathbf{d}$
 end if

算法2 基于有限内存拟牛顿法的模拟预编码器算法

输入：最优全数字矩阵 \mathbf{V}_{opt} ，初始模拟波束成形矩阵 \mathbf{V}_{RF}^0 ，内存容量 $\forall M \in \mathbb{Z}$ 且 $M > 0$ 。
 输出： \mathbf{V}_{RF}
 初始化：内部循环次数 $k = 0$ ，内存占用量 $m = 0$
 根据式(10)计算黎曼梯度 $\text{grad}\mathcal{J}_{\mathbf{v}_0}$
 while 梯度的范数达到阈值 μ_2
 根据算法1计算搜索方向 η_k
 线搜索并回缩得到 $\mathbf{v}_{k+1} = R_{\mathbf{v}_k}(\alpha_k \eta_k)$
 计算黎曼梯度 $\text{grad}\mathcal{J}_{\mathbf{v}_{k+1}}$
 计算 $\mathbf{s}_k^{(k+1)}$ ， $\mathbf{y}_k^{(k+1)}$ ， $\rho_{k+1} = 1 / \langle \mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{y}_k^{(k+1)} \rangle$
 if 满足存储条件
 计算 $\gamma_{k+1} = \langle \mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{y}_k^{(k+1)} \rangle / \|\mathbf{y}_k^{(k+1)}\|^2$
 if 溢出
 丢弃 $\mathbf{s}_{k-M}^{(k)}$ ， $\mathbf{y}_{k-M}^{(k)}$ ；
 end if
 历史梯度向量传输
 存储 $\{\mathbf{s}_k^{(k+1)}, \mathbf{y}_k^{(k+1)}\}$
 若 $m < M$ ，那么 $m = m + 1$ ，否则 $m = M$
 else
 $\gamma_{k+1} = \gamma_k$ ；
 end if
 $k \leftarrow k + 1$
end

$$\mathbf{V}_B = (\mathbf{V}_{\text{RF}}^H \mathbf{V}_{\text{RF}})^{-1} \mathbf{V}_{\text{RF}}^H \mathbf{V}_{\text{opt}} \quad (15)$$

通过同样的步骤求解接收端的模拟预编码器 \mathbf{W}_{RF} 和数字预编码器 \mathbf{W}_B 。

4 复杂度及仿真结果分析

各种混合波束成形算法在计算数字预编码器时具有相同的计算复杂度，且计算数字预编码器的复杂度远小于计算模拟预编码器的复杂度，因此可忽略计算数字预编码器的复杂度。接收端和发送端求解模拟预编码器的步骤一致，计算模拟预编码器的复杂度主要包括计算欧氏梯度和搜索方向两方面。假设 $N_{\text{RF}}^t = N_{\text{RF}}^r = N_s = N_{\text{RF}}$ ， $N_t = N_r$ ， N_{iter} 为发送端和接收端内部循环总次数，MO算法计算欧氏梯度的复杂度 $\mathcal{O}(N_{\text{RF}}^3 N_t^3)$ 来源于文献[11]的式(14)^[19]，计算搜索方向的复杂度 $\mathcal{O}(N_t N_{\text{RF}})$ 来源于文献[11]的式(13)^[20]，因此MO算法的总复杂度为 $\mathcal{O}(N_{\text{RF}}^3 N_t^3 + N_t N_{\text{RF}})$ ；根据式(10)可以推导出LBFSGS算法计算欧氏梯度的复杂度为 $\mathcal{O}(N_t^3)$ ，根据算法1可以推导出LBFSGS算法计算搜索方向的复杂度为 $\mathcal{O}(\max(m N_t N_{\text{RF}}, N_t N_{\text{RF}}))$ ^[15]，因此LBFSGS算法的总复杂度为 $\mathcal{O}(N_t^3 + \max(m N_t N_{\text{RF}}, N_t N_{\text{RF}}))$ 。

