

## 隐蔽可见光通信的基本性能限研究

王金元\*<sup>①</sup> 余鹏飞<sup>①</sup> 石佳炜<sup>①</sup> 林敏<sup>①</sup> 王俊波<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室 南京 210003)

<sup>②</sup>(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 211111)

**摘要:** 面向第6代移动通信的发展需求, 可见光通信(VLC)是一种极具发展潜力的室内覆盖方案。由于开放性和广播性, VLC的信息安全问题不容忽视。作为一种新型的信息安全技术, 隐蔽无线通信近年来得到了广泛研究。然而VLC和无线射频通信存在显著差异, 隐蔽无线通信的研究成果并不能直接运用在隐蔽VLC中。鉴于此, 该文对隐蔽VLC的基础理论进行了研究。首先, 在隐蔽性约束、信号非负性和平均光功率约束下, 建立了泛函优化问题, 得到了输入信号的最优分布为指数分布, 为隐蔽VLC的信号设计提供了参考。接着, 利用隐蔽性约束条件, 得到了发射机的平均光功率需满足的条件, 为发射机设定发送光功率提供了依据。然后, 在发射机已知或未知监视者信息情况下, 分别推导了隐蔽VLC可以隐蔽传输的最大信息量, 揭示了隐蔽VLC的基本性能限。最后, 数值结果对理论分析进行了验证。

**关键词:** 可见光通信; 隐蔽通信; 基本性能限

中图分类号: TN929.1

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2022)08-2619-10

DOI: 10.11999/JEIT220026

## Research on Fundamental Performance Limit of Covert Visible Light Communications

WANG Jinyuan<sup>①</sup> YU Pengfei<sup>①</sup> SHI Jiawei<sup>①</sup> LIN Min<sup>①</sup> WANG Junbo<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Key Laboratory of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

<sup>②</sup>(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 211111, China)

**Abstract:** Facing the development needs of the sixth-generation mobile communication, Visible Light Communication (VLC) is a promising indoor coverage candidate. Due to the open and broadcast features, the information security of VLC can not be ignored. As a novel information security technology, covert wireless communication has been widely investigated in recent years. However, there are significant differences between VLC and radio frequency wireless communication. The results of covert wireless communication can not be directly applied to covert VLC. In view of this, the basic theory of covert VLC is studied in this paper. First, under the constraints of covertness, nonnegativity and average optical power, a functional optimization problem is established. The optimal input distribution is obtained as an exponential distribution, which provides a reference for the signal design of covert VLC. Using the covertness constraint, the condition which should be satisfied by the transmitter's average optical power is obtained, it provides a basis for the transmitter to set the transmit power. Then, when the transmitter has or has not the knowledge of the warden's information, the maximum amounts of information that can be covertly transmitted by covert VLC are derived, which reveals the fundamental performance limit of covert VLC. Finally, numerical results verify the theoretical analysis.

**Key words:** Visible Light Communication (VLC); Covert communication; Fundamental performance limit

收稿日期: 2022-01-06; 改回日期: 2022-03-10; 网络出版: 2022-04-18

\*通信作者: 王金元 jywang@njupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金重点国际(地区)合作研究项目(61720106003), 宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室开放基金(JZNY202115)

Foundation Items: The Key International Cooperation Research Project (61720106003), The Open Research Foundation of Key Laboratory of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology (JZNY202115)

## 1 引言

在第5代移动通信如火如荼的建设过程中,中国、美国、日本等国家已开始进行第6代(The Sixth-Generation, 6G)移动通信技术的研发。在未来6G中,无线终端必将爆炸式地增长,无线传输的数据量也将达到空前规模。据预测,未来超过80%的数据业务将会发生在室内,因而室内无线通信将在6G中扮演重要角色。作为一种新型的室内无线通信技术,可见光通信(Visible Light Communication, VLC)成为极具发展潜力的覆盖方案。2021年6月,我国工信部IMT-2030 (6G)推进组发布《6G总体愿景与潜在关键技术》白皮书,将VLC列为6G十大潜在关键技术之一,进一步激发了学术界和产业界的研究热潮。

由于光线不能穿透墙壁,VLC具备比传统无线射频通信更高的安全性。然而,VLC仍具有开放性和广播性<sup>[1]</sup>,这些特性在为信息传递提供便利的同时,也为恶意用户窃听信息提供了可乘之机,这给合法用户的数据传输造成了潜在的安全隐患。具体地,当系统部署在公共区域或室内存在监视者时,VLC的安全性就很难得到保障。为了提高信息传输的安全性,VLC的物理层安全引起了广泛关注<sup>[2]</sup>。然而,这种安全传输策略仅对传输的内容进行保护,并不提供对传输检测行为的保护。为了防止通信行为被第三方非法检测,并保证通信的隐蔽性,必须寻求新的安全传输策略。

在这种背景下,隐蔽通信正成为一种实现强大安全性和隐私性的新技术。相比于传统的安全技术,它除了保护通信的内容,更重要的是隐藏通信行为的存在。在无线射频领域,隐蔽通信的研究已经取得了很多成果。文献<sup>[3]</sup>首次揭示了加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道下隐蔽无线通信的性能限——平方根法则,即发送者使用 $n$ 次信道最多可以向接收者可靠地隐蔽传输 $\mathcal{O}(\sqrt{n})$ 比特信息。该结论也可以推广到二进制对称信道<sup>[4]</sup>和离散无记忆信道<sup>[5]</sup>等。文献<sup>[6]</sup>考虑了隐蔽无线通信中发送信号的最优分布问题,证明了高斯分布的最优性。由于平方根法则对隐蔽通信可传输信息量的限制,当 $n \rightarrow \infty$ 时系统的可达隐蔽速率会趋于零。近年来,一些研究表明通过考虑噪声不确定性<sup>[7-9]</sup>、信道不确定性<sup>[10]</sup>、随机化传输时间<sup>[11]</sup>、随机化干扰<sup>[12]</sup>等不确定性条件,可以打破平方根法则的限制,实现正速率隐蔽无线通信。受到隐蔽无线通信的启发,将VLC和隐蔽通信技术相结合,构建新型的室内隐蔽VLC网络是十分有意义的。在隐蔽VLC中,当发射机在室内给接收机传输隐私信息

时,潜在的监视者可能会检测发射机的合法通信行为。若监视者检测到通信的存在,它就可能通过各种方式来破译其中的通信内容。为了防止隐私信息被监视者获取,发射机可通过调整输入信号分布、发射功率等物理层策略来隐藏通信行为,使监视者无法察觉到通信的存在,那么后续对通信内容的破译就无从谈起,因而可以从根源上保证通信的安全性。遗憾的是,在公开发表的文献中,隐蔽VLC的基础理论研究还未见报道。由于VLC和传统无线射频通信在信号特征、信道特性、功率需求等方面均存在显著差异,现有的隐蔽无线通信研究成果并不能直接运用在隐蔽VLC中。具体地,由于VLC信号的非负性等约束,隐蔽VLC的最优输入信号分布不再是高斯分布。隐蔽无线通信经典的平方根法则在隐蔽VLC中是否仍然适用也需要进一步讨论。

