

阵元等功率约束下的MIMO雷达发射加权矩阵优化算法

黄中瑞* 史英春 唐波 秦立龙
(国防科技大学电子对抗学院 合肥 230037)

摘要: 为提高多输入多输出(MIMO)雷达的目标角度估计性能,同时兼顾雷达发射功率利用率的需求,该文以合成发射导向矢量与期望导向矢量二范数误差为目标函数,研究了阵元等功率约束下的发射加权矩阵优化问题。推导了发射加权矩阵向量化条件下的等价优化模型,并基于循环优化方法和改进PDR算法对其进行了求解。在每次迭代过程中,所提方法均能获得子优化问题的闭式解,因而其计算复杂度非常低。在此基础之上,从理论上证明了所提方法的收敛性。由于该方法实现了MIMO雷达发射功率在期望空域的聚焦,在同等条件下相比传统MIMO雷达能够有效提高目标的角度估计性能。最后,仿真实验表明了所提方法的有效性。

关键词: MIMO雷达; 发射加权矩阵; 发射方向图; 角度估计; PDR

中图分类号: TN95

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2022)05-1856-09

DOI: 10.11999/JEIT210269

Optimization of the Transmit Weighting Matrix for MIMO Radar Based on the Uniform Elemental Power Constraint

HUANG Zhongrui SHI Yingchun TANG Bo QIN Lilong

(College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

Abstract: To improve the angle estimation performance of the MIMO (Multiple-Input-Multiple-Output) radar, the optimization of the transmit weighting matrix by setting the 2-norm error between the actual synthesized transmitting steering vector and the desired one as the objective function is studied in this paper. The maximization of the transmit power utilization can be enforced via imposing the uniform elemental power constraint on the formulation. Furthermore, a method based on the cyclic algorithm and improved Projection Descent and Retraction (PDR) is provided to settle the equivalent problem under the vectorization of the transmit weighting matrix. The closed solution can be achieved at each iteration, then the computational complexity is low of the proposed method. And the convergence can also be proved. The proposed method obtains the superior performance in angle estimation of MIMO radar based on focusing the transmit power into the desired spatial sector. Finally, simulation results are presented to verify the efficiency of the proposed method.

Key words: MIMO (Multiple-Input-Multiple-Output) radar; Transmit weighting matrix; Transmit beam pattern; Angle estimation; Projection Descent and Retraction (PDR)

1 引言

多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达是近年来提出的一种新体制雷达^[1,2],与传统相控阵雷达相比,在许多方面具有更加优越的性能,因而引起了众多信号处理学者的广泛关

注。根据阵元部署位置的不同,MIMO雷达可以分为统计MIMO雷达^[3]和相干MIMO雷达^[4]。相干MIMO雷达根据收发阵列配置的距离又可分为单基地MIMO雷达^[5]和双基地MIMO雷达^[6]。本文主要以双基地MIMO雷达为对象进行研究。

在MIMO雷达众多的研究领域,波形设计^[7,8]是非常重要的一个研究方向,同时也是开展参数估计、目标检测等研究的基础。根据应用场合的不同,发射波形设计准则也相差较大,目前常用的优化准则有:基于信息论的发射波形设计^[9]、基于最大化输出信干噪比的发射波形设计^[10]、MIMO雷达正交波形设计^[11]以及基于期望方向图匹配的发射波

收稿日期: 2021-04-02; 改回日期: 2022-01-10; 网络出版: 2022-02-02

*通信作者: 黄中瑞 18756073857@163.com

基金项目: 安徽省自然科学基金(1908085QF252), 国防科技大学学校科研计划(JS20-08)

Foundation Items: The Natural Science Foundation of Anhui Province (1908085QF252), The Science Research Plan of National University of Defense Technology (JS20-08)

形设计^[12]等。

传统MIMO雷达通常发射理想正交波形，因而其发射功率为各向等值分布，在已知目标分布空域(可以利用先验信息进行预估)时，会造成发射功率在旁瓣空域的损失，制约目标参数估计性能的提升。因此，如何根据目标分布空域信息，设计合适的发射方向图使发射功率更多地聚焦在目标空域是一个关键问题。文献^[13]研究了发射方向图匹配下的MIMO雷达协方差矩阵设计问题，建立了阵元等功率约束下的协方差矩阵优化模型，并基于半正定规划算法给出了全局最优解。文献^[14]在文献^[13]的基础上，进一步研究了协方差矩阵匹配下的发射波形合成问题。考虑到发射波形的恒模特性，原问题具有高度的非凸特性，一般优化方法难以对其进行有效求解。文献^[14]利用循环算法(Cyclic Algorithm, CA)对发射波形和辅助半正交矩阵进行联合优化，由于每步优化都是求解两个独立的闭式解问题，因而其计算效率得到了较大的改善。

