基于Rao-Blackwellised粒子滤波的相控阵导引头指向误差斜率在线估计

王 琪^{*} 廖志忠 燕 飞 (中国空空导弹研究院 洛阳 471009)

摘 要:针对相控阵导引头指向误差斜率对导弹制导系统带来的寄生回路振荡问题,该文提出一种指向误差斜率 在线估计的算法,并能同步估计出目标状态。基于Rao-Blackwellised粒子滤波(RBPF),将指向误差斜率和目标 状态同步估计问题分解为两个问题:一个是指向误差斜率的后验估计问题,另一个是以指向误差斜率估计为条件 的目标状态估计问题。该文给出了算法的推导过程,并进行了数字仿真验证。仿真结果表明,该文所提算法对于 相控阵导引头指向误差斜率的估计性能优良;并能同时准确估计出目标状态信息。采用此信息形成导引指令,可 以消除指向误差斜率对制导系统的不利影响,提高系统的稳定性和制导精度。

 关键词:相控阵导引头;指向误差斜率;目标状态;在线同步估计;Rao-Blackwellised粒子滤波

 中图分类号:TN911.72
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2022)09-3178-08

 DOI: 10.11999/JEIT210607

Online Estimation for Phased Array Seeker Pointing Error Slope Using Rao-Blackwellised Particle Filters

WANG Qi LIAO Zhizhong YAN Fei

(China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China)

Abstract: Considering the problem of parasitic loop oscillation caused by pointing error slope of phased array seeker for missile guidance system, an estimation algorithm of pointing error slope is proposed, and target state can be estimated synchronously. Based on the Rao-Blackwellised Particle Filters (RBPF), the simultaneous estimation of pointing error slope and target state is decomposed into two problems: one is the posterior estimation of pointing error slope, the other is the target state estimation conditional on the estimation of pointing error slope. The derivation process of the algorithm is given and the numerical simulation is carried out. The simulation results show that the algorithm proposed has better performance in estimating the pointing error slope of phased array seeker, and the target state information can be estimated accurately at the same time. Using this information to form the guidance command can eliminate the adverse effects of pointing error slope on the guidance system, and improve system stability and guidance accuracy.

Key words: Phased array seeker; Pointing error slope; Target state; Online simultaneous estimation; Rao-Blackwellised Particle Filters (RBPF)

1 引言

有源相控阵雷达(Active Electronically Scanned Array radar, AESA)采用有源相控阵天线 取代了平板缝阵天线,相控阵天线阵面由大量的发 射/接收(T/R)单元组成,通过控制每个单元的相 位和幅度在空间进行功率合成,形成需要的波束指 向^[1]。AESA具有波束指向灵活、自适应波束形 成、作用距离远、可靠性高、抗干扰性能好等优 点,已成为现代先进战斗机的标准配置。随着微电 子及微机械技术的发展,AESA已进入了由平板缝 阵天线技术主导的弹载雷达导引头领域,在各类战术导弹上得到了广泛的应用^[2]。

弹载相控阵雷达导引头由天线罩、有源相控阵 天线、频率综合器、信号处理机等组成^[3]。天线罩 的功能是承受导弹超音速飞行引起的结构和热载 荷。为减小阻力导弹天线罩为非半球形形状,当目 标回波穿过天线罩时存在折射效应,导致雷达接收 波束产生畸变,最终表现为出现视在目标角度误 差,称为瞄准线误差(Bore-Sight Error, BSE)^[4], 天线罩瞄准误差斜率(Bore-Sight Error Slope, BSES)是对天线罩引起的波束畸变的一种度量。另 一方面,通过控制相控阵天线每个T/R单元的相位 和幅度分配,得到相应的辐射方向图和波束指向。

收稿日期: 2021-06-21; 改回日期: 2021-09-28; 网络出版: 2021-10-22 *通信作者: 王琪 wangqibuaa@126.com

受T/R单元互耦和数字移相器有效位数的影响^[5], 相控阵天线波束指向同样存在误差。相控阵天线 指向误差和天线罩瞄准线误差两者共同构成了相控 阵导引头指向误差^[6]。相控阵导引头指向误差会影 响角度量测信息的准确性,在指向误差较大的情况 下会产生严重的寄生回路耦合问题,使制导系统发 生振荡,影响制导系统的稳定性和制导精度。对于 采用气动力控制的导弹,高空由于大气稀薄导弹攻 角时间常数增大,在导引头指向误差和攻角时间常 数都较大的情况下,在高空更易出现寄生回路振荡 问题^[7]。