鉴于此,针对由发射机Alice、接收机Bob和监视者Willie构成的3节点隐蔽VLC网络,本文将对隐蔽VLC的基础理论进行研究,主要贡献包括以下3个方面:

(1) 推导了隐蔽VLC输入信号的最优分布。在隐蔽性约束、信号非负性和平均光功率约束下,建立了基于互信息最大化的泛函优化问题。利用熵幂不等式、相对熵条件和变分法,得到了最优输入信号为指数分布,为发射机信号设计提供了参考。

(2) 推导了隐蔽VLC中发射机平均光功率需要满足的条件。通过对隐蔽性约束条件进行简化,得到了Alice平均光功率可以设置的最大值,为发射机设定发送功率提供了参考。针对Alice已知和未知Willie信息的情况,本文分别讨论了Alice该如何设置发射光功率以保证隐蔽地传输信息。

(3) 推导了隐蔽VLC可以隐蔽传输的最大信息量,揭示了系统的隐蔽传输性能限。若Alice已知Willie的信息,则Alice可以利用 $n$ 次信道隐蔽地发送 $\mathcal{O}((h_B/h_W)^2)$ 比特的信息,其中 $h_B$ 和 $h_W$ 分别为通信信道和检测信道的信道增益;若Alice未知Willie的信息,则Alice可以发送 $\mathcal{O}(1)$ 比特的信息。可以看出,隐蔽VLC的性能限不再服从平方根法则。

本文其余部分的结构如下:第2节给出了隐蔽VLC系统模型;第3节推导了隐蔽VLC输入信号的最佳分布;第4节推导了系统的隐蔽传输性能限;第5节为数值结果;最后,第6节对本文进行了总结。

## 2 系统模型

考虑由发射机Alice、接收机Bob和监视者Willie构成的室内隐蔽VLC系统,如图1所示。Alice安装在天花板上,采用发光二极管(Light Emitting Diode, LED)发送可见光信号;Bob和Willie位于地

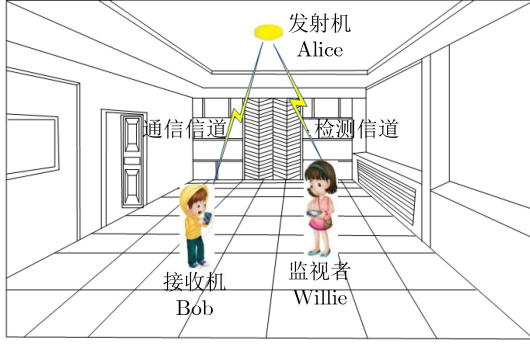


图1 室内隐蔽VLC系统模型

面, 使用光电二极管(Photodiode, PD)接收光信号, 并进行光电转换。在该系统中, Alice拟通过通信信道传送信息给Bob, 但不想被Willie发现。若Willie通过检测信道发现了通信的存在, 他就可以获取通信的内容并进行破译, 从而获取传输的机密信息。

在发射端, Alice使用 $n$ 次信道向Bob传输光信号矢量 $\mathbf{x} = \{x[i]\}_{i=1}^n$ , 其中 $x[i]$ 表示Alice使用第 $i$ 次信道所发送的实值光信号。由于发送信号被调制成瞬时光强, 故Alice发送的光信号需满足非负性, 即

$$x[i] \geq 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

此外, 实际VLC系统还要满足室内照明需求, 即平均光功率不能随时间变化, 但可以根据用户的调光目标进行调整。数学上, 考虑照明的平均光功率约束可以表示为

$$\mathbb{E}(x[i]) = \xi P, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$

其中,  $\mathbb{E}(\cdot)$ 表示求期望运算,  $\xi \in (0, 1]$ 表示调光目标,  $P$ 表示Alice处LED的平均光功率。

由文献[13]可知, VLC的信道增益 $h_k$  ( $k = B$ 或 $W$ )服从朗伯辐射模型, 可以表示为

$$h_k = \begin{cases} \frac{(m+1)A_r}{2\pi D_k^2} T_s g \cos^m(\varphi_k) \cos(\psi_k), & 0 \leq \psi_k \leq \Psi \\ 0, & \psi_k > \Psi \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $m$ 为朗伯辐射阶数;  $A_r$ 为PD的面积;  $D_k$ ,  $\varphi_k$ 和 $\psi_k$ 分别是Alice到Bob( $k = B$ )或到Willie( $k = W$ )的距离、辐照出射角和辐照入射角;  $T_s$ 和 $g$ 分别为光滤波器和光集中器的增益;  $\Psi$ 为PD的视场角。

## 2.1 通信信道性能表征

接收机Bob接收的电信号矢量记为 $\mathbf{z} = \{z[i]\}_{i=1}^n$ , 其中 $z[i]$ 表示Bob在第 $i$ 次信道接收到的电信号。Bob处的噪声矢量记为 $\mathbf{n}_B = \{n_B[i]\}_{i=1}^n$ , 其中 $n_B[i] \sim N(0, \sigma_B^2)$ 表示Bob处第 $i$ 次信道的AWGN<sup>[14]</sup>,  $\sigma_B^2$ 为噪声方差。进一步地,  $z[i]$ 可表示为

$$z[i] = r_B h_B x[i] + n_B[i] \quad (4)$$

其中,  $r_B$ 代表Bob处PD的光电转换因子,  $h_B$ 为通信信道的信道增益。

通信信道的性能可以由互信息表征。发送信号 $x[i]$ 和接收信号 $z[i]$ 之间的互信息可以表示为

$$I(x[i]; z[i]) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} p(x, z) \log_2 \frac{p(x, z)}{p(x)p(z)} dx dz \quad (5)$$

其中,  $p(x, z)$ 表示 $x[i]$ 和 $z[i]$ 的联合概率密度函数(Probability Density Function, PDF),  $p(x)$ 表示 $x[i]$ 的PDF,  $p(z)$ 表示 $z[i]$ 的PDF。由于 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{z}$ 中的元素都是独立同分布的, 因此有

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{z}) = n \cdot I(x[i]; z[i]) \quad (6)$$