上述文献虽然能够使发射功率在期望空域进行聚焦，但是波形间的相关性使得合成导向向量产生了畸变，因而不利于采用高效子空间类算法估计目标的参数(特别是目标的发射角度)。为了解决上述问题，文献^[15]研究了基于发射加权矩阵优化的MIMO雷达角度估计算法。通过对正交基波形进行加权使合成信号在期望空域能够满足所需的相关特性，在接收端利用正交基波形进行匹配滤波，从而获取目标回波的相位信息，并基于特定的算法实现了目标角度的快速估计。但文献^[15]的缺点是发射阵元的功率不满足均匀特性，造成了发射功率利用率的下降。文献^[16]在文献^[15]的基础上，进一步提出了一种基于接收角自由搜索的发射加权矩阵设计方法，该方法不仅满足阵元的等功率特性，而且能够使合成导向向量具有理想的旋转不变特性，但该方法的缺点是：要求阵元数目为偶数，而且不便于扩展到双基地MIMO雷达的参数估计中。文献^[17]在文献^[15]的基础上，将算法推广到了双基地MIMO雷达中，文献^[18]进一步研究了阵元等功率约束下的双基地MIMO雷达发射加权矩阵优化问题，并利用序列锥规划方法对发射加权矩阵其进行了求解，在提高目标角度估计性能的基础上，也同步改善了阵元发射功率的利用率。但该方法最大缺点是计算复杂度非常大，不利于实际工程的应用。

鉴于此，本文基于PDR(Projection Descent and Retraction)算法提出一种新的发射加权矩阵设计方法。该方法基于循环迭代思想构建了发射加权矩阵和尺度因子的联合优化模型。其中，尺度因子

的求解是一个无约束问题，可以方便地得到闭式解；发射加权矩阵的求解通过梯度计算、投影、缩放等运算，同样可以简化为一个闭式解问题，因此该方法的计算复杂度非常低。为保证所提方法的性能，从理论上证明了其收敛特性。最后，分别从发射方向图合成和目标角度估计性能两个方面进行仿真分析，验证了本文算法的有效性。

2 MIMO雷达发射加权矩阵优化模型

考虑一双基地MIMO雷达，收发阵列为均匀线性阵列，阵元数目分别为 M_T 和 M_R ，阵元间距为半波长。传统MIMO雷达的发射功率在空间为等功率全向辐射，在已知目标分布空域的前提下，发射功率分散会制约目标处接收信号功率的提高，从而恶化接收端信号的信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)。为了同时获得发射功率聚焦和波形分集增益两种优势，本文在传统MIMO雷达模型的基础上，考虑发射加权网络优化问题，具体结构如图1所示。

令 $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_K(t)]^T$ 为 K 个发射基波形，相互之间满足理想正交特性，即

$$\int_T \mathbf{y}_i(t) \mathbf{y}_j^*(t - \tau) dt = \delta(i - j, \tau) = \begin{cases} 1, & i = j \in [1, K], \tau = 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中， T 为基带波形的脉冲宽度， $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^*$ 分别表示向量(矩阵)的转置和共轭。

为了使发射功率在感兴趣空域进行聚焦，需要对各个基波形进行线性叠加，从而获得满足要求的相关发射信号。假设发射加权矩阵为 \mathbf{W} (发射加权网络各个节点权值组成的矩阵，这里对发射加权矩

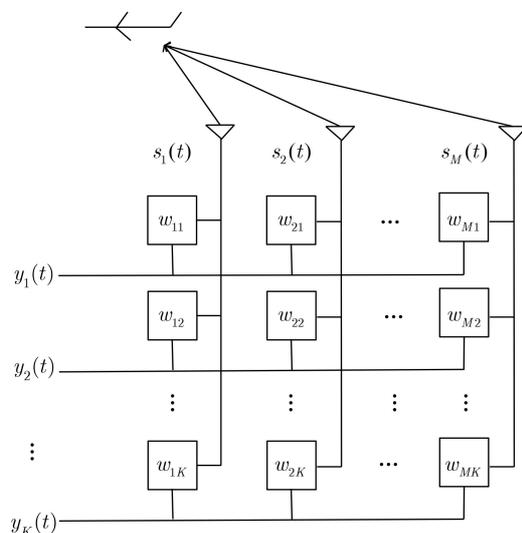


图1 发射加权网络结构示意图

阵与发射加权网络不加以区分), 维数为 $M_T \times K$, 则发射信号可以表示为

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{W}\mathbf{y}(t) \quad (2)$$

