

# 基于变分贝叶斯双尺度自适应时变噪声容积卡尔曼滤波的同步定位与建图算法

李帅永\* 谢现乐 毛文平 杨雪梅 聂嘉炜

(重庆邮电大学工业物联网与网络化控制教育部重点实验室 重庆 400065)

**摘要:** 为解决移动机器人在同步定位与建图(SLAM)中因系统噪声和观测噪声时变导致状态估计精度降低的问题, 该文提出一种基于变分贝叶斯的双尺度自适应时变噪声容积卡尔曼滤波SLAM算法(DSACKF SLAM)。该算法采用逆 Wishart 分布对一步预测误差协方差矩阵 $P_{k|k-1}$ 和观测噪声协方差矩阵 $R_k$ 建模, 分别用来降低系统噪声和观测噪声的影响, 并利用变分贝叶斯滤波实现对移动机器人状态向量 $X_k$ ,  $P_{k|k-1}$ 和 $R_k$ 的联合估计。分别在系统噪声和观测噪声时变和时不变的条件下进行仿真实验, 结果表明与基于无迹卡尔曼滤波的 SLAM 算法(UKF SLAM)、自适应更新观测噪声的容积卡尔曼滤波的SLAM 算法(VB-ACKF SLAM) 相比, 所提DSACKF SLAM算法在噪声时变时, 平均位置误差分别减小1.54 m, 3.47 m; 噪声时不变时, 平均位置误差分别减小0.62 m, 1.41 m, 证明DSACKF SLAM算法有更好的估计性能。

**关键词:** 同步定位与建图; 容积卡尔曼滤波; 变分贝叶斯; 一步预测误差协方差矩阵; 观测噪声协方差矩阵

中图分类号: TN713; TP242

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2023)03-1006-09

DOI: 10.11999/JEIT220031

## Simultaneous Localization And Mapping Based on Variational Bayes Double-Scale Adaptive time-varying noise Cubature Kalman Filter

LI Shuaiyong XIE Xianle MAO Wenping YANG Xuemei NIE Jiawei

(Key Laboratory of Industrial Internet of Things & Networked Control, Ministry of Education, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the state estimation accuracy of mobile robot in Simultaneous Localization And Mapping (SLAM) is reduced due to the time-varying system noise and observed noise, a SLAM algorithm is proposed based on variational Bayes Double-Scale Adaptive time-varying noise Cubature Kalman Filter (DSACKF SLAM). The inverse Wishart distribution is used to model the one-step predicted error covariance matrix  $P_{k|k-1}$  and the observed noise covariance matrix  $R_k$  to reduce the influence of system noise and observed noise respectively, and the variational Bayes filter is used to estimate the mobile robot state matrix  $X_k$ ,  $P_{k|k-1}$  and  $R_k$ . Simulation experiments are carried out under the time-varying and time-invariant conditions of system noise and observed noise respectively. The results show that, compared with the SLAM algorithm based on Unscented Kalman Filter (UKF SLAM) and the SLAM algorithm based on Variational Bayes Adaptive observed noise Cubature Kalman Filter (VB-ACKF SLAM), when the noise is time-varying, the average position error decreases by 1.54 m and 3.47 m respectively. When the noise is time-invariant, the average position error decreases by 0.62 m and 1.41 m respectively. The proposed DSACKF SLAM algorithm has better estimation performance.

**Key words:** Simultaneous Localization And Mapping (SLAM); Cubature Kalman Filter (CKF); Variational Bayes; One-step prediction error covariance matrix; Observed noise covariance matrix

收稿日期: 2022-01-10; 改回日期: 2022-06-22; 网络出版: 2022-06-29

\*通信作者: 李帅永 lishuaiyong@cqupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61703066), 重庆市基础研究与前沿探索项目(cstc2018jcyjAX0536), 重庆市技术创新与应用发展专项(cstc2018jszx-cyztzxX0028, cstc2019jsxc-fxydX0042, cstc2019jsxc-zdztzxX0053)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61703066), Chongqing Basic Research and Frontier Exploration Project (cstc2018jcyjAX0536), Chongqing Technology Innovation and Application Development Special Project (cstc2018jszx-cyztzxX0028, cstc2019jsxc-fxydX0042, cstc2019jsxc-zdztzxX0053)

## 1 引言

同步定位和地图构建(Simultaneous Localization And Mapping, SLAM)是指移动机器人在未知环境中运行的同时将其中的有用信息提取并组合,确定自身位姿并逐步建立出周围环境地图的过程<sup>[1-3]</sup>。SLAM目前已经在水下无人飞行器、无人驾驶、空中无人机等方面得到成功应用<sup>[4-8]</sup>,受到的关注越来越多。

SLAM的后端优化方式可分为滤波法和非线性优化法<sup>[9-13]</sup>,滤波法的基础是贝叶斯估计,移动机器人当前时刻状态量的求取仅依靠上一时刻的状态值与当前时刻的估计值<sup>[9]</sup>;非线性优化法则涉及所有时刻的数据,将每一时刻的状态量和观测量转换为图的节点来建立对应的约束方程<sup>[12]</sup>。与基于非线性优化的SLAM算法相比较,基于滤波的SLAM算法简单且易于实现。文献[14]采用了基于扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)的SLAM算法,利用泰勒展开式对SLAM中的运动模型和观测模型进行线性化。文献[15]采用了基于无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)的SLAM算法,通过无迹变换在计算中避免线性化。文献[16]采用了基于容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter, CKF)的SLAM算法,将一组具有相同权值的采样点集代入非线性模型进行计算。上述SLAM算法都是基于噪声已知且时不变的假设,而在实际工程应用中,噪声往往是未知且时变的,导致SLAM算法的估计精度降低。为解决这一问题,文献[17]在UKF的基础上进行改进,对新息的理论值和估计值之间的差异进行在线监视并通过模糊逻辑拟合真实噪声分布,但该方法系统实时性差。文献[18]将时变尺度因子引入到UKF中,通过实时跟踪观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 使移动机器人的状态估计值尽可能收敛到真实值附近,但这种方法的时变尺度因子只是1维变量,当系统中具有多维观测信息时,无法有效调整 $\mathbf{R}_k$ 。文献[19]将变分贝叶斯引入到CKF中,提出了一种自适应观测噪声的SLAM算法(SLAM based on Variational Bayes Adaptive observed noise CKF, VB-ACKF SLAM),该算法将移动机器人状态信息和变化的观测噪声信息一起作为随机变量并利用变分贝叶斯方法进行迭代估计,逐渐逼近真实状态信息和观测噪声协方差矩阵。然而,该方法仅对噪声中的观测噪声进行处理,当系统噪声也发生改变时,VB-ACKF SLAM的估计精度会降低。