## 2.2 检测信道性能表征

监视者Willie被动地观察并判断Alice的发送信号情况。Willie观察到的电信号矢量记为 $\mathbf{y} = \{y[i]\}_{i=1}^n$ , 其中 $y[i]$ 表示第 $i$ 次信道接收的电信号。Willie处的噪声矢量记为 $\mathbf{n}_W = \{n_W[i]\}_{i=1}^n$ , 其中 $n_W[i] \sim N(0, \sigma_W^2)$ 表示第 $i$ 次信道的AWGN,  $\sigma_W^2$ 为噪声方差。进一步地,  $y[i]$ 可表示为

$$y[i] = \begin{cases} n_W[i], & H_0 \\ r_W h_W x[i] + n_W[i], & H_1 \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $H_0$ 表示零假设, 即Alice没有发送信息;  $H_1$ 表示备择假设, 即Alice发送了信息。 $r_W$ 表示Willie处PD的光电转换因子,  $h_W$ 表示检测信道的信道增益。

在隐蔽通信中, 通常采用检测错误概率来衡量检测信道的性能。当Alice发射和不发射信号的先验概率相等时, Willie的检测错误概率 $P_e$ 可以表示为

$$P_e = (\alpha + \beta)/2 \quad (8)$$

其中,  $\alpha$ 表示虚警概率;  $\beta$ 表示漏检概率。从发射机Alice的角度看, 他希望 $P_e$ 越大越好, 这样即使Willie利用最佳检测器也检测不到Alice的传输行为。因此, 隐蔽性约束可以建模为

$$\alpha + \beta \geq 1 - \varepsilon \quad (9)$$

其中,  $\varepsilon$ 是预先设定的足够小的值, 以保证传输的信息足够隐蔽。

根据文献[15]的定理13.1.1, Willie的检测错误概率可转化为全变差距离, 即

$$\alpha + \beta = 1 - \mathcal{V}_T(p_1(\mathbf{y}), p_0(\mathbf{y})) \quad (10)$$

其中,  $p_0(\mathbf{y})$ 表示 $H_0$ 为真时Willie信道观测值的PDF,  $p_1(\mathbf{y})$ 表示 $H_1$ 为真时Willie信道观测值的PDF,  $\mathcal{V}_T(\cdot, \cdot)$ 表示全变差距离。



进一步地, 利用Pinsker不等式<sup>[16]</sup>, 可以将全变差距离转化为

$$\mathcal{V}_T(p_1(\mathbf{y}), p_0(\mathbf{y})) \leq \sqrt{\frac{\ln 2}{2} \mathcal{D}(p_1(\mathbf{y})||p_0(\mathbf{y}))} \quad (11)$$

其中,  $\mathcal{D}(\cdot||\cdot)$ 表示相对熵。

根据式(9)–式(11), 隐蔽性约束可以重新表示为

$$\mathcal{D}(p_1(\mathbf{y})||p_0(\mathbf{y})) \leq \frac{2\varepsilon^2}{\ln 2} \quad (12)$$

由于Willie通过 $n$ 次信道接收到的各符号之间是相互独立的, 噪声和传输符号之间也是相互独立的, 故Willie接收到的信号之间也是相互独立的。根据相对熵的链式法则, 有<sup>[16]</sup>

$$\mathcal{D}(p_1(\mathbf{y})||p_0(\mathbf{y})) = n\mathcal{D}(p_1(y[i])||p_0(y[i])) \quad (13)$$

根据式(12)和式(13), 隐蔽性约束可以表示为

$$\mathcal{D}(p_1(y[i])||p_0(y[i])) \leq \frac{2\varepsilon^2}{n \ln 2} \quad (14)$$

### 3 输入信号的最优分布

在传统隐蔽无线通信中, 通常采用高斯分布作为最优的输入信号分布<sup>[6]</sup>。然而, 隐蔽VLC需满足式(1)和式(2), 其输入信号不能是可取负值的高斯分布。本节将对隐蔽VLC输入信号的最优分布进行分析。

在隐蔽VLC中, 检测信道的隐蔽性可以由式(12)所示的隐蔽性约束表征, 而通信信道性能可以由式(6)所示的互信息表征。不失一般性地, 我们考虑第 $i$ 次信道传输。为了便于表示, 把 $x[i]$ ,  $y[i]$ ,  $z[i]$ ,  $n_B[i]$ 和 $n_W[i]$ 分别简写为 $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $n_B$ 和 $n_W$ 。为了得到最优的输入信号分布 $p(x)$ , 本节将在非负性约束、平均光功率约束和隐蔽性约束条件下最大化通信信道的互信息。数学上, 最优化问题可以建模为

$$\left. \begin{array}{l} \max_{p(x)} I(x; z) \\ \text{s.t.} \quad \mathbb{E}(x) = \int_0^{\infty} xp(x)dx = \xi P \\ \int_0^{\infty} p(x)dx = 1 \\ \mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y)) \leq \frac{2\varepsilon^2}{n \ln 2} \end{array} \right\} \quad (15)$$

可以看出, 问题式(15)为泛函优化问题, 很难求解。下面将分别对 $I(x; z)$ 和 $\mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y))$ 进行简化。

互信息 $I(x; z)$ 是关于 $p(x)$ 的复杂函数, 很难直接对 $I(x; z)$ 进行优化。鉴于此, 本节考虑推导互信息的一个下界。由式(4)可知, 当Alice给Bob发送信息时, 互信息可以表示为

$$I(x; z) = \mathcal{H}(r_B h_B x + n_B) - \mathcal{H}(n_B) \quad (16)$$

其中,  $\mathcal{H}(\cdot)$ 代表微分熵。根据熵幂不等式<sup>[16]</sup>, 互信息的下界可以表示为

$$I(x; z) \geq \frac{1}{2} \log_2 \left[ 1 + \frac{r_B^2 h_B^2 2^{2\mathcal{H}(x)}}{2\pi e \sigma_B^2} \right] \triangleq \mathcal{I} \quad (17)$$

可以看出, 任意取一个满足式(1)和式(2)的 $p(x)$ 代入 $\mathcal{I}$ 中, 都可以得到 $I(x; z)$ 的一个下界。为了使 $I(x; z)$ 尽可能地大, 应该使其下界 $\mathcal{I}$ 尽可能地大, 即使 $\mathcal{H}(x)$ 尽可能地大。

此外, 相对熵 $\mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y))$ 可以进一步表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y)) &= -\mathcal{H}_1(y) - \log_2 \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_W^2}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2\sigma_W^2 \ln 2} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p_1(y) dy \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\mathcal{H}_1(y)$ 表示Alice发送信号时Willie处的输出熵。进一步地,  $\int_{-\infty}^{\infty} y^2 p_1(y) dy$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p_1(y) dy &= \mathbb{E}[y^2] = \mathbb{E}[(r_W h_W x + n_W)^2] \\ &= r_W^2 h_W^2 \mathbb{E}(x^2) + \sigma_W^2 \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)代入式(18), 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y)) &= \frac{1}{2} \log_2 (2\pi\sigma_W^2) \\ &\quad + \frac{r_W^2 h_W^2 \mathbb{E}(x^2) + \sigma_W^2}{2\sigma_W^2 \ln 2} - \mathcal{H}_1(y) \end{aligned} \quad (20)$$