在导弹制导飞行过程中,对天线罩瞄准线误差 或相控阵导引头指向误差进行在线估计与补偿,一 直是学术界和工业界的研究热点。在天线罩误差在 线估计方面,Willman^[8]和Zarchan等人^[9]提出了采 用自适应抖动的方法对天线罩误差斜率进行估计与 补偿。此方法对抖动信号的频率、幅值有较高要 求,而且施加的抖动信号也会影响导弹的制导性能。 Yueh^[10]和Lin等人^[11]首次提出了使用多模型滤波方 法估计天线罩误差斜率。曹晓瑞等人[12]和周荻等 人^[13]进一步研究了交互式多模型(Interacting Multiple Model, IMM)和扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)算法估计天线罩误差斜率。 多模型的方法需要精心设计各模型间的概率转移矩 阵以期达到理想的估计效果,但针对某一工况设计 的概率转移矩阵不能完全适应于天线罩误差斜率的 复杂变化情况。宗睿等人[14]研究了无迹卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filter, UKF)算法估计天线罩 误差斜率。UKF算法基于无迹变换(Unscented Transformation, UT)进行Sigma点采样,不必对非 线性系统作线性化处理。金鹏飞等人[15]研究了模型 参考自适应的方法估计天线罩误差斜率。对于相控 阵导引头指向误差, 文献[6]研究了相控阵导引头指 向误差对导弹制导系统的影响机理,并给出了3种 解决措施,包括基于IMM-EKF的在线估计方法; Lin等人^[16]给出了一种基于扩展状态Kalman滤波器 的方法估计天线罩误差斜率和波束指向误差斜率。

由于相控阵导引头指向误差的存在,使用相控 阵导引头估计目标状态可以看成是传感器端和目标 端两端状态都存在不确定性的问题,这与机器人同 步定位与制图(Simultaneous Localization And Mapping, SLAM)领域研究的问题是相似的。 SLAM需要在未知机器人位姿的前提下,同时完成 机器人位姿的估计和地标位置的估计,进而建立环 境地图^[17]。在SLAM领域,FastSLAM算法是Rao-Blackwellised粒子滤波(Rao-Blackwellised Particle Filters, RBPF)最为成功的应用实例,也是应用最为广泛的SLAM方法^[18-20]。文献[21]分析了Fast-SLAM算法的一致性收敛问题,FastSLAM的行为类似于一个非最优的局部搜索算法,在粒子数足够的情况下,FastSLAM算法可以在实践中产生良好的非随机估计值。

本文基于RBPF滤波算法提出一种新的相控阵 导引头指向误差斜率的估计方法,本方法可以同步 估计导引头指向误差斜率和目标状态,实现了在制 导跟踪运动目标的过程中,在线估计导引头指向误 差斜率,降低导引头指向误差对制导系统的不利影 响,提高系统的稳定性和制导精度。

2 相控阵导引头指向误差斜率对制导系统 的影响

对于完全稳定的相控阵导引头以及考虑指向误差斜率和气动力的相互作用,采用比例导引的制导系统动力学模型如图1所示⁶。

图1中符号说明: q_s 为惯性系导弹-目标视线角; ε 为导引头跟踪误差角; \dot{q} 为导弹-目标视线角速度; a_m 为导弹加速度; $\dot{\vartheta}$ 为弹体姿态角速度; T_1 为导引头 跟踪回路时间常数; T_N 为噪声滤波时间常数; N为 导航比; V_c 为导弹-目标接近速度; T_α 为攻角时间常数; V_m 为导弹速度; R为导引头指向误差斜率; φ'_b 为考 虑天线罩瞄准误差和相控阵天线指向误差后实际的 相控阵导引头波束指向角。

为进行寄生效应分析,断开图1中自动驾驶仪 的输入端,推导由自动驾驶仪输入端到导引律输出 端的开环传递函数^[4],开环传递函数见式(1)

$$= \frac{NV_c R(T_{\alpha}s+1)}{V_m(T_1s+1)(T_Ns+1)\left(\frac{s^2}{{\omega_n}^2} + \frac{2\zeta}{{\omega_n}s+1}\right)}$$
(1)

从式(1)可以看出,由于相控阵导引头指向误差斜率的存在(即R不为0),式(1)不为0,这表明当向自动驾驶仪输入一个加速度指令后,在导引律模块后会耦合输出一个加速度指令,此为寄生加速度