为了解决系统噪声和观测噪声时变会降低滤波精度这一问题,本文对文献[19]的VB-ACKF SLAM

算法进行改进,提出一种基于变分贝叶斯的双尺度自适应时变噪声容积卡尔曼滤波的SLAM算法(SLAM based on Double-Scale Adaptive time-varying noise CKF, DSACKF SLAM)。首先引入对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 的估计并推导出其在容积卡尔曼滤波中的更新方式,其次利用逆Wishart分布对 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{R}_k$ 进行建模,对 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 进行迭代更新来降低系统噪声的影响,对 $\mathbf{R}_k$ 进行迭代更新降低观测噪声的影响,最后利用变分贝叶斯滤波实现对移动机器人状态 $\mathbf{X}_k$ , $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{R}_k$ 的联合估计,从而提高SLAM算法的状态估计精度。

## 2 SLAM问题的数学描述

在现阶段对SLAM问题的研究中,因为涉及了未知且不确定的环境信息和噪声,基本使用概率密度的方法对移动机器人的位姿和地图进行描述。SLAM问题的本质就是对式(1)这一概率分布的求解

$$p(\mathbf{X}_k, m | \mathbf{Z}_{0:k}, \mathbf{V}_{0:k}) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{X}_k$ 是 $k$ 时刻机器人的状态信息; $m$ 为地图特征信息; $\mathbf{Z}_{0:k}$ 表示从开始到 $k$ 时刻的所有观测信息; $\mathbf{V}_{0:k}$ 表示从开始到 $k$ 时刻的所有控制信息。式(1)的含义为在已知观测信息、控制信息的情况下,对当前时刻机器人状态和地图特征的联合概率密度估计。根据贝叶斯理论可得

预测

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{X}_k, m | \mathbf{Z}_{0:k-1}, \mathbf{V}_{0:k}) \\ &= \int p(\mathbf{X}_k | \mathbf{V}_k, \mathbf{X}_{k-1}) p(\mathbf{X}_{k-1}, m | \mathbf{Z}_{0:k-1}, \mathbf{V}_{0:k-1}) \\ & \quad \cdot d\mathbf{X}_{k-1} \end{aligned} \quad (2)$$

更新

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{X}_k, m | \mathbf{Z}_{0:k}, \mathbf{V}_{0:k}) \\ &= \frac{p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k, m) p(\mathbf{X}_k, m | \mathbf{Z}_{0:k-1}, \mathbf{V}_{0:k})}{p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1}, \mathbf{V}_{0:k})} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{V}_k$ 是 $k$ 时刻的控制信息; $p(\mathbf{X}_k | \mathbf{V}_k, \mathbf{X}_{k-1})$ 为机器人的运动模型; $p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k, m)$ 为传感器观测模型。机器人的运动模型和传感器的观测模型均满足高斯分布,即

$$\left. \begin{aligned} & p(\mathbf{X}_k | \mathbf{V}_k, \mathbf{X}_{k-1}) = N(\mathbf{X}_k; \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}) \\ & p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k, m) = N(\mathbf{Z}_k; \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}, \mathbf{R}_k) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ , $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 分别是机器人的状态从 $k-1$ 时刻到 $k$ 时刻的预测值和它对应的一步预测误差协方差矩阵; $\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}$ , $\mathbf{R}_k$ 分别是根据状态预测值对传感器观测信息的估计和观测噪声协方差矩阵。

## 3 双尺度自适应容积卡尔曼滤波

分析式(4)可以发现,当 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{R}_k$ 精确时,

卡尔曼滤波器可以很好地估计出状态向量  $\mathbf{X}_k$ ，但在实际中，并无法获得精准的  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  和  $\mathbf{R}_k$ ，可以通过对  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  和  $\mathbf{R}_k$  进行估计来提高卡尔曼滤波器对  $\mathbf{X}_k$  的估计精度。此外扩展卡尔曼滤波在SLAM等非线性系统中有着较差的表现，故文献[19]就在容积卡尔曼滤波中通过对  $\mathbf{R}_k$  进行迭代估计提高了对  $\mathbf{X}_k$  的估计精度，但它并未对  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  进行估计，本文引入对  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  的估计，对概率密度  $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k})$  进行更准确的求解。通过递推变分贝叶斯理论将对  $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k})$  的求解过程拆分为预测和更新两个步骤。在式(4)中已经表明  $\mathbf{X}_k$  服从高斯分布，同时也可由式(4)判断出  $\mathbf{R}_k$  和  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  都是满足高斯分布的参量的协方差矩阵，因而它们的先验分布  $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1})$  和  $p(\mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1})$  都可认为是服从逆 Wishart 分布，即

$$\left. \begin{aligned} p(\mathbf{R}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1}) &= \text{IW}(\mathbf{R}_k; u_{k|k-1}, \mathbf{U}_{k|k-1}) \\ p(\mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) &= \text{IW}(\mathbf{P}_{k|k-1}; t_{k|k-1}, \mathbf{T}_{k|k-1}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中， $u_{k|k-1}$  和  $\mathbf{U}_{k|k-1}$  分别为  $p(\mathbf{R}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1})$  的自由度参数和逆尺度矩阵； $t_{k|k-1}$  和  $\mathbf{T}_{k|k-1}$  分别为  $p(\mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1})$  的自由度参数和逆尺度矩阵。故对  $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1})$  的预测步骤可表述为

$$\left. \begin{aligned} p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) &= p(\mathbf{X}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) \\ p(\mathbf{R}_k | \mathbf{Z}_{0:k-1}) p(\mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k-1}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

在更新步骤中，依据标准的变分贝叶斯方法，可以求得  $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k})$  的近似形式

$$p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k}) \approx q(\mathbf{X}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\mathbf{P}_{k|k-1}) \quad (7)$$

通过最小化  $p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k})$  与近似概率密度函数  $q(\mathbf{X}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\mathbf{P}_{k|k-1})$  之间的 Kullback-Leibler (KL) 距离，得到基于因子分解的近似概率密度函数  $q(\mathbf{X}_k)$ 、 $q(\mathbf{R}_k)$  和  $q(\mathbf{P}_{k|k-1})$ 。它们两者之间的 KL 距离模型参数为

$$\begin{aligned} & \text{KL}[q(\mathbf{X}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\mathbf{P}_{k|k-1}) || p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k})] \\ &= \int q(\mathbf{X}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\mathbf{P}_{k|k-1}) \\ & \quad \cdot \log_2 \left( \frac{q(\mathbf{X}_k) q(\mathbf{R}_k) q(\mathbf{P}_{k|k-1})}{p(\mathbf{X}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{P}_{k|k-1} | \mathbf{Z}_{0:k})} \right) \\ & \quad \cdot d\mathbf{X}_k d\mathbf{R}_k d\mathbf{P}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (8)$$