可以看出,  $\mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y))$ 的准确表达式也很难求解。本节将推导 $\mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y))$ 的一个上界。

根据熵幂不等式, 可得

$$\mathcal{H}_1(y) \geq \frac{1}{2} \log_2 \left[ r_W^2 h_W^2 2^{2\mathcal{H}(x)} + 2\pi e \sigma_W^2 \right] \quad (21)$$

将式(21)代入式(20), 可得相对熵 $\mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y))$ 的上界为

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y)) &\leq \frac{1}{2} \log_2 (2\pi\sigma_W^2) + \frac{r_W^2 h_W^2 \mathbb{E}(x^2) + \sigma_W^2}{2\sigma_W^2 \ln 2} \\ &\quad - \frac{1}{2} \log_2 \left[ r_W^2 h_W^2 2^{2\mathcal{H}(x)} + 2\pi e \sigma_W^2 \right] \triangleq \mathcal{J} \end{aligned} \quad (22)$$

可以看出, 任意取一个满足式(1)和式(2)的 $p(x)$ 代入 $\mathcal{J}$ 中, 都可以得到 $\mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y))$ 的一个上界。为了使 $\mathcal{D}(p_1(y)||p_0(y))$ 尽可能地小, 应该选择输入分布使 $\mathcal{J}$ 尽可能地小。不失一般性地, 本节选择使 $\mathcal{H}(x)$ 最大的输入分布。此时, 隐蔽性约束变为

$$\mathcal{J} \leq \frac{2\varepsilon^2}{n \ln 2} \quad (23)$$

基于式(17)和式(22)的分析, 为了使有效性和隐蔽性都更好, 应该使 $\mathcal{H}(x)$ 尽可能地大。因此, 优化问题式(15)转化为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{p(x)} \mathcal{H}(x) \\ & \text{s.t.} \int_0^{\infty} xp(x)dx = \xi P \\ & \int_0^{\infty} p(x)dx = 1 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

利用变分法求解优化问题式(24), 可得如下结论。

**结论1** 在隐蔽VLC中, 输入信号的最优分布为如下指数分布

$$p^*(x) = \frac{1}{\xi P} \exp\left(-\frac{1}{\xi P}x\right), \quad x \geq 0 \quad (25)$$

可以看出, 隐蔽VLC的最优信号分布不再是高斯分布, 而是指数分布。

**性质1** 在结论1中最优输入分布下, 通信信道的性能随着平均光功率 $P$ 的增大而变好。

**证明** 根据式(25), 信源熵可以表示为

$$\mathcal{H}(x) = \log_2(\xi Pe) \quad (26)$$

此时, 互信息的下界式(17)变为

$$I(x; z) \geq \frac{1}{2} \log_2 \left[ 1 + \frac{(r_B h_B \xi Pe)^2}{2\pi e \sigma_B^2} \right] \quad (27)$$

不难看出, 互信息的下界是平均光功率 $P$ 的增函数。证毕

**性质2** 在结论1中最优输入分布下, 检测信道的性能随着平均光功率 $P$ 的增大而变差。

**证明** 将式(26)代入 $\mathcal{J}$ , 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(P) = & \frac{1}{2} \log_2(2\pi\sigma_W^2) + \frac{2(r_W h_W \xi P)^2 + \sigma_W^2}{2\sigma_W^2 \ln 2} \\ & - \frac{1}{2} \log_2 \left[ (r_W h_W \xi Pe)^2 + 2\pi e \sigma_W^2 \right] \end{aligned} \quad (28)$$

对 $\mathcal{J}(P)$ 关于 $P$ 求导, 有

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{J}(P)}{dP} = & \left( \frac{2}{\sigma_W^2 e^2} - \frac{1}{(r_W h_W \xi Pe)^2 + 2\pi e \sigma_W^2} \right) \\ & \cdot \frac{(r_W h_W \xi)^2 P e^2}{\ln 2} \end{aligned} \quad (29)$$

因为

$$\frac{\sigma_W^2 e^2}{(r_W h_W \xi Pe)^2 + 2\pi e \sigma_W^2} = \frac{1}{\left(\frac{r_W h_W \xi P}{\sigma_W}\right)^2 + \frac{2\pi}{e}} < 1 \quad (30)$$

所以 $\sigma_W^2 e^2 < (r_W h_W \xi Pe)^2 + 2\pi e \sigma_W^2$ , 可得 $d\mathcal{J}(P)/dP > 0$ , 这表明 $\mathcal{J}(P)$ 随着 $P$ 的增加而单调递增。证毕

**性质3** 在结论1中最优输入分布下, 监视者Willie接收信号的PDF $p_1(y)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} p_1(y) = & \frac{1}{r_W h_W \xi P} \exp\left[\frac{\sigma_W^2}{2(r_W h_W \xi P)^2} - \frac{y}{r_W h_W \xi P}\right] \\ & \cdot \mathcal{Q}\left(\frac{\sigma_W^2 - r_W h_W \xi P y}{r_W h_W \xi P \sigma_W}\right) \end{aligned} \quad (31)$$

其中,  $\mathcal{Q}(x) = \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt / \sqrt{2\pi}$ 表示高斯 $Q$ 函数。

**证明** 根据式(7), Willie接收信号的PDF可以表示为

$$p_1(y) = \int_0^{\infty} p^*(x) p_{n_W}(y - r_W h_W x) dx \quad (32)$$

其中,  $p_{n_W}(x)$ 表示噪声 $n_W$ 的PDF。将式(25)代入式(32), 可得

$$\begin{aligned} p_1(y) = & \int_0^{\infty} \frac{1}{\xi P} \exp\left(-\frac{1}{\xi P}x\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_W} \\ & \cdot \exp\left[-\frac{(y - r_W h_W x)^2}{2\sigma_W^2}\right] dx \end{aligned} \quad (33)$$

经化简, 可得

$$\begin{aligned} p_1(y) = & \frac{1}{r_W h_W \xi P} \exp\left[\frac{\sigma_W^2}{2(r_W h_W \xi P)^2} - \frac{y}{r_W h_W \xi P}\right] \\ & \cdot \int_{-\infty}^{\frac{r_W h_W \xi P y - \sigma_W^2}{r_W h_W \xi P \sigma_W}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \end{aligned} \quad (34)$$