图 1 制导系统动力学模型

指令,表明制导系统存在寄生回路耦合,出现寄生 回路振荡效应,且随着*R*值的增大,制导系统寄生 振荡现象越明显。

根据相关文献[6],取相控阵导引头指向误差斜率*R*为0.02和0.05进行仿真,制导飞行过程中导弹姿态角变化情况如图2所示。



图 2 导弹姿态角

从图2的仿真结果可以看出,指向误差斜率越 大,导弹姿态角振荡越剧烈,说明寄生回路耦合效 应越严重。

3 基于RBPF的导引头指向误差斜率估计

Rao-Blackwellised粒子滤波算法通过分析将某 些变量边缘化来减小状态空间的大小;然后在减小 了的状态空间上进行粒子采样,以解决高维状态空 间中粒子滤波效率很低的问题^[18]。对于相控阵导引 头指向误差斜率对导引头测量信息的影响,可以采 用RBPF完成指向误差斜率的估计,并同步完成目 标状态的估计。

指向误差斜率和目标同步估计问题可分解成一 个指向误差斜率估计问题和以指向误差斜率估计为 条件的目标状态估计问题的集合。由于该问题满足 条件独立性,这种分解是精确的。对于指向误差斜 率和目标状态的同步估计问题,最普遍的情况是根 据导引头量测信息 $z^t = z_1, z_2, \dots, z_t$ 来完成指向误差 斜率 r^t 和目标状态 x^t 的估计。从概率的角度来说, 可用下面的后验概率来表示

$$p(\boldsymbol{r}^t, \boldsymbol{x}^t | \boldsymbol{z}^t) \tag{2}$$

这里使用上标t来表示直到时间t的一组变量。 该问题的条件独立性意味着后验概率可以被考虑成 如式(3)的形式

$$p(\boldsymbol{r}^{t}, \boldsymbol{x}^{t} | \boldsymbol{z}^{t}) = p(\boldsymbol{r}^{t} | \boldsymbol{z}^{t}) p(\boldsymbol{x}^{t} | \boldsymbol{r}^{t}, \boldsymbol{z}^{t})$$
(3)

这个因子分解是精确的,表示该问题可以分解 为两个估计问题:一个是指向误差斜率*r^t*的后验估 计问题,另一个是基于该误差斜率估计的目标状态 估计问题。

使用RBPF算法求解此问题时,使用粒子滤波 器实现指向误差斜率估计 $p(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t)$,通过式(3)的因 子分解后,粒子滤波器可以有效地从一个较小的空间采样,能很好地逼近后验概率。目标状态估计 $p(\mathbf{x}^t | \mathbf{r}^t, \mathbf{z}^t)$ 由EKF滤波器实现。因为目标状态估计是以指向误差斜率估计为条件的,所以粒子滤波器中的每个粒子都有自己的局部目标估计。因此,对于M个粒子和1个跟踪目标,共有M个扩展Kalman滤波器。

使用粒子滤波器估计式(3)中的指向误差斜率 后验概率 $p(\mathbf{r}^t | \mathbf{z}^t)$ 。每个粒子 $\mathbf{r}^{t,[m]} \in \mathbf{R}_t$ 表示对指向 误差斜率的"猜测"

$$\boldsymbol{R}_{t} = \left\{ \boldsymbol{r}^{t,[m]} \right\}_{M} = \left\{ \boldsymbol{r}_{1}^{[m]}, \boldsymbol{r}_{2}^{[m]}, \cdots, \boldsymbol{r}_{t}^{[m]} \right\}_{M}$$
(4)

这里用上标符号[m]来表示集合中的第m个粒子。假设指向误差斜率的变化满足1阶Markov过程,则可从t-1时间处的集合 R_{t-1} 递增采样t时间的粒子集 R_t

$$\boldsymbol{r}_t^{[m]} \sim p(\boldsymbol{r}_t | \boldsymbol{r}_{t-1}) \tag{5}$$

假设 R_{t-1} 中的粒子集服从分布 $p(r^{t-1}|z^{t-1})$,则新粒子集 R_t 的分布服从

$$p(\boldsymbol{r}^t | \boldsymbol{z}^{t-1}) = p(\boldsymbol{r}_t | \boldsymbol{r}_{t-1}) p(\boldsymbol{r}^{t-1} | \boldsymbol{z}^{t-1})$$
(6)