由式(8)可推断出， $q(\mathbf{X}_k)$  服从高斯分布， $q(\mathbf{R}_k)$  和  $q(\mathbf{P}_{k|k-1})$  均服从逆 Wishart 分布，即

$$\left. \begin{aligned} q(\mathbf{X}_k) &= N(\mathbf{X}_k; \mathbf{X}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) \\ q(\mathbf{R}_k) &= \text{IW}(\mathbf{R}_k; u_{k|k}, \mathbf{U}_{k|k}) \\ q(\mathbf{P}_{k|k-1}) &= \text{IW}(\mathbf{P}_{k|k-1}; t_{k|k}, \mathbf{T}_{k|k}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中，参量更新公式为式(10)，利用状态量预测  $\mathbf{X}_{k|k-1}$ 、状态估计  $\mathbf{X}_{k|k}$  和实际观测信息  $\mathbf{Z}_k$  更新

$\mathbf{U}_{k|k}$  和  $\mathbf{T}_{k|k}$ 。利用更新后的  $\mathbf{U}_{k|k}$  和  $\mathbf{T}_{k|k}$ ，解得相对更准确的  $\mathbf{R}_k$  和  $\mathbf{P}_{k|k-1}$  的估计值，为滤波提供一个更好的参数基础，并进行新的迭代更新，最终得到更准确的状态估计量  $\mathbf{X}_k$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_{k|k} &= \mathbf{U}_{k|k-1} + \mathbf{A}_k, & u_{k|k} &= u_{k|k-1} + 1 \\ \mathbf{T}_{k|k} &= \mathbf{T}_{k|k-1} + \mathbf{B}_k, & t_{k|k} &= t_{k|k-1} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_k = \frac{1}{2m} \left[ \sum_{i=1}^{2m} (\mathbf{Z}_k - h(\chi_{k|k,i}^j)) (\mathbf{Z}_k - h(\chi_{k|k,i}^j))^T \right] \quad (11)$$

文献[19]给出了在容积卡尔曼滤波中对  $\mathbf{A}_k$  的求解，如式(11)所示，其中  $\chi_{k|k,i}^j$  是对应容积点。接下来对在容积卡尔曼滤波中  $\mathbf{B}_k$  的求解进行推导， $\mathbf{B}_k$  的最初表达式为  $\mathbf{B}_k = \text{E}[(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1})(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1})^T]$ 。在卡尔曼滤波中  $\mathbf{X}_{k|k-1}$  已知，主要需要完成对  $m$  维状态向量  $\mathbf{X}_k$  的表示。式(9)中已经说明  $q(\mathbf{X}_k) = N(\mathbf{X}_k; \mathbf{X}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k})$ ，令  $\mathbf{X}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{Y} + \mathbf{X}_{k|k}$ ，其中  $\mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T = \mathbf{P}_{k|k}$ ， $\mathbf{Y}$  是辅助向量，可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \int \mathbf{X}_k \times N(\mathbf{X}_k; \mathbf{X}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}) d\mathbf{X}_k \\ &= \int (\mathbf{S}_k \mathbf{Y} + \mathbf{X}_{k|k}) \times N(\mathbf{S}_k \mathbf{Y} + \mathbf{X}_{k|k}; \mathbf{X}_{k|k}, \\ & \quad \mathbf{P}_{k|k}) d(\mathbf{S}_k \mathbf{Y} + \mathbf{X}_{k|k}) \\ &= \int (\mathbf{S}_k \mathbf{Y} + \mathbf{X}_{k|k}) \times N(\mathbf{Y}; \mathbf{0}, \mathbf{E}) d\mathbf{Y} \\ &= \int t(\mathbf{Y}) \times N(\mathbf{Y}; \mathbf{0}, \mathbf{E}) d\mathbf{Y} \end{aligned} \quad (12)$$

利用球面径向容积规则： $\int f(\mathbf{x}) \times N(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{E}) d\mathbf{x} \approx \sum_{i=1}^{2m} w_i \times f(\boldsymbol{\kappa}_i)$ ，其中  $w_i = 1/2m$ ， $\boldsymbol{\kappa}_i = \mathbf{E}_m^i \sqrt{m}$ ， $\mathbf{E}_m^i$  是  $m$  阶单位矩阵的第  $i$  列。可以推导得  $\mathbf{X}_k \approx \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} (\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m^i \sqrt{m} + \mathbf{X}_{k|k})$ ，这里的  $\mathbf{S}_k$  与容积卡尔曼滤波中的  $\mathbf{S}_{k-1|k-1}$  一样，分为正负两种情况。则

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \text{E}[(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1})(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1})^T] \\ &= \text{E} \left[ \left( \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} (\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m^i \sqrt{m} + \mathbf{X}_{k|k}) - \mathbf{X}_{k|k-1} \right) \right. \\ & \quad \cdot \left. \left( \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} (\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m^i \sqrt{m} + \mathbf{X}_{k|k}) - \mathbf{X}_{k|k-1} \right)^T \right] \\ &= \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} [(\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m^i \sqrt{m} + \mathbf{X}_{k|k} - \mathbf{X}_{k|k-1}) \\ & \quad \cdot (\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m^i \sqrt{m} + \mathbf{X}_{k|k} - \mathbf{X}_{k|k-1})^T] \end{aligned} \quad (13)$$

#### 4 DSACKF SLAM

在CKF中会将一组具有相同权值的采样点集

代入非线性模型进行计算，以解决非线性系统模型的估计问题。将双尺度自适应滤波的预测和更新两个过程应用到基于CKF的SLAM算法中，可得到自适应滤波SLAM算法DSACKF SLAM。假设移动机器人的运动模型和观测模型分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_k &= f(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{V}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{Z}_k &= h(\mathbf{X}_k) + \delta_k \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中， $\mathbf{w}_k$ 和 $\delta_k$ 分别是 $k$ 时刻的系统噪声和观测噪声，均服从高斯分布。 $\mathbf{V}_k$ 为移动机器人 $k$ 时刻接收到的控制信息。DSACKF SLAM算法的具体实施过程主要分为初始化、预测、逆Wishart分布的相关参数的初始赋值和迭代更新4个步骤，移动机器人最开始移动时需进行初始化。DSACKF SLAM算法实施步骤如下。

(1)初始化。初始化机器人的状态信息 $\mathbf{X}_0$ ，协方差矩阵 $\mathbf{P}_0$ ，系统噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q}_0$ ，观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_0$ 。