根据高斯 $Q$ 函数的定义, 可得式(31)。证毕

## 4 基本性能限

上一节推导了输入信号的最优分布, 本节将分析在最优输入信号分布条件下, 隐蔽VLC的隐蔽传输性能限, 即在对Willie隐蔽的前提下, Alice使用 $n$ 次信道最多可以可靠地给Bob传输的最大比特数。

### 4.1 检测信道性能

根据式(23), 满足隐蔽性约束的最大平均光功率为 $P^*$ 应该满足等式

$$\mathcal{J}(P^*) = \frac{2\varepsilon^2}{n \ln 2} \quad (35)$$

因此, 平均光功率应该满足 $P \leq P^*$ 。然而, 等式(35)很难求解。下面, 将 $\mathcal{J}(P)$ 转化为

$$\mathcal{J}(P) = \frac{(r_W h_W \xi P)^2}{\sigma_W^2 \ln 2} - \frac{1}{2 \ln 2} \ln \left( 1 + \frac{(r_W h_W \xi Pe)^2}{2\pi e \sigma_W^2} \right) \quad (36)$$

利用不等关系 $\ln(1+x) \geq x - x^2/2$ , 有

$$\mathcal{J}(P) \leq \frac{4\pi\sigma_W^2(4\pi - e)(r_W h_W \xi P)^2 + (r_W h_W \xi P)^4 e^2}{16\pi^2 \sigma_W^4 \ln 2} \quad (37)$$

再由式(35)和式(37), 可将隐蔽约束条件变为

$$\frac{4\pi\sigma_W^2(4\pi - e)(r_W h_W \xi P)^2 + (r_W h_W \xi P)^4 e^2}{16\pi^2 \sigma_W^4 \ln 2} \leq \frac{2\varepsilon^2}{n \ln 2} \quad (38)$$

经过进一步化简, 可得如下结论。

**结论2** 在隐蔽VLC中, Alice处LED的平均光功率 $P$ 需满足

$$P \leq \sqrt{\frac{\sigma_W^2}{(r_W h_W)^2} \frac{2\pi(4\pi - e)}{\xi^2 e^2} \left( \sqrt{1 + \frac{8\varepsilon^2 e^2}{n(4\pi - e)^2}} - 1 \right)} \triangleq P^* \quad (39)$$

这表明Alice要想隐蔽地给Bob传输信息, 其平均光功率需小于或等于 $P^*$ 。

实际上, Alice不一定知道Willie的信息(如 $\sigma_W^2$ ,  $h_W$ 和 $r_W$ ), 可设置Alice的平均光功率为

$$P = \sqrt{f(n) \frac{2\pi(4\pi - e)}{\xi^2 e^2} \left( \sqrt{1 + \frac{8\varepsilon^2 e^2}{n(4\pi - e)^2}} - 1 \right)} \quad (40)$$

其中,  $f(n) = \mathcal{O}(1)$ 代表 $f(n)$ 的一个渐近紧上界。

**性质4** 若Alice已知Willie噪声方差 $\sigma_W^2$ 的一个下界 $\hat{\sigma}_W^2$ (接收机的热噪声功率可作为噪声方差的下界)、信道增益 $h_W$ (可通过对Willie定位, 然后利用朗伯辐射模型计算)和光电转换因子 $r_W$ 的上界1(最好情况为1), 则它可以设置 $f(n) = \hat{\sigma}_W^2/h_W^2$ , 以满足隐蔽性约束 $\mathcal{J}(P) \leq 2\varepsilon^2/(n \ln 2)$ 。

**证明** 当设置 $f(n) = \hat{\sigma}_W^2/h_W^2$ 时, Alice处LED的平均光功率 $\hat{P}$ 可以表示为

$$\hat{P} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_W^2}{h_W^2} \frac{2\pi(4\pi - e)}{\xi^2 e^2} \left( \sqrt{1 + \frac{8\varepsilon^2 e^2}{n(4\pi - e)^2}} - 1 \right)} \quad (41)$$

由于 $\hat{\sigma}_W^2 \leq \sigma_W^2$ , 故 $\hat{P} \leq P$ 。由性质2知,  $\mathcal{J}(P)$ 是关于 $P$ 的单调增函数, 故 $\mathcal{J}(\hat{P}) \leq \mathcal{J}(P) \leq 2\varepsilon^2/(n \ln 2)$ 。

证毕

**性质5** 若Alice不知道Willie的噪声方差 $\sigma_W^2$ 、信道增益 $h_W$ 和光电转换因子 $r_W$ , 则它可以设置 $f(n) = \mathcal{O}(1)$ 以满足隐蔽性约束 $\mathcal{J}(P) \leq 2\varepsilon^2/(n \ln 2)$ , 其中 $\mathcal{O}(1)$ 代表 $f(n)$ 的一个渐近非紧上界。

**证明** 该证明类似于性质4的证明, 不再赘述。

#### 4.2 接收端Bob接收的最大隐蔽信息量

当Alice采用最佳输入分布发送信号时, 最大互信息的下界可以由式(27)表示。为了使Bob接

收信号的误码率趋于零, 系统的信息传输速率需要满足

$$R \leq \frac{1}{2} \log_2 \left[ 1 + \frac{(r_B h_B \xi P e)^2}{2\pi e \sigma_B^2} \right] \quad (42)$$

将式(40)代入式(42), 可得

$$R \leq \frac{1}{2} \log_2 \left[ 1 + \frac{(4\pi - e)(r_B h_B)^2}{e \sigma_B^2} \cdot f(n) \left( \sqrt{1 + \frac{8\varepsilon^2 e^2}{n(4\pi - e)^2}} - 1 \right) \right] \quad (43)$$

因而, 可以得到如下结论。

**结论3** 在隐蔽VLC中, Alice使用 $n$ 次信道可以隐蔽地向Bob传输的最大信息量的上界可以表示为

$$nR \leq \frac{n}{2} \log_2 \left[ 1 + \frac{(4\pi - e)(r_B h_B)^2}{e \sigma_B^2} \cdot f(n) \left( \sqrt{1 + \frac{8\varepsilon^2 e^2}{n(4\pi - e)^2}} - 1 \right) \right] \quad (44)$$

**性质6** 若Alice已知Willie的信息(即设置 $f(n) = \hat{\sigma}_W^2/h_W^2$ ), Bob可利用 $n$ 次信道隐蔽地接收 $\mathcal{O}((h_B/h_W)^2)$ 比特的信息; 若Alice未知Willie的信息(即设置 $f(n) = \mathcal{O}(1)$ ), Bob可接收 $\mathcal{O}(1)$ 比特的信息。