这种分布通常被称为粒子滤波的建议分布。以这种方式生成M个粒子后,每一个粒子 $r^{t,[m]}$ 的权重都是与所谓的重要性因子 $\omega_t^{[m]}$ 成比例的。 $\omega_t^{[m]}$ 按下式计算^[19]

$$\boldsymbol{\omega}_{t}^{[m]} = \frac{\text{TD}}{\text{PD}} = \frac{p(\boldsymbol{r}^{t,[m]}|\boldsymbol{z}^{t})}{p(\boldsymbol{r}^{t,[m]}|\boldsymbol{z}^{t-1})}$$
(7)

式(7)中分子为目标分布(Target Distribution, TD),分母为建议分布(Proposal Distribution, PD)。利用Bayes规则式(7)变为

$$\boldsymbol{\omega}_{t}^{[m]} = \frac{p(\boldsymbol{r}^{t,[m]}|\boldsymbol{z}^{t})}{p(\boldsymbol{r}^{t,[m]}|\boldsymbol{z}^{t-1})} \\
= \frac{p(\boldsymbol{z}_{t}|\boldsymbol{r}^{t,[m]},\boldsymbol{z}^{t-1})}{p(\boldsymbol{z}_{t}|\boldsymbol{z}^{t-1})} \cdot \frac{p(\boldsymbol{r}^{t,[m]}|\boldsymbol{z}^{t-1})}{p(\boldsymbol{r}^{t,[m]}|\boldsymbol{z}^{t-1})} \\
= \frac{p(\boldsymbol{z}_{t}|\boldsymbol{r}^{t,[m]},\boldsymbol{z}^{t-1})}{p(\boldsymbol{z}_{t}|\boldsymbol{z}^{t-1})} \tag{8}$$

由式(8)可得

$$\boldsymbol{\omega}_{t}^{[m]} \propto p(\boldsymbol{z}_{t} | \boldsymbol{r}^{t,[m]}, \boldsymbol{z}^{t-1}) \\
= \int p(\boldsymbol{z}_{t} | \boldsymbol{x}^{t}, \boldsymbol{r}^{t,[m]}, \boldsymbol{z}^{t-1}) p(\boldsymbol{x}^{t} | \boldsymbol{r}^{t,[m]}, \boldsymbol{z}^{t-1}) \mathrm{d} \boldsymbol{x}^{t} \\
\underline{\mathrm{Markov}} \int p(\boldsymbol{z}_{t} | \boldsymbol{x}_{t}, \boldsymbol{r}_{t}^{[m]}) p(\boldsymbol{x}_{t} | \boldsymbol{x}_{t-1}) p \\
\cdot (\boldsymbol{x}^{t-1} | \boldsymbol{r}^{t-1,[m]}, \boldsymbol{z}^{t-1}) \mathrm{d} \boldsymbol{x}^{t} \\
\propto \int p(\boldsymbol{z}_{t} | \boldsymbol{x}_{t}, \boldsymbol{r}_{t}^{[m]}) p(\boldsymbol{x}_{t} | \boldsymbol{x}_{t-1}) \mathrm{d} \boldsymbol{x}_{t} \tag{9}$$

式(9)表明粒子权值正比于以目标状态一步预 测值为条件的量测信息的概率。式(3)中的目标 估计*p*(*x*^t|*r*^t, *z*^t)使用EKF滤波器,由于此估计值以 指向误差斜率估计为条件,因此将扩展卡尔曼滤波 器附加到*R*_t中的每个粒子上。算法的一致性分析 见参考文献[21]。下面给出该算法在相控阵导引头 指向误差斜率和目标状态同步估计问题中的具体 实现。

4 算法实现

导弹制导信息滤波模型包括系统动态方程和观测方程^[22]。在惯性坐标系中建立系统动态方程

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{F}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{w}_k \tag{10}$$

式中, $\boldsymbol{x}_k = [\boldsymbol{r}_{o,k}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{v}_{t,k}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{r}_{o,k}$ 为导弹-目标相对 距离向量, $\boldsymbol{v}_{t,k}$ 为目标速度向量, $\boldsymbol{a}_{t,k}$ 为目标加速度 向量, $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{v}_{m,k}$ 为导弹速度向量。过程噪声 \boldsymbol{w}_k 为 0均值高斯白噪声向量,其方差阵记为 \boldsymbol{Q}_k 。目标机 动模型采用Singer模型进行建模^[23], $\rho = 1 - T/T_t$, T_t 为目标机动时间常数。

系数矩阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{3\times3} & T \cdot \boldsymbol{I}_{3\times3} & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_{3\times3} & T \cdot \boldsymbol{I}_{3\times3}\\ 0 & 0 & \rho \cdot \boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix}$$
(11)

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} -T \cdot \boldsymbol{I}_{3 \times 3} & \boldsymbol{0}_{3 \times 3} & \boldsymbol{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(12)