(2)预测。首先根据式(15)，利用 $k-1$ 时刻的状态向量 $\mathbf{X}_{k-1|k-1}$ 和协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ 构建容积点 $\chi_{k-1,i}$ 。其中 $m$ 是状态向量 $\mathbf{X}_{k-1|k-1}$ 的维数， $\mathbf{E}_m^i$ 是 $m$ 阶单位矩阵的第 $i$ 列， $\mathbf{S}_{k-1|k-1}$ 是 $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ 的Cholesky分解。

$$\left. \begin{aligned} \chi_{k-1,i} &= \mathbf{X}_{k-1|k-1} + \mathbf{S}_{k-1|k-1} \mathbf{E}_m^i \sqrt{m}, \\ & i = 1, 2, \dots, m \\ \chi_{k-1,i} &= \mathbf{X}_{k-1|k-1} - \mathbf{S}_{k-1|k-1} \mathbf{E}_m^i \sqrt{m}, \\ & i = m+1, m+2, \dots, 2m \\ \mathbf{S}_{k-1|k-1} \mathbf{S}_{k-1|k-1}^\top &= \mathbf{P}_{k-1|k-1} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

根据机器人的运动模型 $f(\cdot)$ 和构建好的容积点 $\chi_{k-1,i}$ 对 $k$ 时刻的状态向量进行预测，预测结果为

$$\left. \begin{aligned} \chi_{k|k-1,i} &= f(\chi_{k-1,i}, \mathbf{V}_k), \quad i = 1, 2, \dots, 2m \\ \mathbf{X}_{k|k-1} &= \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} \chi_{k|k-1,i} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

根据式(17)对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 进行计算

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k-1} &= \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\chi_{k|k-1,i} - \mathbf{X}_{k|k-1}) \\ & \cdot (\chi_{k|k-1,i} - \mathbf{X}_{k|k-1})^\top + \mathbf{Q}_k \end{aligned} \quad (17)$$

(3)逆Wishart分布相关参数的初始赋值。利用上一时刻估计的参数 $\mathbf{U}_{k-1|k-1}, u_{k-1|k-1}$ 和一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 对参数 $\mathbf{T}_{k|k-1}^1, t_{k|k-1}^1, \mathbf{U}_{k|k-1}^1, u_{k|k-1}^1$ 进行初始赋值。在赋值中 $n$ 是 $\mathbf{Z}_k$ 的维数， $\tau$ 是 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 的调节参数， $\tau > 0$ ， $\rho$ 是 $\mathbf{U}_{k-1|k-1}$ 的遗忘因子， $\rho \in (0, 1]$ 。

(4)迭代更新。更新过程由 $j = 1 : N$ 的循环构成，具体步骤如下：

(a)更新第 $j$ 次循环中的观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k^j$ 和一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}^j$ 。

(b)利用 $\mathbf{P}_{k|k-1}^j$ 重新计算容积点 $\chi_{k|k-1,i}^j$ 并更新观测估计量 $\mathbf{Z}_{k|k-1}^j$ 。

(c)更新增益矩阵 $\mathbf{K}_k^j$ 、状态量 $\mathbf{X}_{k|k}^j$ 和协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k}^j$ 。

(d)利用 $\mathbf{P}_{k|k}^j$ 计算容积点并根据式(10)—式(13)更新逆Wishart分布参数 $\mathbf{T}_{k|k-1}^{j+1}, \mathbf{U}_{k|k-1}^{j+1}$ 。

当循环结束时，可以得到最终的状态估计量 $\mathbf{X}_{k|k} = \mathbf{X}_{k|k}^N$ ；协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k}^N$ ；关于观测噪声的逆Wishart分布的参数 $\mathbf{U}_{k|k} = \mathbf{U}_{k|k-1}^{N+1}, u_{k|k} = u_{k|k-1}^1 + 1$ ，用于下一时刻移动机器人相关信息的求取。DSACKF SLAM算法如算法1所示。

## 5 算法的验证与分析

### 5.1 实验环境

为了研究所提出的DSACKF SLAM算法对移动机器人状态估计精度的影响，利用悉尼大学Tim Bailey发布的开源SLAM仿真器设置实验环境，对UKF SLAM, VB-ACKF SLAM和本文所提DSACKF SLAM算法进行仿真实验，所有的仿真实验都是在—台主频为3.60 GHz的Intel处理器，16 GB内存的计算机上完成的。

具体的实验环境如图1所示，是一个长100 m，宽90 m的室外环境区域，其中设置了移动机器人运动路径的14个关键路径点和28个静止的路标点，移动机器人从原点位置开始运动并要依次路过图1中设置的14个关键路径点。在移动机器人运动过程中，由传感器对路标点进行探测，获得的信息即为观测信息。实验中移动机器人的移动速度设置为4 m/s，转向角的最大值设置为35°，移动机器人两轮间距离为4 m，车载传感器所探测信息的最大距离和最大角度分别为30 m，180°，循环次数 $N$ 为5。移动机器人为前轮驱动并转向机器人，它的运动学模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= f(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{V}_k, \beta_k) + \mathbf{w}_k \\ &= \begin{bmatrix} X_{x,k-1} + \Delta t * V_k * \cos(X_{\theta,k-1} + \beta_k) \\ X_{y,k-1} + \Delta t * V_k * \sin(X_{\theta,k-1} + \beta_k) \\ X_{\theta,k-1} + \Delta t * V_k * \sin(\beta_k) / B \end{bmatrix} + \mathbf{w}_k \end{aligned} \quad (18)$$

其中， $\mathbf{X}_k = [X_{x,k}, X_{y,k}, X_{\theta,k}]^\top$ 是机器人的状态信息，3个信息分别是 $k$ 时刻 $X$ 轴的坐标 $X_{x,k}$ ， $Y$ 轴的坐标 $X_{y,k}$ 以及移动机器人的朝向角 $X_{\theta,k-1}$ ， $\Delta t$ 为内

## 算法1 DSACKF SLAM算法

滤波输入:  $\mathbf{X}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}, \mathbf{U}_{k-1|k-1}, \mathbf{Q}_k, \mathbf{Z}_k, f(\cdot), h(\cdot), \tau, \rho, u_{k-1|k-1}$

(1)预测: 依据式(15)–式(17)求取 $\mathbf{X}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k|k-1}$

(2)参数赋值:  $\mathbf{T}_{k|k-1}^1 = \tau \mathbf{P}_{k|k-1}, \mathbf{T}_{k|k-1}^1 = m + \tau + 1, \mathbf{B} = \sqrt{\rho} \mathbf{E}_n, \mathbf{U}_{k|k-1}^1 = \mathbf{B} \mathbf{U}_{k-1|k-1} \mathbf{B}^\top,$   
 $u_{k|k-1}^1 = \rho(u_{k-1|k-1} - n - 1) + n + 1$

for  $j = 1 : N$

(3)更新 $\mathbf{R}_k$ 和 $\mathbf{P}_{k|k-1}$

$u_{k|k} = u_{k|k-1}^1 + 1, \mathbf{T}_{k|k} = \mathbf{T}_{k|k-1}^1 + 1, \mathbf{R}_{k|k}^j = \mathbf{U}_{k|k-1}^j (u_{k|k} - n - 1)^{-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}^j = \mathbf{T}_{k|k-1}^j (\mathbf{T}_{k|k} - m - 1)^{-1}$