为了验证所提算法的性能，通过MATLAB软件进行仿真，对比分析全连接结构和重叠阵子结构 ($\Delta D = 1$) 下的LBFSGS算法和MO算法^[11]的内部循环总次数和运行时间，以及全数字波束成形算法、OMP算法^[10]、全连接结构和重叠阵子结构 ($\Delta D = 1$) 下的LBFSGS算法和MO算法的频谱效率和误码率。仿真参数设置如下：发送端和接收端的天线数量 $N_t = N_r = 64$ ，发送端和接收端射频链路的数量 $N_{\text{RF}}^t = N_{\text{RF}}^r = 2$ ，到达方位角 θ_{ij}^t 和离开方位角 θ_{ij}^r 均根据拉普拉斯分布生成，信道中传播簇的数量 $N_C = 5$ ，传播簇中多径的数量 $N_R = 10$ 。调制方式为正交相移键控调制，内存容量 $M = 2$ ， $\mu_1 = 10^{-6}$ ， $\mu_2 = 10^{-4t}$ (t 为当前梯度的模值)。假设收、发机之间具有理想的信道估计、系统同步和频率恢复。

图2表示不同波束成形算法的内部循环总次数随信噪比的变化曲线。由图2可知，无论在全连接结构下还是重叠阵子结构下，LBFSGS算法的内部循环总次数都远低于MO算法，这是由于LBFSGS算法采用梯度近似黑塞矩阵的逆，能够达到更快的收敛。LBFSGS算法计算搜索方向的复杂度在大多数循环中为 $N_t N_{\text{RF}}$ ，由复杂度分析可知，LBFSGS算法的计算复杂度低于MO算法。

图3表示不同波束成形算法的运行时间随信噪比的变化曲线。由图3可知，无论是全连接还是重叠阵子结构，LBFSGS算法的运行时间都远低于

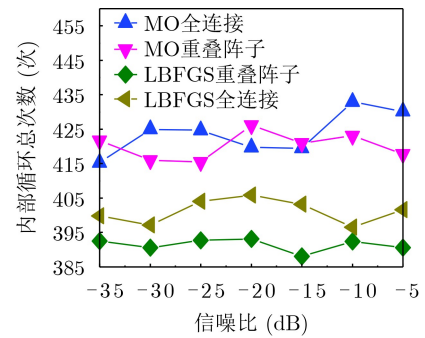


图2 不同波束成形算法的内部循环总次数随信噪比变化曲线

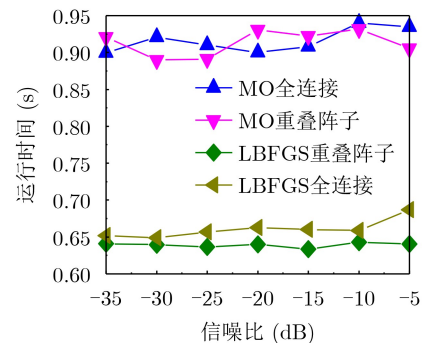


图3 不同波束成形算法的运行时间随信噪比的变化曲线

MO算法,全连接结构下LBFGS算法较MO算法减少了28%的运行时间。LBFGS算法在重叠阵子结构下的运行时间较全连接结构下更低。值得注意的是,分析比较算法性能时,运行时间、频谱效率、误码率的提升均为平均在每个信噪比上的。

图4和图5分别表示不同波束成形算法的频谱效率和误码率随信噪比的变化曲线。由图4可知,随着信噪比的增加,系统的频谱效率呈上升趋势。无论是全连接结构还是重叠阵子结构,LBFGS算法在频谱效率上都略优于MO算法。全连接结构下,LBFGS算法较MO算法提升了1.05%的频谱效率,并在1dB内接近最优全数字预编码方案。同时,重叠阵子结构下的LBFGS算法几乎能达到全连接结构下MO算法所能达到的频谱效率。由图5可知,在全连接结构下,LBFGS算法略优于MO算法,提升了1.06%的误码率,更接近全数字预编码方案。此外,LBFGS算法所能达到的频谱效率和误码率都明显优于传统的OMP算法,这是由于OMP算法性能的好坏依赖于天线阵列响应向量所组成的码本,码本的大小限制了算法的性能。