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{3\times3} & \boldsymbol{\theta}_{3\times3} & \boldsymbol{I}_{3\times3} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$
(13)

相控阵导引头可以测量出导弹-目标视线在弹体坐标系中的两个方向的指向角,即俯仰角*φ*_y和方位角*φ*_z,定义为

$$\phi_{y,k} = \operatorname{atan}(\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(3)/\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(1))$$

$$\phi_{z,k} = \operatorname{atan}\left(\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(2)/\sqrt{\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(1)^{2} + \boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(3)^{2}}\right)$$

$$(14)$$

式中, r_{ot} 为弹体坐标系中弹目距离矢量,按照式(15)计算 $r_{\text{ot}} = T_i^t \cdot r_o$ (15)

其中T_i为惯性系到弹体系的转换矩阵。

由于导引头指向误差斜率R为波束指向角的函数^[2],则考虑指向误差斜率后导引头测量信息变为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_{y,k} \\ \boldsymbol{\phi}_{z,k} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1 + \boldsymbol{r}_{y,k}) \cdot \operatorname{atan} (\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(3)/\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(1)) + \boldsymbol{\nu}_{y} \\ (1 + \boldsymbol{r}_{z,k}) \cdot \operatorname{atan} \left(\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(2) / \sqrt{\boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(1)^{2} + \boldsymbol{r}_{\operatorname{ot},k}(3)^{2}} \right) \\ + \nu_{z} \end{bmatrix}$$
(16)

式中, $\mathbf{r}_k = [\mathbf{r}_{y,k}, \mathbf{r}_{z,k}]^T$ 是两个方向的指向误差斜 率,量测噪声 $\boldsymbol{\nu} = [\boldsymbol{\nu}_y, \boldsymbol{\nu}_z]^T$ 为0均值高斯白噪声向 量,其协方差阵为 $\mathbf{R}_k = \text{diag}(\sigma^2, \sigma^2)$ 。量测模型为 非线性模型,可被简写为

$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{r}_k) + \boldsymbol{\nu} \tag{17}$$

设k时刻滤波器中有M个粒子,粒子的组成可以表示为

$$\boldsymbol{Y}_{k} = \left\{ \boldsymbol{r}_{k}^{[m]}, \boldsymbol{x}_{k}^{[m]}, \boldsymbol{P}_{k}^{[m]}, \boldsymbol{\omega}_{k}^{[m]} \right\}_{m=1:M}$$
(18)

式中, $r_k^{[m]}$ 为粒子m的指向误差斜率, $x_k^{[m]}$ 为粒子 m对应的目标状态向量, $P_k^{[m]}$ 为粒子m的协方差矩 阵, $\omega_k^{[m]}$ 为粒子m的权重。

粒子m对指向误差斜率在k+1时刻的采样值可以表示为

$$\boldsymbol{r}_{k+1}^{[m]} \sim p(\boldsymbol{r}_{k+1} | \boldsymbol{r}_k^{[m]})$$
 (19)

设 $r_{k+1}^{[m]}$ 服从以 $r_k^{[m]}$ 为中心的均匀分布。

根据式(10),粒子m对目标在k+1时刻的状态 一步预测值为

$$x_{k+1|k}^{[m]} = A x_k^{[m]} + F v_{m,k}$$
 (20)

在*k*+1时刻目标状态的协方差矩阵的一步预测为

$$\boldsymbol{P}_{k+1|k}^{[m]} = \boldsymbol{A} \boldsymbol{P}_{k}^{[m]} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B} \boldsymbol{Q}_{k} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$$
(21)

使用k+1时刻相控阵导引头量测信息更新系统状态。设粒子m在k+1时刻利用状态信息一步预测 值对量测信息的预测为

$$\hat{\boldsymbol{z}}_{k+1|k}^{[m]} = \boldsymbol{h} \left(x_{k+1|k}^{[m]}, \boldsymbol{r}_{k+1}^{[m]} \right)$$
(22)

从而k+1时刻的新息和新息协方差阵为

$$\tilde{\boldsymbol{z}}_{k+1}^{[m]} = \boldsymbol{z}_{k+1} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k+1|k}^{[m]}$$
(23)

$$\boldsymbol{S}_{k+1}^{[m]} = \boldsymbol{H}_{k+1}^{[m]} \boldsymbol{P}_{k+1|k}^{[m]} \left(\boldsymbol{H}_{k+1}^{[m]} \right)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_{k+1}$$
(24)