(4)重新计算容积点 $\chi_{k|k-1,i}^j$ 并更新新观测估计量 $\mathbf{Z}_{k|k-1}^j$

$\chi_{k|k-1,i}^j = \mathbf{X}_{k|k-1} + \mathbf{S}_{k|k-1,j} \mathbf{E}_m^i \sqrt{m}, i = 1, 2, \dots, m; \chi_{k|k-1,i}^j = \mathbf{X}_{k|k-1} - \mathbf{S}_{k|k-1,j} \mathbf{E}_m^i \sqrt{m}, i = m + 1, m + 2, \dots, 2m$

$\mathbf{S}_{k|k-1,j} \mathbf{S}_{k|k-1,j}^\top = \mathbf{P}_{k|k-1}^j$

$\mathbf{Z}_{k|k-1,i}^j = h(\chi_{k|k-1,i}^j), i = 1, 2, \dots, 2m; \mathbf{Z}_{k|k-1}^j = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} \mathbf{Z}_{k|k-1,i}^j$

(5)更新 $\mathbf{X}_{k|k}$ 和 $\mathbf{P}_{k|k}$

$\mathbf{K}_{k|k}^j = \left[ \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} (\chi_{k|k-1,i}^j - \mathbf{X}_{k|k-1}) (\mathbf{z}_{k|k-1,i}^j - \mathbf{Z}_{k|k-1}^j)^\top \right] \left[ \mathbf{R}_{k|k}^j + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} (\mathbf{z}_{k|k-1,i}^j - \mathbf{Z}_{k|k-1}^j) (\mathbf{z}_{k|k-1,i}^j - \mathbf{Z}_{k|k-1}^j)^\top \right]^{-1}$

$\mathbf{X}_{k|k}^j = \mathbf{X}_{k|k-1} + \mathbf{K}_{k|k}^j (\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k|k-1}^j), \mathbf{P}_{k|k}^j = \mathbf{P}_{k|k-1}^j - \mathbf{K}_{k|k}^j \mathbf{P}_{k|k-1}^j (\mathbf{K}_{k|k}^j)^\top$

(6)更新参数 $\mathbf{T}_{k|k-1}^{j+1}$ 和 $\mathbf{U}_{k|k-1}^{j+1}$

$\chi_{k|k,i}^j = \mathbf{X}_{k|k}^j + \mathbf{S}_{k|k,j} \mathbf{E}_m^i \sqrt{m}, i = 1, 2, \dots, m; \chi_{k|k,i}^j = \mathbf{X}_{k|k}^j - \mathbf{S}_{k|k,j} \mathbf{E}_m^i \sqrt{m}, i = m + 1, m + 2, \dots, 2m$

$\mathbf{S}_{k|k,j} \mathbf{S}_{k|k,j}^\top = \mathbf{P}_{k|k}^j$

$\mathbf{Z}_{k|k,i}^j = h(\chi_{k|k,i}^j), i = 1, 2, \dots, 2m$

$\mathbf{T}_{k|k-1}^{j+1} = \mathbf{T}_{k|k-1}^1 + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} (\chi_{k|k,i}^j - \mathbf{X}_{k|k-1}) (\chi_{k|k,i}^j - \mathbf{X}_{k|k-1})^\top, \mathbf{U}_{k|k-1}^{j+1} = \mathbf{U}_{k|k-1}^1 + \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{2m} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k|k-1}^j) (\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k|k-1}^j)^\top$

end for

$\mathbf{X}_{k|k} = \mathbf{X}_{k|k}^N, \mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k}^N, \mathbf{U}_{k|k} = \mathbf{U}_{k|k-1}^{N+1}, u_{k|k} = u_{k|k-1}^1 + 1$

滤波输出:  $\mathbf{X}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}, \mathbf{U}_{k|k}, u_{k|k}$

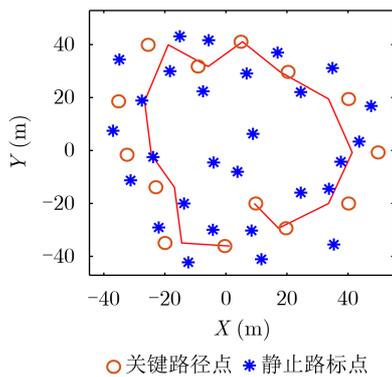


图1 仿真实验环境

部传感器采样间隔,  $V_k$ 和 $\beta_k$ 分别为 $k$ 时刻机器人的速度值和转向角,  $B$ 是移动机器人两轮间的距离,  $w_k$ 是移动机器人运行过程中的对应的系统噪声, 系统噪声主要由控制器输出的速度误差和角度误差确定, 当速度误差为0.1 m/s, 角度误差为 $2.5^\circ$ , 即 $(2.5\pi/180)$ 时, 对应控制器的输出误差协方差矩阵为 $\mathbf{Q} = \text{diag}[0.010 \ 0, 0.001 \ 9]$ 。观测模型为测距传感器距离-偏角模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_k &= h(\mathbf{X}_k) + \delta_k \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{(X_i - X_{x,k})^2 + (Y_i - X_{y,k})^2} \\ \arctan\left(\frac{Y_i - X_{y,k}}{X_i - X_{x,k}}\right) - X_{\theta,k} \end{bmatrix} + \delta_k \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{Z}_k = [Z_{xy,k}, Z_{\theta,k}]^\top$ 是机器人的观测信息, 分别表示传感器观测到的路标点移动到机器人的距离和方向夹角,  $X_i$ 和 $Y_i$ 分别是第 $i$ 个路标点的 $X$ 轴和 $Y$ 轴坐标,  $\delta_k$ 是对应的观测噪声, 观测噪声主要由车载传感器所探测的距离信息误差和角度误差确定, 设置距离信息误差为0.1 m, 角度误差为 $2^\circ$ , 即 $(2.0\pi/180)$ , 对应观测误差协方差矩阵为 $\mathbf{R} = \text{diag}[0.010 \ 0, 0.001 \ 2]$ 。

## 5.2 噪声时不变实验

在该次对比实验中, 设置控制器的输出误差协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_t = \text{diag}[0.020 \ 0, 0.003 \ 8]$ , 观测误差协方差矩阵为 $\mathbf{R}_t = \text{diag}[0.060 \ 0, 0.007 \ 2]$ 。3种SLAM算法的观测误差协方差矩阵初始值设置为 $\mathbf{Q}_0 = \text{diag}[0.010 \ 0, 0.001 \ 9]$ , 对应控制器的输出误差协方差矩阵初始值设置为 $\mathbf{R}_0 = \text{diag}[0.10, 0.02]$ 。并设置DSACKF