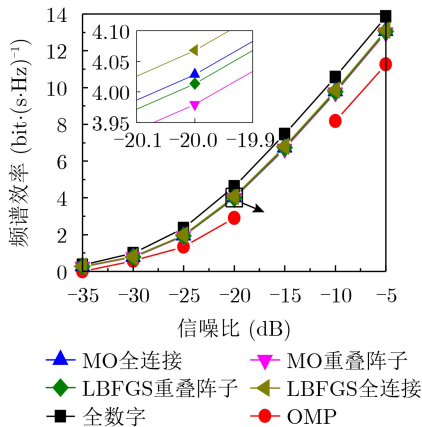


图4 不同波束成形算法的频谱效率随信噪比的变化曲线

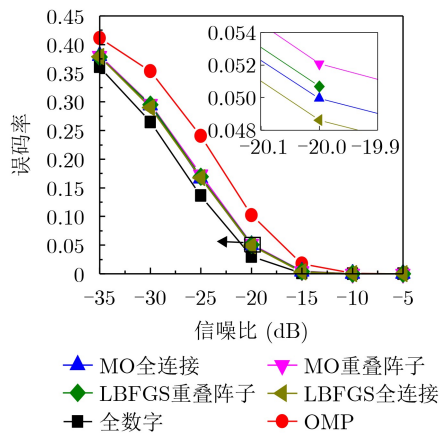


图5 不同波束成形算法的误码率随信噪比的变化曲线

5 结束语

针对现有混合波束成形算法运行时间长、频谱效率低、误码率高的问题,提出一种基于有限内存拟牛顿法的快速混合波束成形LBFGS算法。该算法将目标函数转化为单变量函数,采用梯度信息近似海森矩阵的逆得到搜索方向,能够达到更快的收敛。在全连接结构下,LBFGS算法比基于梯度下降的MO算法降低了28%运行时间,提高了1.05%的频谱效率,降低了1.06%的误码率;LBFGS算法在重叠阵子结构下拥有比全连接结构更快的运行速度。所提出的LBFGS算法运行速度更快且能取得更好的性能,对于混合波束成形技术具有一定的应用价值。

参考文献

- [1] SAAD W, BENNIS M, and CHEN Mingzhe. A vision of 6G wireless systems: Applications, trends, technologies, and open research problems[J]. *IEEE Network*, 2020, 34(3): 134–142. doi: [10.1109/MNET.001.1900287](https://doi.org/10.1109/MNET.001.1900287).
- [2] ZHANG Jun, YU Xianghao, and LETAIEF K B. Hybrid beamforming for 5G and beyond millimeter-wave systems: A holistic view[J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2020, 1: 77–91. doi: [10.1109/OJCOMS.2019.2959595](https://doi.org/10.1109/OJCOMS.2019.2959595).
- [3] ABDULLAH Q, SALH A, MOHDSHAH N S, *et al.* A brief survey and investigation of hybrid beamforming for millimeter waves in 5G massive MIMO systems[J]. arXiv: 2105.00180, 2021. doi: [10.48550/arXiv.2105.00180](https://doi.org/10.48550/arXiv.2105.00180).
- [4] RIHAN M, SOLIMAN T A, XU Chen, *et al.* Taxonomy and performance evaluation of hybrid beamforming for 5G and beyond systems[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 74605–74626. doi: [10.1109/ACCESS.2020.2984548](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2984548).
- [5] UWAECHIA A N and MAHYUDDIN N M. A comprehensive survey on millimeter wave communications for fifth-generation wireless networks: feasibility and challenges[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 62367–62414. doi: [10.1109/ACCESS.2020.2984204](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2984204).
- [6] ULLAH M S, SARKER S C, ASHRAF Z B, *et al.* Spectral efficiency of multiuser massive MIMO-OFDM THz wireless systems with hybrid beamforming under inter-carrier interference[C]. Proceedings of the 12th International Conference on Electrical and Computer Engineering (ICECE), Dhaka, Bangladesh, 2022: 228–231. doi: [10.1109/ICECE57408.2022.10089136](https://doi.org/10.1109/ICECE57408.2022.10089136).
- [7] LIU Ying and WANG Jintao. Low-complexity OFDM-based hybrid precoding for multiuser massive MIMO systems[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2020, 9(3): 263–266. doi: [10.1109/lwc.2019.2929518](https://doi.org/10.1109/lwc.2019.2929518).
- [8] ZHAO Xingyu, LIN Tian, ZHU Yu, *et al.* Partially-