假设发射信号为窄带信号且不考虑各种衰减因素, 则MIMO雷达发射信号在远场空间 θ 处的合成信号为 $x(t, \theta)$

$$x(t, \theta) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{s}(t) = \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{W}\mathbf{y}(t) \quad (3)$$

其中, $(\cdot)^H$ 表示向量(矩阵)的共轭转置, $\mathbf{a}(\theta)$ 为发射导向矢量, 具体表达式为 $\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{j\pi \sin \theta}, \dots, e^{j\pi(M_T-1)\sin \theta}]^T$, 根据式(3)可以计算发射信号在方向 θ 的辐射功率为

$$\begin{aligned} P(\theta) &= E\{x(t, \theta)x^H(t, \theta)\} \\ &= \mathbf{a}^H(\theta)E\{\mathbf{W}\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)\mathbf{W}^H\}\mathbf{a}(\theta) \\ &= \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}\mathbf{a}(\theta) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $E\{\cdot\}$ 表示期望, $\mathbf{R} = \mathbf{W}\mathbf{W}^H$ 表示发射信号的相关矩阵。

通常情况下, 基于期望发射方向图匹配的MIMO雷达发射加权矩阵优化模型为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{R}} \quad & \sum_{n=1}^N \|\mathbf{a}_n^H \mathbf{R} \mathbf{a}_n - P_n\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{R}(m, m) = 1, m = 1, 2, \dots, M_T \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{a}_n \triangleq \mathbf{a}(\theta_n)$, θ_n 为空间角度的离散化值, N 为角度的离散化个数, P_n 为期望方向图的离散值。式(5)的约束条件表示MIMO雷达各个阵元的发射功率相等。式(5)是一个凸问题, 可以采用凸优化工具箱进行快速求解。在得到相关矩阵 \mathbf{R} 后, 通过2次优化便能获得相应的发射加权矩阵 \mathbf{W} 。

采用上述方法求解发射加权矩阵 \mathbf{W} 的缺点有: 一是式(5)虽然能够实现发射功率在期望空域的聚焦, 但发射加权矩阵 \mathbf{W} 会使合成发射导向矢量产生扭曲, 使其各个元素之间不再满足等比特性, 从而不利于后续利用子空间类算法高效估计目标角度; 二是上述算法在求解发射加权矩阵 \mathbf{W} 时, 需要求解两次优化问题, 因而计算复杂度较大; 三是上述算法本质上属于发射加权矩阵 \mathbf{W} 的间接求解方法, 在特殊情况下不利用对发射方向图细微特征的控制。

为了避免上述不足, 在文献[13]和文献[15]的基础上, 本文构建一种新的发射加权矩阵 \mathbf{W} 优化模型

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}, \alpha} \quad & \sum_{n=1}^N w'_n \|\mathbf{a}_n^T \mathbf{W} - \alpha \tilde{\mathbf{a}}_n^T\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{W}_m\| = 1, m = 1, 2, \dots, M_T \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\tilde{\mathbf{a}}_n$ 表示期望导向矢量(列向量), α 表示尺度因子, 用来折中合成导向矢量与期望导向矢量之间

的模值失配。 w'_n 表示不同方向上的加权系数, 通过对其进行合理设置, 可以在某些方向上实现合成导向矢量的精确控制。 $\|\mathbf{W}_m\|$ 表示发射加权矩阵 \mathbf{W} 第 m 个行向量的2范数, 对其进行定量等值约束可以实现发射阵元的等功率辐射。式(6)具有高度的非凸、非线性, 如何对其进行高效求解是本文需要重点解决的问题。

3 MIMO雷达发射加权矩阵优化

3.1 算法描述

令 $\mathbf{w} = \text{vec}(\mathbf{W}^H)$, 并将其称为发射加权向量, $\mathbf{A}_n = \mathbf{a}_n \otimes \mathbf{I}_K$, 其中 $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的向量化操作, \otimes 表示Kronecker积, 则式(6)的等价模型可以表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}, \alpha} \quad & \sum_{n=1}^N w'_n \|\mathbf{w}^H \mathbf{A}_n - \alpha \tilde{\mathbf{a}}_n^T\|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{w}_m\| = 1, m = 1, 2, \dots, M_T \end{aligned} \quad (7)$$