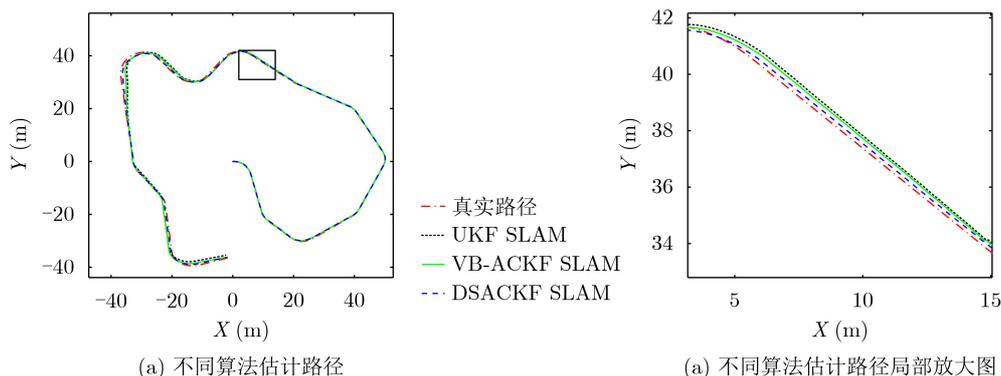


图2 不同算法仿真实验结果对比(噪声时不变)

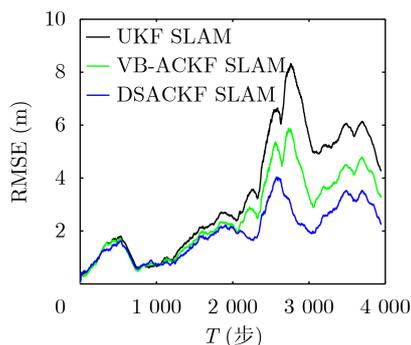


图3 不同算法位置均方根误差(噪声时不变)

SLAM算法的参数为 $\tau = 1$ ,  $\rho = 0.90$ ; VB-ACKF SLAM算法的参数 $\rho$ 依据文献[19]设置为0.90, 此时VB-ACKF SLAM算法性能为最优。

针对3种SLAM算法进行实验, 实验结果如图2所示, 其中图2(a)是移动机器人的运动轨迹, 图2(b)是它们的运动轨迹局部放大图, 从图2仍可以发现由DSACKF SLAM算法估计出的路径更接近于移动机器人的真实路径。图3是基于3种SLAM算法估计出的位置均方根误差对比情况, 横坐标 $T$ 表示移动机器人的运动步长, 共3945步。可以看出在噪声不变的情况下, DSACKF SALM算法估计出的路径位置均方根误差最小, 它的位置均方根误差最大值控制在了4.01 m, 而VB-ACKF SLAM算法和UKF SLAM算法的误差最大值在5.79 m和8.30 m。表1是3种算法所得的位置平均均方根误差、 $X$ 轴方向平均均方根误差和 $Y$ 轴方向平均均方根误差数据, 从中可以计算出DSACKF SALM算法相比较另外两种算法, 它的位置误差分别减小了0.62 m, 1.41 m,  $X$ 方向误差分别减小了0.46 m, 0.78 m,  $Y$ 方向误差分别减小了0.16 m, 0.63 m。综合考虑图2、图3和表1, 说明了在噪声不发生改变时, 相比较于另外两种算法, 所提出的DSACKF SLAM算法有着最好的估计精度, 验证了利用变分贝叶斯对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 进

表1 不同算法实验误差数据统计比较(噪声时不变)(m)

| 算法           | 位置误差   | $X$ 方向误差 | $Y$ 方向误差 |
|--------------|--------|----------|----------|
| DSACKF SLAM  | 1.9453 | 0.9418   | 1.0035   |
| VB-ACKF SLAM | 2.5629 | 1.3977   | 1.1651   |
| UKF SLAM     | 3.3561 | 1.7246   | 1.6316   |

行估计来提高SLAM算法的估计精度在噪声时不变的情况下成立。

### 5.3 噪声时变实验

设置观测误差协方差矩阵为 $\mathbf{R}_t = [4 + 2 \cos(\pi k / 200)] \times \mathbf{R} = [4 + 2 \cos(\pi k / 200)] \times \text{diag}[0.0100, 0.0012]$ , 设置控制器的输出误差协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_t = [3 + \cos(\pi k / 100)] \times \mathbf{Q} = [3 + \cos(\pi k / 100)] \times \text{diag}[0.0100, 0.0019]$ , 3种SLAM算法的观测误差协方差矩阵初始值设置为 $\mathbf{Q}_0 = \text{diag}[0.010\ 0, 0.001\ 9]$ , 对应控制器的输出误差协方差矩阵初始值设置为 $\mathbf{R}_0 = \text{diag}[0.10, 0.02]$ 。此外设置DSACKF SLAM的参数 $\tau = 1$ ,  $\rho = 0.90$ , VB-ACKF SLAM的参数 $\rho = 0.90$ 。

实验结果如图4所示, 图4(a)是基于不同算法的估计路径, 图4(b)是它们的估计路径区别不明显处局部放大图。从图4可以发现相比于VB-ACKF SLAM和UKF SLAM, 由DSACKF SLAM估计出的路径更接近于移动机器人的真实路径, 可以说明DSACKF SLAM算法的状态估计精度比另外两种算法的估计精度更高, 证明了利用变分贝叶斯对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 进行估计, 双尺度适应时变噪声可以有效提高SLAM算法状态估计精度。

图5是在噪声时变时, 对3种SLAM算法估计出的位置均方根误差对比情况。由图5可以看出DSACKF SALM算法估计出的路径位置均方根误差最小, UKF SLAM算法的误差最大, VB-ACKF SLAM算法的误差居中, 即DSACKF SALM算法估计出的状态量更接近真实值, 同时DSACKF SALM算法的位置均方根误差最大值控制在了8.78 m,

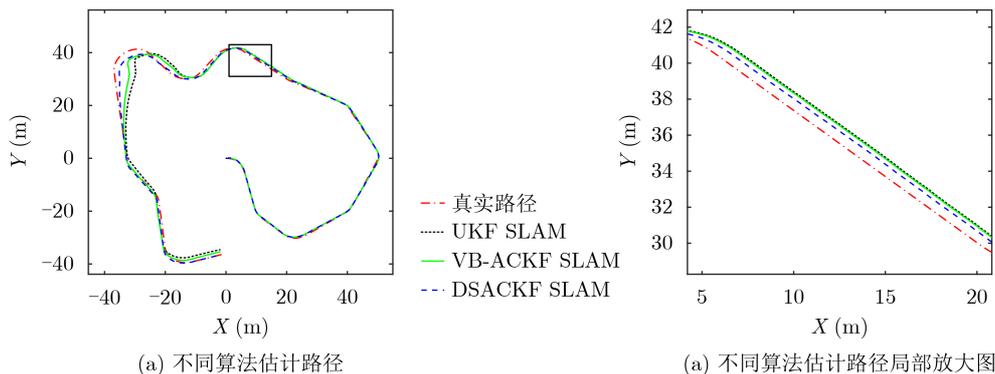


图4 不同算法仿真实验结果对比(噪声时变)