式中, z_{k+1} 为k+1时刻导引头量测信息。 H_{k+1} 为量 测方程 $h(x_{k+1|k}, r_{k+1})$ 对状态变量 $x_{k+1|k}$ 的偏导数。 滤波增益为

8波增 金 万

$$\boldsymbol{K}_{k+1}^{[m]} = \boldsymbol{P}_{k+1|k}^{[m]} \left(\boldsymbol{H}_{k+1}^{[m]} \right)^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{S}_{k+1}^{[m]} \right)^{-1}$$
(25)

则采用EKF算法对粒子m中的目标状态向量及 其协方差矩阵进行更新,有

$$\boldsymbol{x}_{k+1}^{[m]} = \boldsymbol{x}_{k+1|k}^{[m]} + \boldsymbol{K}_{k+1}^{[m]} \tilde{\boldsymbol{z}}_{k+1}^{[m]}$$
(26)

$$\boldsymbol{P}_{k+1}^{[m]} = \left[\boldsymbol{I} - K_{k+1}^{[m]} \boldsymbol{H}_{k+1}^{[m]} \right] \boldsymbol{P}_{k+1|k}^{[m]}$$
(27)

由式(9)可知,粒子权重正比于以目标状态一步预测值为条件的量测信息的概率,因此可取

$$\boldsymbol{\omega}_{k+1}^{[m]} = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \left| \boldsymbol{S}_{k+1}^{[m]} \right|^{1/2}} \\ \cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left(\tilde{\boldsymbol{z}}_{k+1}^{[m]} \right)^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{S}_{k+1}^{[m]} \right)^{-1} \tilde{\boldsymbol{z}}_{k+1}^{[m]} \right\} \quad (28)$$

对所有粒子的权重值进行归一化

$$\tilde{\omega}_{k+1}^{[m]} = \frac{\omega_{k+1}^{[m]}}{\sum_{m=1}^{M} \omega_{k+1}^{[m]}}$$
(29)

则*k*+1时刻指向误差斜率后验估计和目标状态的估计值为

$$\hat{r}_{k+1} = \sum_{m=1}^{M} r_{k+1}^{[m]} \tilde{\omega}_{k+1}^{[m]}
\hat{x}_{k+1} = \sum_{m=1}^{M} x_{k+1}^{[m]} \tilde{\omega}_{k+1}^{[m]}
\hat{P}_{k+1} = \sum_{m=1}^{M} P_{k+1}^{[m]} \tilde{\omega}_{k+1}^{[m]}$$
(30)

计算过程中需要根据有效粒子数是否满足指标 要求,判断是否进行重采样,以保证粒子的有效性^[24]。 有效粒子数**N**_{eff}按式(31)计算

$$\mathbf{N}_{\rm eff} = \frac{1}{\sum_{m=1}^{M} \left(\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{k+1}^{[m]}\right)^2} \tag{31}$$

当*N*_{eff}小于设定的最少粒子数时,进行重采 样。根据粒子权值大小,复制权值大的粒子,并删 除权值小的粒子,重新抽取*M*个粒子,并设每个粒 子的权值为1/*M*^[25]。

在计算算法复杂度方面,EKF的计算复杂度为 $O(n^2)$, n为状态向量的维数,UKF的计算复杂度 为 $O(n^3)^{[26]}$ 。RBPF的计算复杂度为 $O(M \cdot n^2)$,其 中M为粒子的数量。由于粒子数M大于状态向量维 数n,RBPF的计算量是三者中最大的。

5 数字仿真验证

进行导弹攻击飞机目标的仿真,仿真中假设导 弹和目标在同一水平面内飞行,仿真框图见图1, 仿真初始条件见表1。

导弹采用比例导引律进行制导,控制指令为 $a_c = NV_c \dot{q}$ (32) 式中,N为导航比, V_c 为导弹目标接近速度, \dot{q} 弹目视线角速度。 $\dot{q} = (r_o \times v_o)/|r_o|^2$, r_o 为弹目相对距离矢量, $v_o = v_t - v_m$ 为弹目相对速度矢量。

0	U	110 / 3 3 1	

表 1 仿真初始条件					
符号	定义	取值			
V_{T}	目标速度	$300 \mathrm{~m/s}$			
V_{M}	导弹速度	$600 \mathrm{~m/s}$			
D_0	导弹目标初始距离	$10000~{\rm m}$			
$ heta_{ m M}$	导弹初始偏角	15°			
$ heta_{ m T}$	目标飞行偏角	160°			