- connected hybrid beamforming for spectral efficiency maximization via a weighted MMSE equivalence[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(12): 8218–8232. doi: [10.1109/TWC.2021.3091524](https://doi.org/10.1109/TWC.2021.3091524).
- [9] 赵峰, 何晓华. 混合动态连接结构的多用户多流混合预编码[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(9): 2647–2653. doi: [10.11999/JEIT200441](https://doi.org/10.11999/JEIT200441).
ZHAO Feng and HE Xiaohua. Multi-user multi-stream hybrid precoding with hybrid dynamic connection structure[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(9): 2647–2653. doi: [10.11999/JEIT200441](https://doi.org/10.11999/JEIT200441).
- [10] AYACH O E, RAJAGOPAL S, ABU-SURRA S, *et al.* Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(3): 1499–1513. doi: [10.1109/TWC.2014.011714.130846](https://doi.org/10.1109/TWC.2014.011714.130846).
- [11] YU Xianghao, SHEN J C, ZHANG Jun, *et al.* Alternating minimization algorithms for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3): 485–500. doi: [10.1109/JSTSP.2016.2523903](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2016.2523903).
- [12] JIN Juening, ZHENG Y R, CHEN Wen, *et al.* Hybrid precoding for millimeter wave MIMO systems: A matrix factorization approach[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(5): 3327–3339. doi: [10.48550/arXiv.2003.11972](https://doi.org/10.48550/arXiv.2003.11972).
- [13] LI Jinmeng, CHENG Zhiqun, and LI Hang. Hybrid precoding scheme in millimeter wave massive MIMO based on stochastic gradient descent[C]. Proceedings of 2021 IEEE Asia Conference on Information Engineering (ACIE), Sanya, China, 2021: 22–26. doi: [10.1109/ACIE51979.2021.9381072](https://doi.org/10.1109/ACIE51979.2021.9381072).
- [14] 刘文龙, 黄雯静, 王本巍, 等. 毫米波单用户多天线的混合预编码设计[J]. *电子与信息学报*, 2022, 44(2): 620–626. doi: [10.11999/JEIT202019](https://doi.org/10.11999/JEIT202019).
LIU Wenlong, HUANG Wenjing, WANG Benwei, *et al.* Hybrid precoding design in millimeter wave single-user large-scale multiple-input multiple-output system[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(2): 620–626. doi: [10.11999/JEIT202019](https://doi.org/10.11999/JEIT202019).
- [15] HUANG Wen. Optimization algorithms on Riemannian manifolds with applications[D]. [Ph. D. dissertation], Florida State University, 2013.
- [16] ZANG Guangda, HU Lingna, YANG Feng, *et al.* Partially-connected hybrid beamforming for multi-user massive MIMO systems[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 215287–215298. doi: [10.1109/ACCESS.2020.3040508](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3040508).
- [17] SONG Nuan, YANG Tao, and SUN Huan. Overlapped subarray based hybrid beamforming for millimeter wave multiuser massive MIMO[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(5): 550–554. doi: [10.1109/LSP.2017.2681689](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2681689).
- [18] BOUMAL N. An Introduction to Optimization on Smooth Manifolds[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2023: 5–151. doi: [10.1017/9781009166164](https://doi.org/10.1017/9781009166164).
- [19] KASAI H. Fast optimization algorithm on complex oblique manifold for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems[C]. Proceedings of 2018 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP), Anaheim, USA, 2018: 1266–1270. doi: [10.1109/GlobalSIP.2018.8646553](https://doi.org/10.1109/GlobalSIP.2018.8646553).
- [20] LIN Tian, CONG Jiaqi, ZHU Yu, *et al.* Hybrid beamforming for millimeter wave systems using the MMSE criterion[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, 67(5): 3693–3708. doi: [10.1109/TCOMM.2019.2893632](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2019.2893632).
- 严军荣：男，讲师，研究方向为无线通信网络、软件定义网络、视觉目标跟踪等。
- 江沛莲：女，硕士生，研究方向为无线电通信系统、毫米波大规模MIMO系统中的预编码技术。
- 李沛：女，讲师，研究方向为多波束传输、空间资源优化、延时感知节能方案等。

责任编辑：马秀强