**证明** 当 $n$ 足够大时,  $8\varepsilon^2 e^2/[n(4\pi - e)^2] \rightarrow 0$ 。根据等价无穷小的概念, 当 $x \rightarrow 0$ 时, 有 $\sqrt{1+x} - 1 \sim x/2$ 。因此, 当 $n$ 足够大时, 有如下等价关系

$$\sqrt{1 + \frac{8\varepsilon^2 e^2}{n(4\pi - e)^2}} - 1 \sim \frac{4\varepsilon^2 e^2}{n(4\pi - e)^2} \quad (45)$$

因此, 式(44)可进一步表示为

$$nR \leq \frac{n}{2} \log_2 \left[ 1 + \frac{4(r_B h_B)^2 f(n) \varepsilon^2 e}{n(4\pi - e) \sigma_B^2} \right] \quad (46)$$

根据不等关系 $\ln(1+x) \leq x$ , 式(46)可进一步表示为

$$nR \leq \frac{2(r_B h_B)^2 f(n) \varepsilon^2 e}{(4\pi - e) \sigma_B^2 \ln 2} \quad (47)$$

当Alice已知Willie的信息(即令 $f(n) = \hat{\sigma}_W^2/h_W^2$ )时, 则有

$$nR \leq \frac{2\varepsilon^2 e \hat{\sigma}_W^2 r_B^2}{(4\pi - e) \sigma_B^2 \ln 2} \left( \frac{h_B}{h_W} \right)^2 \quad (48)$$

因此, Bob可以接收的最大隐蔽信息量的上界与 $(h_B/h_W)^2$ 有关, 当 $(h_B/h_W)^2$ 越大, 则Bob可接收的最大信息量就越多。此外, 当Alice未知Willie的信息(即令 $f(n) = \mathcal{O}(1)$ )时, 易得 $nR \leq \mathcal{O}(1)$ 。证毕

## 5 数值结果

本节通过数值仿真来验证系统性能。在不做

特别说明的情况下，本节采用式(25)作为最优输入分布，并设置 $\xi$ 为1，Bob处的 $\sigma_B^2$ ， $r_B$ 和 $h_B$ 分别为0 dB, 1和1，Willie处的 $\sigma_W^2$ ， $r_W$ 和 $h_W$ 分别为0 dB, 1和1。

图2对传统隐蔽无线通信和隐蔽VLC的收发信号进行了对比。图2(a)给出了不同电功率 $P$ 条件下隐蔽无线通信最优输入信号的PDF，它是一个高斯分布<sup>[6]</sup>。图2(b)给出了不同电功率 $P$ 条件下隐蔽无线通信中Willie接收信号的PDF，其中 $p_0(y)$ 为Alice不发送信号时Willie接收到的服从高斯分布的噪声；而 $p_1(y)$ 为Alice发送信号时Willie接收到的高

斯信号和高斯噪声的叠加信号，仍服从高斯分布。图2(c)则给出了不同光功率 $P$ <sup>[17]</sup>条件下隐蔽VLC最优输入信号的PDF，它是一个指数分布。图2(d)给出了不同光功率 $P$ 条件下隐蔽VLC中Willie接收信号的PDF，其中 $p_0(y)$ 是高斯噪声， $p_1(y)$ 由性质3获得。不难看出，虽然隐蔽无线通信和隐蔽VLC最佳输入信号有着很大的区别，但Willie接收到的信号都趋近于高斯分布，都可以实现隐蔽通信。此外，随着 $P$ 的增大， $p_0(y)$ 和 $p_1(y)$ 的相似度越来越差，通信行为越容易被Willie检测出来，因此Alice只有采用较小的功率才能保证更隐蔽地通信。

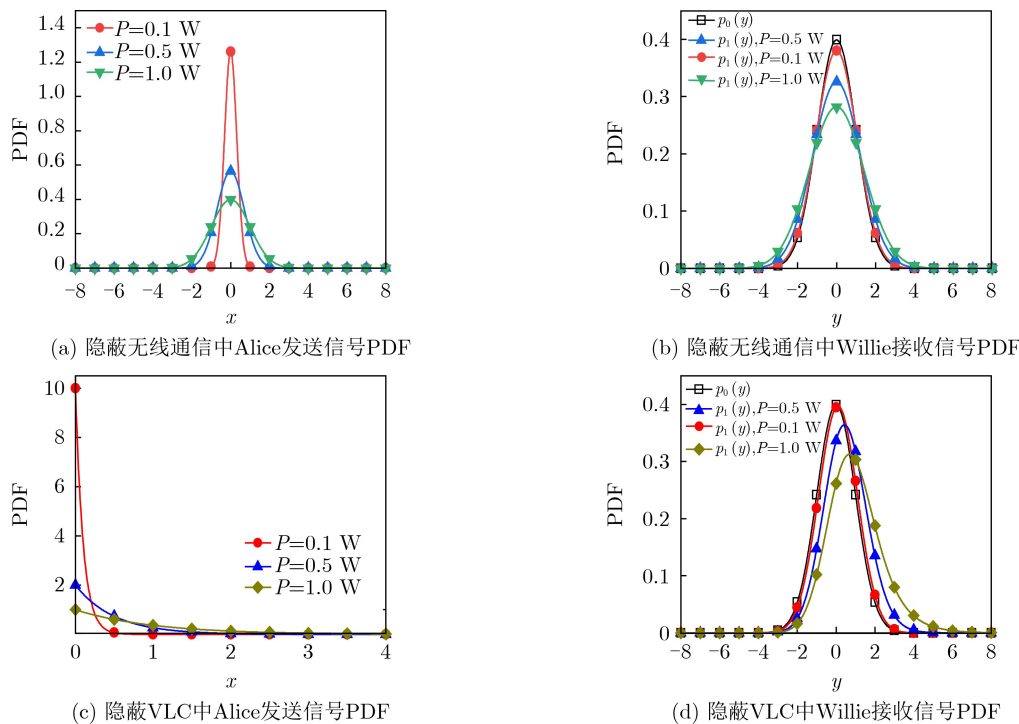


图2 传统隐蔽无线通信和隐蔽VLC的收发信号对比

图3展示了隐蔽VLC的隐蔽性和有效性之间的关系。从图3可以看出，随着平均光功率 $P$ 的增加，相对熵 $D(p_1(y)||p_0(y))$ 和互信息 $I(x; z)$ 均快速增加。这说明增大平均光功率有利于传输更多的信息，通信信道性能变得更好，验证了性质1。此外，增加平均光功率不利于信号的隐蔽，因为相对熵的增加可能会超过 $2\epsilon^2/(n \ln 2)$ ，这验证了性质2。因此，在实际隐蔽VLC系统中，需要折衷考虑系统的有效性和隐蔽性。