仿真中使用正弦信号模拟相控阵导引头指向误 差斜率*R*的真实变化,即

$$R = A\sin(2\pi \cdot f \cdot t) \tag{33}$$

式中,指向误差斜率幅值取A = 0.05,频率取 $f = {0.1 \text{ Hz}, 0.5 \text{ Hz}}$ 。相控阵导引头测角噪声以及RBPF 滤波器参数见表2。

仿真结果如下列图、表所示。图3、图4为典型 仿真条件下相控阵导引头指向误差斜率的估计值曲 线。图5为不同信噪比下、蒙特卡洛实验统计的 UKF算法和本文算法得到的指向误差斜率估值的 均方根误差曲线。综合两个频率下的仿真结果可以 看出,本文所提出的算法可以快速准确地估计出真 实的指向误差斜率,且对指向误差斜率的估计性能 优于UKF算法。

目标状态*x*_k的估值误差见图6,目标状态估值 误差的协方差阵计算结果见图7。在末制导过程中, 目标位置估计误差和速度估计误差在0附近波动、 没有发散现象,且图7中目标估值误差的协方差呈 现收敛状态,表明了目标状态估计收敛、算法稳定。

表 2 仿真参数

符号	定义	取值
SNR	信噪比	$25 \mathrm{~dB}$
σ_R	导引头角度测量噪声	$1 \mathrm{mrad}$
M	粒子数	100
[a,b]	均匀分布区间	[-0.06, 0.06]



将采用RBPF算法得到的目标状态估计值*x*_k代入导引律中计算导弹需用加速度,可得到平稳的、 无振荡的加速度指令,利用此加速度指令控制导弹 飞行可以保证制导系统的稳定性,制导飞行过程中 导弹姿态角变化曲线如图8所示,攻击弹道如图9所 示。可以看出,制导系统稳定性得到大幅度改善,脱 靶量从20.13 m降至0.48 m,制导精度明显提高。



图 5 指向误差斜率估值的均方根误差(RMSE)



6 结论

相控阵导引头指向误差斜率会带来严重的寄生 回路耦合问题,影响导弹制导系统的稳定性和制导 精度。针对这一问题,本文基于Rao-Blackwellised 粒子滤波提出了一种相控阵导引头指向误差斜率和 目标状态同步估计的新方法。

本文算法可以对导引头指向误差斜率进行有效 估计,并同时准确估计出目标状态信息;利用此方 法估计出的目标状态信息形成控制指令,可以消除 寄生回路耦合振荡问题,提高导弹制导系统的稳定 性和制导精度。



参考文献

- MANCUSO Y, GREMILLET P, and LACOMME P. T/R-Modules technological and technical trends for phased array antennas[C]. 2005 European Microwave Conference, Paris, France, 2006: 4.
- [2] 樊会涛, 闫俊. 相控阵制导技术发展现状及展望[J]. 航空学报,
 2015, 36(9): 2807-2814.

FAN Huitao and YAN Jun. Development and Outlook of active electronically scanned array guidance technology[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(9): 2807–2814.

 [3] 赵鸿燕.国外相控阵雷达导引头技术发展研究[J].航空兵器, 2018(3):11-17.

ZHAO Hongyan. Research on overseas phased array radar seeker technology development[J]. *Aero Weaponry*, 2018(3): 11–17.

- [4] NESLINE F W and ZARCHAN P. Line-of-sight reconstruction for faster homing guidance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1985, 8(1): 3-8. doi: 10. 2514/3.19927.
- [5] 王迪,王雪梅,何岷,等.基于有源单元方向图等效法的弹载相 控阵天线互耦补偿[J].科学技术与工程,2019,19(32): 194-198. doi: 10.3969/j.issn.1671-1815.2019.32.028.
 WANG Di, WANG Xuemei, HE Min, et al. Mutual coupling compensation of missile-loaded phased array antenna based on active element pattern equivalent method[J]. Science Technology and Engineering, 2019, 19(32): 194-198. doi: 10.3969/j.issn.1671-1815.2019.32.028.
- [6] 廖志忠,王琪. 雷达导引头指向误差对导弹制导的影响与对策
 [J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(2): 519-525.
 LIAO Zhizhong and WANG Qi. Influence and countermeasures of radar seeker pointing error on missile guidance[J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43(2): 519-525.
- [7] YU Jing, LU Zhiyi, LI Xiangping, et al. Performance analysis of beam error parasitic loop of phased array radar seeker[J]. Icg, 2018, 14(11): 2752–2759.
- [8] WILLMAN W. Radome compensation using adaptive dither[R]. AAAI-98-4415, 1998.
- [9] ZARCHAN P and GRATT H. Adaptive Radome compensation using dither[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(1): 51–57. doi: 10.2514/2.4370.
- [10] YUEH W R. Adaptive estimation scheme for radome error calibration[C]. The 22nd IEEE Conference on Decision and

Control, San Antonio, USA, 1983: 546–551.