而VB-ACKF SLAM算法和UKF SLAM算法的误差最大值在13.38 m和20.66 m, 从估计精度角度进行分析, DSACKF SALM算法的估计精度比另外两种算法的估计精度更高。

对3945步的均方根误差进行均值求解, 可以得到平均均方根误差。表2是对3种SLAM算法进行实验后所得的位置平均均方根误差、X方向平均均方根误差和Y方向平均均方根误差数据, 从表中可以发现相比另外两种算法, DSACKF SALM算法的平均均方根误差最小, 其位置误差比VB-ACKF SLAM, UKF SLAM分别减小了1.54 m, 3.47 m, X方向误差分别减小了1.10 m, 2.04 m, Y方向误差分别减小了0.44 m, 1.44 m, 可以说明DSACKF SLAM算法的状态估计精度比另外两种算法的估计精度更高。与只对观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 进行估计的VB-ACKF SLAM算法进行对比, 可证明出通过更新 $\mathbf{B}_k$ 来对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 进行估计可以有效提高SLAM算法状态量的估计精度。可以得出, 无论系统噪声和观测噪声时变或时不变, 本文所提出的双尺度自适应噪声方法都可有效降低噪声对算法状态量估计精度的影响。

为了验证参数 $\tau$ 和 $\rho$ 的合理取值范围, 设置两组对比实验。其中表3是噪声时变,  $\tau$ 取值1,  $\rho$ 分别取0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 1.00时, 所提出的DSACKF SLAM算法估计出的均方根误差。从表3可以看出, 在 $\rho$ 取值0.90时, 本次试验的均方根误差最小,  $\rho$ 取值大于或小于0.90时, 相应均方根误差都会增大。当噪声保持时变时, 后验与先验的概率密度函数相似度较低, 故在 $\rho$ 取值大于0.90时, 算法性能会有一个降低的趋势。而 $\rho$ 取值过小时, 会造成先验信息的过多忽略, 也会影响到算法的性能。

表4是在噪声时变,  $\rho$ 取值0.90,  $\tau$ 分别取1, 2, 3, 4, 5时, 本文所提出的DSACKF SLAM算法估计出的均方根误差。从表4可以看出, 当 $\tau$ 在[1, 5]取值时, 随着取值的增大, 它们的均方根误差会适当变

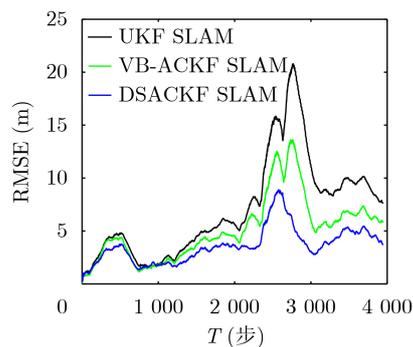


图5 不同算法位置均方根误差(噪声时变)

表2 不同算法实验数据统计比较(噪声时变)(m)

| SLAM算法       | 位置误差   | X方向误差  | Y方向误差  |
|--------------|--------|--------|--------|
| DSACKF SLAM  | 3.6133 | 1.8797 | 1.7336 |
| VB-ACKF SLAM | 5.1528 | 2.9840 | 2.1688 |
| UKF SLAM     | 7.0894 | 3.9145 | 3.1749 |

表3 不同参数 $\rho$ 实验数据统计比较(噪声时变)(m)

| 误差    | $\rho=0.80$ | $\rho=0.85$ | $\rho=0.90$ | $\rho=0.95$ | $\rho=1.00$ |
|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 位置误差  | 4.1226      | 3.9263      | 3.6133      | 3.7927      | 3.8025      |
| X方向误差 | 1.9917      | 1.8522      | 1.6031      | 1.6533      | 1.6021      |
| Y方向误差 | 2.1309      | 2.0741      | 2.0102      | 2.1394      | 2.2004      |

表4 不同参数 $\tau$ 实验数据统计比较(噪声时变)(m)

| 误差    | $\tau=1$ | $\tau=2$ | $\tau=3$ | $\tau=4$ | $\tau=5$ |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 位置误差  | 3.6133   | 3.7169   | 3.7928   | 3.8816   | 3.9325   |
| X方向误差 | 1.6031   | 1.6722   | 1.7141   | 1.7563   | 1.8121   |
| Y方向误差 | 2.0102   | 2.0447   | 2.0787   | 2.1253   | 2.1204   |

大, 综合考虑表2中DSACKF SALM算法估计出的路径位置均方根误差远小于VB-ACKF SLAM算法估计出的位置均方根误差, 说明DSACKF SALM算法比VB-ACKF SLAM算法具有更高的估计精度, 且[1, 5]是参数 $\tau$ 的合理取值范围。

## 6 结束语

针对在噪声时变的情况下, SLAM算法的状态估计精度较低这一问题, 本文提出一种基于变分贝叶斯的双尺度自适应时变噪声DSACKF SALM算法, 对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 进行建模, 并利用变分贝叶斯实现对 $\mathbf{X}_k$ ,  $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{R}_k$ 的联合估计, 并通过实验验证了所提算法的有效性。工作内容如下:

(1)将对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 的迭代更新引入到SLAM算法中并推导了更新公式, 提供了一种降低噪声对算法状态估计精度产生影响的方法。

(2)在系统噪声和观测噪声均时变的情况下, 与UKF SLAM, VB-ACKF SLAM算法进行对比实验, 本文所提算法的位置均方根误差分别减小了1.54 m, 3.47 m。验证了对一步预测误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 进行估计对提高算法估计精度的有效性并讨论了参数 $\tau$ 和 $\rho$ 的合理取值范围。

(3)在系统噪声和观测噪声时不变的情况下, 与UKF SLAM, VB-ACKF SLAM算法进行对比实验, 位置均方根误差分别减小了0.62 m, 1.41 m。验证了DSACKF SALM算法同样适用于时不变噪声的情况。