其中, \mathbf{w}_m 的维数为 $K \times 1$, 且 $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1^T, \mathbf{w}_2^T, \dots, \mathbf{w}_{M_T}^T]^T$ 。

定义式(7)的目标函数为 $f(\mathbf{w}, \alpha)$, 则

$$\begin{aligned} f(\mathbf{w}, \alpha) &= \sum_{n=1}^N w'_n \|\mathbf{w}^H \mathbf{A}_n - \alpha \tilde{\mathbf{A}}_n^T\|^2 \\ &= (\mathbf{w}^H \mathbf{A} - \alpha \tilde{\mathbf{A}}) \tilde{\mathbf{w}} (\mathbf{w}^H \mathbf{A} - \alpha \tilde{\mathbf{A}})^H \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{P} \mathbf{w} - \alpha \mathbf{w}^H \mathbf{q} - \alpha \mathbf{q}^H \mathbf{w} + \alpha^2 \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{A}}^H \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{P} = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{w}} \mathbf{A}^H$, $\mathbf{q} = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{A}}^H$, $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_N]$, $\tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\mathbf{a}}_1^T, \tilde{\mathbf{a}}_2^T, \dots, \tilde{\mathbf{a}}_N^T]$, $\tilde{\mathbf{w}} = \text{diag}(\mathbf{w}' \otimes \mathbf{e}_K)$, $\mathbf{w}' = [w'_1, w'_2, \dots, w'_N]^T$, \mathbf{e}_K 为 $K \times 1$ 的全1向量, $\text{diag}(\cdot)$ 表示以向量元素为对角元素, 构造一个对角矩阵。

结合式(7)和式(8), 可以将发射加权矩阵和尺度因子的联合优化模型写为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}, \alpha} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{P} \mathbf{w} - \alpha \mathbf{w}^H \mathbf{q} - \alpha \mathbf{q}^H \mathbf{w} + \alpha^2 \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{A}}^H \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{w}_m\| = 1, m = 1, 2, \dots, M_T \end{aligned} \quad (9)$$

对式(9)可以采用循环算法进行解决, 具体如下:

(1) \mathbf{w} 固定时优化 α 。当 \mathbf{w} 已知时, 式(9)是关于 α 的无约束优化问题, 通过对目标函数进行求导便可获得最优的 α

$$\alpha = \text{Re} \left(\frac{\mathbf{w}^H \mathbf{q}}{\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{A}}^H} \right) \quad (10)$$

(2) α 固定时优化 \mathbf{w} 。 α 已知时, 对于 \mathbf{w} 的优化, 特殊情况下可令其具备恒模特性, 即

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{P} \mathbf{w} - \alpha \mathbf{w}^H \mathbf{q} - \alpha \mathbf{q}^H \mathbf{w} + \alpha^2 \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{A}}^H \\ \text{s.t.} \quad & |\mathbf{w}(m')| = 1, m' = 1, 2, \dots, M_T K \end{aligned} \quad (11)$$

这是一个恒模约束下的2次优化问题, 目前已经有ADMM(Alternating Direction Method of

Multipliers)算法、MM(Majorization Minimization)算法、SCF(Successive Closed Forms)算法以及传统PDR算法等都可对其进行快速求解。约束 \mathbf{w} 恒模虽然能够满足发射阵元的等功率辐射特性,但也会造成搜索可行域的减小,从而恶化发射方向图性能。鉴于此,本文主要考虑阵元等功率约束下的发射加权矩阵求解问题,并采用改进PDR算法对其进行解决(在不引起混淆的情况下,本文仍将其简称为PDR算法)。

为了保证后续计算的有效性,构造式(9)的等价优化模型为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}} \mathbf{w} - \alpha \mathbf{w}^H \mathbf{q} - \alpha \mathbf{q}^H \mathbf{w} + \alpha^2 \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{A}}^H \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{w}_m\| = 1, m = 1, 2, \dots, M_T \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\hat{\mathbf{P}} = \mathbf{P} + \lambda \mathbf{I}$, 且 $\lambda \geq 0$, 由于 \mathbf{w}_m 的范数为固定值, 因此其与式(9)具有相同的优化解。