图4给出了当 $\epsilon = 0.1$ 时，传统隐蔽无线通信和隐蔽VLC的性能差异比较。为了便于比较，图中的功率 $P^*$ 表示经过转换后的电功率。假设Alice已知Willie的信息，图4(a)给出了最佳发送功率 $P^*$ 随着信道使用次数 $n$ 的变化关系。当 $n$ 增加时，传统隐

蔽无线通信和隐蔽VLC的 $P^*$ 均快速减小。这说明为了实现对Willie隐蔽传输，Alice必须以较小的功率发送信号。此外，对于固定的 $n$ ，传统隐蔽无线

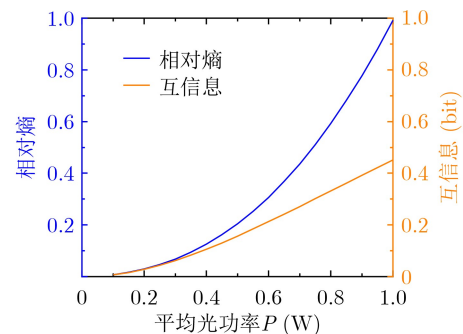


图3 隐蔽VLC中相对熵和互信息随平均光功率的变化关系

通信允许的 $P^*$ 总比隐蔽VLC的要大。图4(b)给出了最大传输速率 $R$ 的上界随 $n$ 的变化关系。可以看出,随着 $n$ 的增大, $R$ 的上界一直减小,这与性质6的分析一致。此外,当 $n$ 相同时,隐蔽无线通信的 $R$ 上界总比隐蔽VLC的大,这是由于同等条件下无线通信总能提供比VLC更大的发送功率。

图5给出了最大可传输信息量 $nR$ 随信道使用次数 $n$ 的变化关系。当 $n$ 较小时,最大可传输信息量随着 $n$ 的增加而逐渐增加;然而,当 $n$ 增大到一定值后,最大可传输信息量逐渐趋于一个恒定值,这与性质6分析结果相一致。此外,不同的隐蔽约束值 $\epsilon$ 也会影响最大可传输信息量。从图中可以看出,隐蔽约束值 $\epsilon$ 越大,可以传输的隐蔽信息越多。

在实际场景中, Bob和Willie的位置往往不是固定不变的,他们与Alice相对位置的变化会影响系统隐蔽传输性能。考虑一个房间大小为 $5\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$ 的室内VLC系统, Alice, Bob和Willie的位置分别记为 $(a, b, c)$ ,  $(d, e, f)$ 和 $(x, y, f)$ 。其它主要仿真参数如表1所示<sup>[13]</sup>。

图6给出了Alice最大可传输信息量上界随Willie位置变化的关系。可以看出,无论Bob是否位于Alice正下方,Willie距离Alice越近,最大可传输信息量的上界就越小。这是因为随着Willie靠近Alice,Willie的信道增益逐渐增大,而Bob的位置固定,其信道增益不变。因此Bob和Willie信道增益的比值就不断减小,最大可传输信息量的上界也不断减

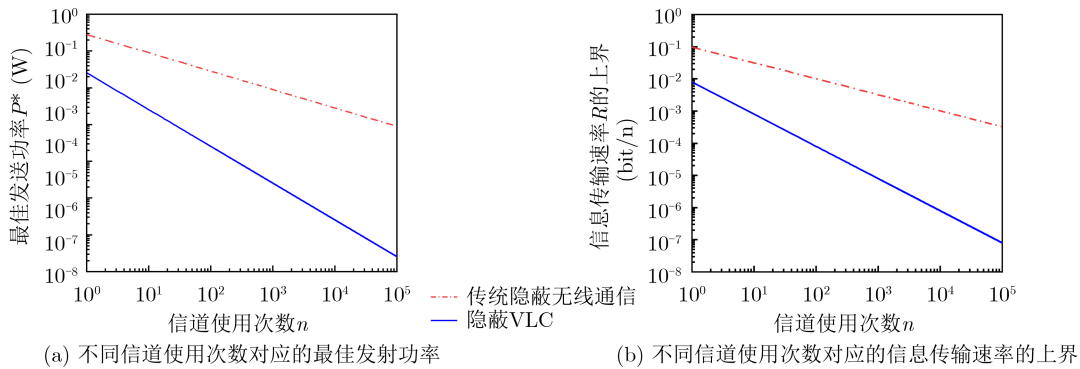


图4 当 $\epsilon = 0.1$ 时,传统隐蔽无线通信和隐蔽VLC的性能差异比较

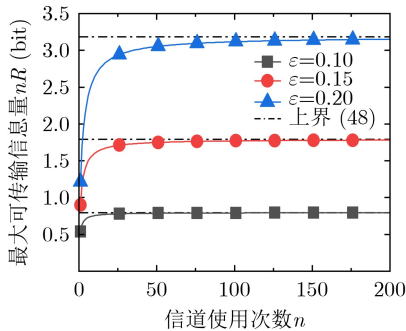
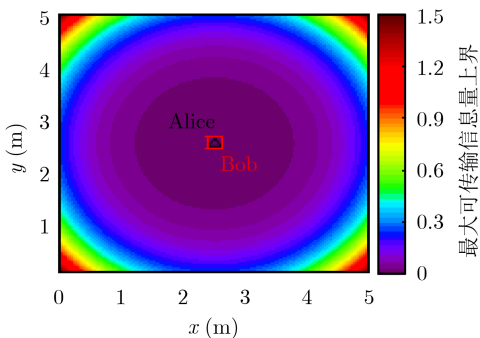


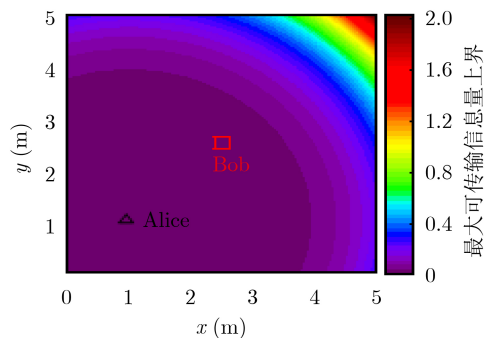
图5 当 $h_B/h_W = 10$ 时,最大可传输信息量和信道使用次数的关系

表1 室内VLC系统仿真参数

参数	数值
LED灯的高度 $c$	3 m
接收者和监测者的高度 $f$	0.85 m
朗伯指数阶数 $m$	1
光电二极管的物理面积 $A_r$	$1\text{ cm}^2$
光滤波器的增益 $T_s$	1
光学集中器的增益 $g$	1
光电二极管的视场角 $\Psi$	$60^\circ$
隐蔽约束值 $\epsilon$	0.10