## 参考文献

- [1] DURRANT-WHYTE H and BAILEY T. Simultaneous localization and mapping: Part I[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2006, 13(2): 99–110. doi: [10.1109/MRA.2006.1638022](https://doi.org/10.1109/MRA.2006.1638022).
- [2] CHEN Chaoyang, HE Qi, YE Qiubo, *et al.* Simultaneous localization and mapping method based on improved cubature Kalman filter[J]. *Sensors and Materials*, 2021, 33(8): 2591–2606. doi: [10.18494/SAM.2021.3387](https://doi.org/10.18494/SAM.2021.3387).
- [3] ECKENHOFF K, GENEVA P, and HUANG Guoquan. MIMC-VINS: A versatile and resilient multi-IMU multi-camera visual-inertial navigation system[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2021, 37(5): 1360–1380. doi: [10.1109/TRO.2021.3049445](https://doi.org/10.1109/TRO.2021.3049445).
- [4] 陈孟元, 徐明辉. 基于自组织可增长映射的机器人仿生定位算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(4): 1003–1013. doi: [10.11999/JEIT200025](https://doi.org/10.11999/JEIT200025).  
CHEN Mengyuan and XU Minghui. Research on mobile robot bionic location algorithm based on growing self-organizing map[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(4): 1003–1013. doi: [10.11999/JEIT200025](https://doi.org/10.11999/JEIT200025).
- [5] GONG Zheng, LI J, LUO Zhipeng, *et al.* Mapping and semantic modeling of underground parking lots using a backpack LiDAR system[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021, 22(2): 734–746. doi: [10.1109/TITS.2019.2955734](https://doi.org/10.1109/TITS.2019.2955734).
- [6] 胡钊政, 刘佳慧, 黄刚, 等. 融合WiFi、激光雷达与地图的机器人室内定位[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(8): 2308–2316. doi: [10.11999/JEIT200671](https://doi.org/10.11999/JEIT200671).  
HU Zhaozheng, LIU Jiahui, HUANG Gang, *et al.* Integration of WiFi, laser, and map for robot indoor localization[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(8): 2308–2316. doi: [10.11999/JEIT200671](https://doi.org/10.11999/JEIT200671).
- [7] KIA S S, ROUNDS S, and MARTINEZ S. Cooperative localization for mobile agents: A recursive decentralized algorithm based on Kalman-filter decoupling[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2016, 36(2): 86–101. doi: [10.1109/MCS.2015.2512033](https://doi.org/10.1109/MCS.2015.2512033).
- [8] BLOESCH M, BURRI M, OMARI S, *et al.* Iterated extended Kalman filter based visual-inertial odometry using direct photometric feedback[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2017, 36(10): 1053–1072. doi: [10.1177/0278364917728574](https://doi.org/10.1177/0278364917728574).
- [9] LUO Jingwen and QIN Shiyin. A fast algorithm of SLAM based on combinatorial interval filters[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 28174–28192. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2838112](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2838112).
- [10] QIN Tong, LI Peiliang, and SHEN Shaojie. VINS-Mono: A robust and versatile monocular visual-inertial state estimator[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, 34(4): 1004–1020. doi: [10.1109/TRO.2018.2853729](https://doi.org/10.1109/TRO.2018.2853729).
- [11] CAO Yanjun and BELTRAME G. VIR-SLAM: Visual, inertial, and ranging SLAM for single and multi-robot systems[J]. *Autonomous Robots*, 2021, 45(6): 905–917. doi: [10.1007/s10514-021-09992-7](https://doi.org/10.1007/s10514-021-09992-7).
- [12] CAMPOS C, ELVIRA R, RODRÍGUEZ J J G, *et al.* ORB-SLAM3: An accurate open-source library for visual, visual-inertial, and multimap SLAM[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2021, 37(6): 1874–1890. doi: [10.1109/TRO.2021.3075644](https://doi.org/10.1109/TRO.2021.3075644).
- [13] 董星亮, 苑晶, 张雪波, 等. 室内环境下基于图像序列拓扑关系的移动机器人全局定位[J]. *机器人*, 2019, 41(1): 83–89,103. doi: [10.13973/j.cnki.robot.180100](https://doi.org/10.13973/j.cnki.robot.180100).  
DONG Xingliang, YUAN Jing, ZHANG Xuebo, *et al.* Mobile robot global localization based on topological relationship between image sequences in indoor environments[J]. *Robot*, 2019, 41(1): 83–89,103. doi: [10.13973/j.cnki.robot.180100](https://doi.org/10.13973/j.cnki.robot.180100).
- [14] WILLIAMS B, CUMMINS M, NEIRA J, *et al.* A comparison of loop closing techniques in monocular SLAM[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2009, 57(12): 1188–1197. doi: [10.1016/j.robot.2009.06.010](https://doi.org/10.1016/j.robot.2009.06.010).
- [15] CHOI K S and LEE S G. An enhanced CSLAM for multi-

- robot based on unscented Kalman filter[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2012, 10(1): 102–108. doi: [10.1007/s12555-012-0111-4](https://doi.org/10.1007/s12555-012-0111-4).
- [16] CHANDRA K P B, GU DAWEI, and POSTLETHWAITE I. Cubature Kalman filter based localization and mapping[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2011, 44(1): 2121–2125. doi: [10.3182/20110828-6-IT-1002.03104](https://doi.org/10.3182/20110828-6-IT-1002.03104).
- [17] JWO D J, YANG Chifan, CHUANG C H, *et al.* Performance enhancement for ultra-tight GPS/INS integration using a fuzzy adaptive strong tracking unscented Kalman filter[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 73(1/2): 377–395. doi: [10.1007/s11071-013-0793-z](https://doi.org/10.1007/s11071-013-0793-z).
- [18] 张文玲, 朱明清, 陈宗海. 基于强跟踪UKF的自适应SLAM算法[J]. *机器人*, 2010, 32(2): 190–195. doi: [10.13973/j.cnki.robot.2010.02.013](https://doi.org/10.13973/j.cnki.robot.2010.02.013).  
ZHANG Wenling, ZHU Mingqing, and CHEN Zonghai. An adaptive SLAM algorithm based on strong tracking UKF[J]. *Robot*, 2010, 32(2): 190–195. doi: [10.13973/j.cnki.robot.2010.02.013](https://doi.org/10.13973/j.cnki.robot.2010.02.013).
- [19] 张抒扬, 董鹏, 敬忠良. 变分贝叶斯自适应容积卡尔曼的SLAM算法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2019, 51(4): 12–18. doi: [10.11918/j.issn.0367-6234.201801013](https://doi.org/10.11918/j.issn.0367-6234.201801013).  
ZHANG Shuyang, DONG Peng, and JING Zhongliang. Adaptive cubature Kalman filtering SLAM algorithm based on variational Bayes[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2019, 51(4): 12–18. doi: [10.11918/j.issn.0367-6234.201801013](https://doi.org/10.11918/j.issn.0367-6234.201801013).
- 李帅永: 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为自动驾驶与环境感知技术、SLAM与自主导航、压缩感知与超分辨重构、工业无损检测理论等.
- 谢现乐: 男, 硕士生, 研究方向为移动机器人SLAM后端优化.
- 毛文平: 男, 硕士生, 研究方向为移动机器人路径规划.
- 杨雪梅: 女, 硕士生, 研究方向为移动机器人视觉SLAM回环检测算法.
- 聂嘉炜: 男, 硕士生, 研究方向为动态环境下SLAM视觉里程计.

责任编辑: 余蓉