为便于后续的论述, 这里假设发射加权向量 \mathbf{w} 为2维实变量, 并以第 l 次迭代为例简要说明PDR算法的优化流程, 具体如图2所示。

PDR算法主要包括3个部分: (1)在传统欧氏空间中求解最速下降方向 $\nabla \mathbf{w}^{(l)}$; (2)求解 $\nabla \mathbf{w}^{(l)}$ 在变量切向方向的投影 $\tilde{\nabla} \mathbf{w}^{(l)}$, 并更新优化变量 $\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}$; (3)由于 $\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}$ 的模值大于1, 需要对其进行缩放, 从而获得符合等功率要求的优化变量 $\mathbf{w}^{(l+1)}$ 。下面依据上述流程对基于PDR算法的发射加权矩阵优化问题进行简述。

如果忽略式(12)的约束条件, 其将退化为一个无约束优化问题, 最为直观的求解方法是最速下降法。假设在第 l 次迭代时, 优化变量的搜索方向为

$$\begin{aligned} \nabla^{(l)} &= -(2\hat{\mathbf{P}}\mathbf{w}^{(l)} - 2\alpha\mathbf{q}) \\ &= [(\nabla_1^{(l)})^T, (\nabla_2^{(l)})^T, \dots, (\nabla_{M_T}^{(l)})^T]^T \end{aligned} \quad (13)$$

但在发射阵元等功率约束的前提下, 最优搜索方向并非是负梯度方向, 而是变量 $\mathbf{w}_m^{(l)}$ 的切向投影, 即

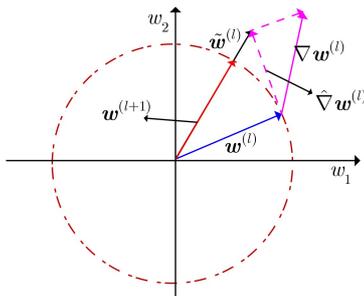


图2 PDR算法示意图

$$\begin{aligned} \hat{\nabla}_m^{(l)} &= \nabla_m^{(l)} - \mathbf{w}_m^{(l)} ((\mathbf{w}_m^{(l)})^H \mathbf{w}_m^{(l)})^{-1} (\mathbf{w}_m^{(l)})^H \nabla_m^{(l)} \\ &= \nabla_m^{(l)} - \mathbf{w}_m^{(l)} (\mathbf{w}_m^{(l)})^H \nabla_m^{(l)}, m = 1, 2, \dots, M_T \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)的第2个等式利用了阵元等功率约束条件。根据式(14)可以获得阵元等功率约束下, 整个优化变量的搜索方向为

$$\hat{\nabla}^{(l)} = \nabla^{(l)} - \tilde{\nabla}^{(l)} \quad (15)$$

其中, $\tilde{\nabla}^{(l)} = \mathbf{T}^{(l)} \nabla^{(l)}$,

$$\mathbf{T}^{(l)} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^{(l)} (\mathbf{w}_1^{(l)})^H, \mathbf{0}_{K \times K}, \dots, & \mathbf{0}_{K \times K} \\ \mathbf{0}_{K \times K}, \mathbf{w}_2^{(l)} (\mathbf{w}_2^{(l)})^H, \dots, & \mathbf{0}_{K \times K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{K \times K}, \mathbf{0}_{K \times K}, \dots, & \mathbf{w}_{M_T}^{(l)} (\mathbf{w}_{M_T}^{(l)})^H \end{bmatrix}。$$

根据式(15)可以得到第 l 次迭代后的优化变量 $\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}$ 为

$$\tilde{\mathbf{w}}^{(l)} = \mathbf{w}^{(l)} + \beta \hat{\nabla}^{(l)} \quad (16)$$

式(16)得到的优化变量并不满足阵元等功率约束条件, 因此, 需要对其进行缩放操作, 具体为

$$\mathbf{w}_m^{(l+1)} = \frac{\tilde{\mathbf{w}}_m^{(l)}}{\|\tilde{\mathbf{w}}_m^{(l)}\|}, m = 1, 2, \dots, M_T \quad (17)$$

结合上述分析, 可以给出基于改进PDR算法的MIMO雷达发射加权矩阵优化如表1所示。

3.2 收敛性分析

由于优化模型式(9)是一个非凸问题, 在理论上无法保证获得全局最优解, 因此, 本文退而求其次, 在3.1节给出了一个求解局部最优解的方法, 为了说明本文方法的有效性, 需要对所提方法的局部收敛性进行证明, 下面对此进行详细分析。

对式(17)进行变换可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_m^{(l)} &= \|\tilde{\mathbf{w}}_m^{(l)}\| \mathbf{w}_m^{(l+1)} = \mathbf{w}_m^{(l+1)} + h_m \mathbf{w}_m^{(l+1)}, \\ m &= 1, 2, \dots, M_T \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $h_m \geq 0$, 具体解释见图2。进一步给出式(18)的紧凑表达式为

$$\tilde{\mathbf{w}}^{(l)} = \mathbf{w}^{(l+1)} + \mathbf{h} \mathbf{w}^{(l+1)} \quad (19)$$