(a)  $(a, b, c) = (2.5\text{ m}, 2.5\text{ m}, 3.0\text{ m})$



(b)  $(a, b, c) = (1.0\text{ m}, 1.0\text{ m}, 3.0\text{ m})$

图6 Willie处于不同位置, Bob的位置为 $(d, e, f) = (2.5\text{ m}, 2.5\text{ m}, 0.85\text{ m})$ 时最大可传输信息量上界



小。特别地, 当Willie位于Alice正下方时, 最大可传输信息量的上界达到最小值。

图7展示了当Willie位于Alice正下方时, 最大可传输信息量上界随Bob位置变化的关系。对于隐蔽VLC而言, 最坏的情况就是Willie位于Alice正下方时, 因为此时Willie的信道增益达到最大值。随Bob距离Alice正下方越近, 可以传输的信息量的上界就越大。当Bob处于房间的边缘时, 可传输信息量的上界达到最小。

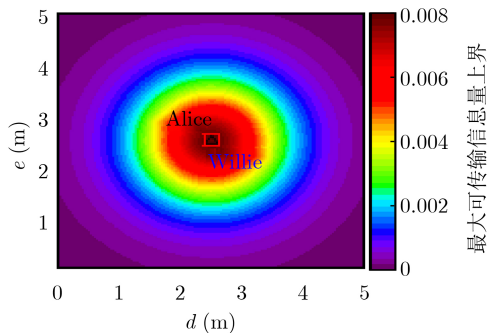


图7 当 $(a, b, c) = (2.5 \text{ m}, 2.5 \text{ m}, 3 \text{ m})$ 和 $(x, y, f) = (2.5 \text{ m}, 2.5 \text{ m}, 0.85 \text{ m})$ , Bob处于不同位置时最大可传输信息量上界

## 6 结束语

针对隐蔽VLC, 本文分析了输入信号的最优分布、发射机平均光功率需满足的条件和系统的隐蔽传输性能限。本文首先推导了发射机的最优输入信号分布为指数分布, 该分布在保证VLC达到最佳隐蔽性的同时, 也可以使传输的互信息下界达到最大。然后, 本文将最优输入信号分布代入隐蔽性约束, 得到了发射机平均光功率满足的条件。接着, 本文给出了隐蔽VLC使用 $n$ 次信道可以传输的最大信息量, 揭示了VLC的隐蔽性能限。最后, 数值结果验证了理论分析的正确性。本文理论分析结果可以为实际隐蔽VLC系统的设计提供理论支撑。下一步将考虑在系统中引入一些不确定性因素(如增加人工干扰等)来进一步提升系统的隐蔽传输性能。

## 参考文献

- [1] LIANG Yingbin, POOR H V, and SHAMAI S. Physical layer security in broadcast networks[J]. *Security & Communication Networks*, 2009, 2(3): 227–238. doi: 10.1002/sec.110.
- [2] WANG Jinyuan, LIU Cheng, WANG Junbo, et al. Physical-layer security for indoor visible light communications: Secrecy capacity analysis[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66(12): 6423–6436. doi: 10.1109/TCOMM.2018.2859943.
- [3] BASH B A, GOECKEL D, and TOWSLEY D. Limits of reliable communication with low probability of detection on AWGN channels[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(9): 1921–1930. doi: 10.1109/JSAC.2013.130923.
- [4] CHE P H, BAKSHI M, CHAN C, et al. Reliable, deniable and hidable communication[C]. 2014 Information Theory and Applications Workshop (ITA), San Diego, USA, 2014: 1–10. doi: 10.1109/ITA.2014.6804271.
- [5] WANG Ligong, WORNELL G W, and ZHENG Lizhong. Fundamental limits of communication with low probability of detection[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(6): 3493–3503. doi: 10.1109/TIT.2016.2548471.
- [6] YAN Shihao, CONG Yirui, HANLY S V, et al. Gaussian signalling for covert communications[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(7): 3542–3553. doi: 10.1109/TWC.2019.2915305.
- [7] GOECKEL D, BASH B, GUHA S, et al. Covert communications when the warden does not know the background noise power[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(2): 236–239. doi: 10.1109/LCOMM.2015.2507594.
- [8] HE Biao, YAN Shihao, ZHOU Xiangyun, et al. On covert communication with noise uncertainty[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(4): 941–944. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2647716.
- [9] ZHENG Mengfan, HAMILTON A, and LING Cong. Covert communications with a full-duplex receiver in non-coherent Rayleigh fading[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(3): 1882–1895. doi: 10.1109/TCOMM.2020.3041353.
- [10] WANG Jianquan, TANG Wanbin, ZHU Qiangqiang, et al. Covert communication with the help of relay and channel uncertainty[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2019, 8(1): 317–320. doi: 10.1109/LWC.2018.2872058.
- [11] BASH B A, GOECKEL D, and TOWSLEY D. Covert communication gains from adversary's ignorance of transmission time[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2016, 15(12): 8394–8405. doi: 10.1109/TWC.2016.2614502.
- [12] SOBERS T V, BASH B A, GUHA S, et al. Covert communication in the presence of an uninformed jammer[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2017, 16(9): 6193–6206. doi: 10.1109/TWC.2017.2720736.
- [13] KOMINE T and NAKAGAWA M. Fundamental analysis for visible-light communication system using LED lights[J].

- IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2004, 50(1): 100–107. doi: [10.1109/TCE.2004.1277847](https://doi.org/10.1109/TCE.2004.1277847).
- [14] LAPIDOTH A, MOSER S M, and WIGGER M A. On the capacity of free-space optical intensity channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(10): 4449–4461. doi: [10.1109/TIT.2009.2027522](https://doi.org/10.1109/TIT.2009.2027522).
- [15] LEHMANN E L and ROMANO J P. *Testing Statistical Hypotheses*[M]. 3rd ed. New York: Springer, 2005. doi: [10.1007/0-387-27605-X](https://doi.org/10.1007/0-387-27605-X).
- [16] COVER T M and THOMAS J A. *Elements of Information Theory*[M]. 2nd ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- [17] LEE K, PARK H, and BARRY J R. Indoor channel characteristics for visible light communications[J]. *IEEE Communications Letters*, 2011, 15(2): 217–219. doi: [10.1109/LCOMM.2011.010411.101945](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2011.010411.101945).
- 王金元: 男, 1986年生, 副教授, 研究方向为可见光通信、隐蔽通信、物理层安全、无人机通信等.
- 余鹏飞: 男, 1998年生, 硕士生, 研究方向为隐蔽可见光通信.
- 石佳炜: 男, 1998年生, 硕士生, 研究方向为隐蔽可见光通信.
- 林 敏: 男, 1972年生, 教授, 研究方向为无线光通信、卫星通信、阵列信号处理等.
- 王俊波: 男, 1979年生, 副教授, 研究方向为无线光通信.
- 责任编辑: 陈 倩