- [11] LIN J M and CHAU Y F. Radome slope compensation using multiple-model Kalman filters[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(3): 637-640. doi: 10.2514/3.21438.
- [12] 曹晓瑞,董朝阳, 王青, 等. 基于EKF的天线罩误差斜率多模型 估计方法[J]. 航空学报, 2010, 31(8): 1608–1613.
 CAO Xiaorui, DONG Chaoyang, WANG Qing, et al.
 Radome slope estimation using multiple model based on EKF[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(8): 1608–1613.
- [13] 周荻,李君龙,袁字祺. 一种雷达导引头天线罩斜率误差实时 估计方法[J]. 现代防御技术, 2020, 48(5): 1-9. doi: 10.3969/j. issn.1009-086x.2020.05.001.

ZHOU Di, LI Junlong, and YUAN Yuqi. An real-time estimation algorithm for slope error of Radome of radar seeker[J]. *Modern Defence Technology*, 2020, 48(5): 1–9. doi: 10.3969/j.issn.1009-086x.2020.05.001.

[14] 宗睿,林德福,兰玲,等.考虑天线罩误差的雷达导引头隔离度
 影响与UKF在线补偿[J].北京理工大学学报,2016,36(12):
 1269–1278.

ZONG Rui, LIN Defu, LAN Ling, *et al.* Influence of radar seeker disturbance rejection rate with Radome error and online compensation with UKF[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2016, 36(12): 1269–1278.

- [15] 金鹏飞,于剑桥,艾晓琳,等. 基于模型参考自适应的天线罩误差斜率估计[J]. 弹箭与制导学报, 2018, 38(6): 135–139. JIN Pengfei, YU Jianqiao, AI Xiaolin, et al. Estimation of Radome boresight error slope based on model reference adaptive system[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2018, 38(6): 135–139.
- [16] LIN S Y, LIN Defu, and WANG Wei. A Novel online estimation and compensation method for strapdown phased array seeker disturbance rejection effect using extended state Kalman filter[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 172330–172340. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2956256.
- JIA Danping, DUAN Guangxue, WANG Nan, et al. Simultaneous localization and mapping based on Lidar[C]. The 2019 Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Nanchang, China, 2019: 5528-5532.
- [18] DOUCET A, DE FREITAS N, MURPHY K P, et al. Rao-Blackwellised particle filtering for dynamic Bayesian networks[C]. The 16th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, San Francisco, USA, 2000: 176–183.
- $\left[19\right]$ MONTEMERLO M, THRUN S, KOLLER D, et al. .

FastSLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem[C]. The Eighteenth National Conference on Artificial Intelligence, Edmonton, Canada, 2002: 593–598.

- [20] GRISETTI G, STACHNISS C, and BURGARD W. Improved techniques for grid mapping with Rao-Blackwellized particle filters[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, 23(1): 34-46. doi: 10.1109/TRO.2006. 889486.
- [21] BAILEY T, NIETO J, and NEBOT E. Consistency of the FastSLAM algorithm[C]. 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, USA, 2006: 424–429.
- [22] ZARCHAN P. Tactical and Strategic Missile Guidance[M].6th ed. Virginia: AIAA Inc. , 2012: 656–660.
- [23] SINGER R A and STEIN J J. An optimal tracking filter for processing sensor data of imprecisely determined origin in surveillance systems[C]. 1971 IEEE Conference on Decision and Control, Miami, USA, 1971: 171–175.

- [24] ARULAMPALAM M S, MASKELL S, GORDON N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2): 174–188. doi: 10.1109/ 78.978374.
- [25] DOUC R and CAPPE O. Comparison of resampling schemes for particle filtering[C]. ISPA 2005. Proceedings of the 4th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis, Zagreb, Croatia, 2005: 64–69.
- [26] JULIER S J and UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401–422. doi: 10.1109/JPROC.2003.823141.
- 王 琪:男,高级工程师,研究方向为制导系统设计和非线性 滤波.
- 廖志忠: 男,研究员,研究方向为雷达型空空导弹总体设计.
- 燕 飞: 女,高级工程师,研究方向为信号处理、飞行器设计.

责任编辑:余 蓉