其中, $\mathbf{h} = \text{diag} \left\{ \overbrace{h_1, \dots, h_1}^{K \uparrow}, \overbrace{h_2, \dots, h_2}^{K \uparrow}, \dots, \overbrace{h_{M_T}, \dots, h_{M_T}}^{K \uparrow} \right\}$ 。

首先, 定义函数 $\bar{f}(\mathbf{w}, \alpha) = \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{P}} \mathbf{w} - \alpha \mathbf{w}^H \mathbf{q} - \alpha \mathbf{q}^H \mathbf{w} + \alpha^2 \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{A}}^H$, 根据文献[19]的附录B可知, 只要 $\lambda \geq M_T K \lambda_P / 8 + \alpha \|\mathbf{q}\|$ (λ_P 为矩阵 \mathbf{P} 的最大特征值), 便能得到

$$\bar{f}(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha) \geq \bar{f}(\mathbf{w}^{(l+1)}, \alpha) \quad (20)$$

为了保证算法能够稳定收敛到某个局部最优解, 我们只需设置合适的步长 β 使其满足

表1 所提算法的具体流程

输入: 发射阵元数目 M_T , 正交基波形数目 K , 加权系数 $\tilde{\mathbf{w}}$, 期望导向矢量 $\tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\mathbf{a}}_1^T, \tilde{\mathbf{a}}_2^T, \dots, \tilde{\mathbf{a}}_N^T]$ 。

输出: 最优发射加权矩阵(向量) \mathbf{w}^* 。

初始化: $\mathbf{w}^{(l)}$, 且 $l = 0$ 。

(1) 计算 $\mathbf{P} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{w}}\mathbf{A}^H$, $\mathbf{q} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{w}}\tilde{\mathbf{A}}^H$, $\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{w}}\tilde{\mathbf{A}}^H$ 。

(2) 外循环操作:

(a) 令 $l = l + 1$;

(b) 根据式(10)更新 $\alpha^{(l)}$;

(c) 令 $q = 0$, $\mathbf{w}^{(l,q)} = \mathbf{w}^{(l-1)}$, 计算参数 $\hat{\mathbf{P}}^{(l)}$;

(d) 内循环操作:

① 根据式(13)计算 $\nabla^{(l,q)}$;

② 根据式(15)计算 $\tilde{\nabla}^{(l,q)}$;

③ 根据式(16)更新 $\tilde{\mathbf{w}}^{(l,q)}$;

④ 根据式(17)进行缩放操作获得 $\mathbf{w}^{(l,q+1)}$;

⑤ 令 $q = q + 1$;

⑥ 判断是否满足收敛条件, 如果是: 内循环结束, 令 $\mathbf{w}^{(l)} = \mathbf{w}^{(l,q)}$ 并转入步骤(e); 如果不是: 转入步骤①。

(e) 判断是否满足收敛条件, 如果是: 外循环结束, 转入步骤(3); 如果不是: 转入步骤(a)。

(3) $\mathbf{w}^* = \mathbf{w}^{(l)}$ 。

$$\bar{f}(\mathbf{w}^{(l)}, \alpha) \geq \bar{f}(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha) \tag{21}$$

根据 $\bar{f}(\mathbf{w}, \alpha)$ 的定义, 可得

$$\begin{aligned} \bar{f}(\mathbf{w}^{(l)}, \alpha) - \bar{f}(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha) &= \beta\alpha(\hat{\nabla}^{(l)})^H \mathbf{q} + \beta\alpha \mathbf{q}^H \hat{\nabla}^{(l)} \\ &\quad - \beta(\hat{\nabla}^{(l)})^H \hat{\mathbf{P}}\mathbf{w}^{(l)} - \beta(\mathbf{w}^{(l)})^H \\ &\quad \hat{\mathbf{P}}\hat{\nabla}^{(l)} - \beta^2(\hat{\nabla}^{(l)})^H \hat{\mathbf{P}}\hat{\nabla}^{(l)} \end{aligned} \tag{22}$$

将式(13)和式(15)代入式(22)并化简得

$$\begin{aligned} \bar{f}(\mathbf{w}^{(l)}, \alpha) - \bar{f}(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha) &= \frac{\beta}{2}(\nabla^{(l)})^H \nabla^{(l)} + \frac{\beta}{2}(\nabla^{(l)})^H \nabla^{(l)} \\ &\quad - \frac{\beta}{2}(\tilde{\nabla}^{(l)})^H \nabla^{(l)} - \frac{\beta}{2}(\nabla^{(l)})^H \tilde{\nabla}^{(l)} \\ &\quad - \beta^2(\nabla^{(l)} - \tilde{\nabla}^{(l)})^H \hat{\mathbf{P}}(\nabla^{(l)} - \tilde{\nabla}^{(l)}) \end{aligned} \tag{23}$$

根据 $\tilde{\nabla}^{(l)} = \mathbf{T}^{(l)}\nabla^{(l)}$, 可得

$$\begin{aligned} (\tilde{\nabla}^{(l)})^H \tilde{\nabla}^{(l)} &= (\nabla^{(l)})^H (\mathbf{T}^{(l)})^H \mathbf{T}^{(l)} \nabla^{(l)} \\ &= (\nabla^{(l)})^H \mathbf{T}^{(l)} \nabla^{(l)} \\ &= \sum_{m=1}^{M_T} \left\| (\nabla_m^{(l)})^H \mathbf{w}_m^{(l)} \right\|^2 \\ &\leq \sum_{m=1}^{M_T} \left\| \nabla_m^{(l)} \right\|_2^2 \left\| \mathbf{w}_m^{(l)} \right\|^2 \\ &= \sum_{m=1}^{M_T} \left\| \nabla_m^{(l)} \right\|^2 = (\nabla^{(l)})^H \nabla^{(l)} \end{aligned} \tag{24}$$

将式(24)代入式(23)有

$$\begin{aligned} \bar{f}(\mathbf{w}^{(l)}, \alpha) - \bar{f}(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha) &\geq \frac{\beta}{2}(\tilde{\nabla}^{(l)})^H \tilde{\nabla}^{(l)} + \frac{\beta}{2}(\nabla^{(l)})^H \nabla^{(l)} \\ &\quad - \frac{\beta}{2}(\tilde{\nabla}^{(l)})^H \nabla^{(l)} - \frac{\beta}{2}(\nabla^{(l)})^H \tilde{\nabla}^{(l)} \\ &\quad - \beta^2(\nabla^{(l)} - \tilde{\nabla}^{(l)})^H \hat{\mathbf{P}}(\nabla^{(l)} - \tilde{\nabla}^{(l)}) \\ &= \frac{\beta}{2}(\nabla^{(l)} - \tilde{\nabla}^{(l)})^H (\mathbf{I} - 2\beta\hat{\mathbf{P}})(\nabla^{(l)} - \tilde{\nabla}^{(l)}) \end{aligned} \tag{25}$$

根据式(25)可知, 只要 $\mathbf{I} - 2\beta\hat{\mathbf{P}}$ 满足半正定性, 便能得到 $\bar{f}(\mathbf{w}^{(l)}, \alpha) \geq \bar{f}(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha)$, 而 $\mathbf{I} - 2\beta\hat{\mathbf{P}}$ 为半正定矩阵的充要条件是

$$\beta \leq \frac{1}{2\lambda_{\hat{\mathbf{P}}}} \tag{26}$$

其中, $\lambda_{\hat{\mathbf{P}}}$ 为矩阵 $\hat{\mathbf{P}}$ 的最大特征值。

综合上述推导可知, 当 $\beta \leq \frac{1}{2\lambda_{\hat{\mathbf{P}}}}$ 和 $\lambda \geq \frac{M_T K}{8\lambda_{\hat{\mathbf{P}}} + \alpha \|\mathbf{q}\|}$ 同时成立时, 可以获得

$$\bar{f}(\mathbf{w}^{(l)}, \alpha) \geq \bar{f}(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha) \geq \bar{f}(\mathbf{w}^{(l+1)}, \alpha) \tag{27}$$

由于 α 一定时, $\bar{f}(\omega, \alpha)$ 和 $f(\omega, \alpha)$ 的差值为固定值, 因此, 根据式(27)可以方便地得到

$$f(\mathbf{w}^{(l)}, \alpha) \geq f(\tilde{\mathbf{w}}^{(l)}, \alpha) \geq f(\mathbf{w}^{(l+1)}, \alpha) \tag{28}$$

式(28)表明了算法的内循环满足了收敛性条件。假设 q 表示所提方法的外循环迭代步数, 根据式(10)可知

$$f(\mathbf{w}^{(q)}, \alpha^{(q+1)}) \leq f(\mathbf{w}^{(q)}, \alpha^{(q)}) \tag{29}$$

结合式(28)和式(29), 可以获得

$$f(\mathbf{w}^{(q+1)}, \alpha^{(q+1)}) \leq f(\mathbf{w}^{(q)}, \alpha^{(q+1)}) \leq f(\mathbf{w}^{(q)}, \alpha^{(q)}) \quad (30)$$

式(30)表明，所提方法的外循环同样满足收敛性条件。综上，本文所提算法的收敛性是可以得到保证的。

3.3 计算复杂度分析

所提算法的计算量主要集中于更新尺度因子 α 和发射加权矩阵(向量) \mathbf{w} ，其中计算 α 所需的计算复杂度为 $O(M_T K)$ 。计算 \mathbf{w} 主要是求解式(13)、式(15)、式(16)和式(17)，相应的计算复杂度分别为 $O(M_T^2 K^2)$ ， $O(M_T K)$ ， $O(M_T K)$ ， $O(M_T K)$ ，因此在每次迭代过程中，计算 \mathbf{w} 的计算复杂度为 $O(M_T^2 K^2)$ ，假设整个求解过程中，需要的外部迭代步数为 N_1 ，内部迭代步数为 N_2 ，综上可知，所提算法的计算复杂度为 $O(N_1 N_2 M_T^2 K^2)$ 。

4 仿真分析

考虑某一双基地MIMO雷达，其收发阵列均均匀线性阵列，阵元间距为半波长，发射阵元数目为 $M_T = 10$ ，接收阵元数目 $M_R = 10$ ，发射基波形数目 $K = 6$ 。分别考虑下述实验。

4.1 发射方向图性能分析

假设感兴趣空域为 $[-10^\circ, 10^\circ]$ ，空间有两个目标，发射角为 $[-3^\circ, 3^\circ]$ ，接收角为 $[-5^\circ, 5^\circ]$ ，SNR = -10 dB。期望空域的导向矢量为 $\tilde{\mathbf{a}}_n = [1, e^{-j2\pi \sin \theta}, e^{-j3\pi \sin \theta}, e^{-j4\pi \sin \theta}, e^{-j6\pi \sin \theta}, e^{-j9\pi \sin \theta}]^T$ ，加权系数 $\mathbf{w}' = [1, 1, \dots, 1]^T$ ，发射波形向量(矩阵)的初始值随机产生，内外循环迭代终止条件均为：目标函数的归一化增量小于 10^{-10} 。为说明所提方法的有效性，将文献[13,17,18]的算法作为比较对象，并从方向图综合性能以及算法执行时间两个方面进行考量。所有的程序均在相同的个人计算机上运行，具体配置参数为：Intel(R) Core(TM)i5-9400 CPU@2.9 GHz处理器，16 GB内存，64位操作系统。图3给出了不同方法优化得到的发射方向图。

从图3可以看出，4种方法均能在期望空域实现发射功率聚焦。相对传统MIMO雷达，目标处的信号功率提高了约5 dB，为后续目标角度估计奠定了有利基础。通过比较不同的算法可以发现，文献[13]和文献[17]的算法性能较优，这是因为文献[13]仅仅优化了发射加权矩阵的协方差矩阵，并没有附加相应的秩约束，因此优化变量的自由度更高，但该方法需要利用二次优化才能得到满足实际需求的发射加权矩阵。文献[17]仅仅考虑了方向图的性能优化，没有考虑阵元的等功率约束，其优化变量的自由度也相对较大。本文方法与文献[18]优化所得方

向图的性能相当，本文方法优化得到的方向图具有更低的旁瓣电平，但是其主瓣波动相对文献[18]更大。另外，与文献算法相比，本文方法的最大优势在于其计算复杂度比较低，在仿真条件相同时，所需计算时间比文献方法低了约两个数量级，具体见表2。

从表2可以看出，本文方法的计算时间相对其他方法非常短，为在线设计发射方向图提供了有利条件。文献[18]的计算时间比文献[13]和文献[17]要略大一些，主要原因是文献[18]的优化模型相对更加复杂。

图4给出了不同方法得到的发射阵元功率分布图。从中可以发现，由于优化模型没有对阵元的发射功率进行约束，所以文献[17]得到的阵元发射功率差异性较大，在实际工程中适用性将会大打折扣。文献[18]虽然也能近似满足发射阵元的等功率约束，但是需要合理设置每个阵元发射功率的门限上界，这在实际中需要经过不断的调试才能获得，因此其应用灵活性不足。综上分析，本文方法在基

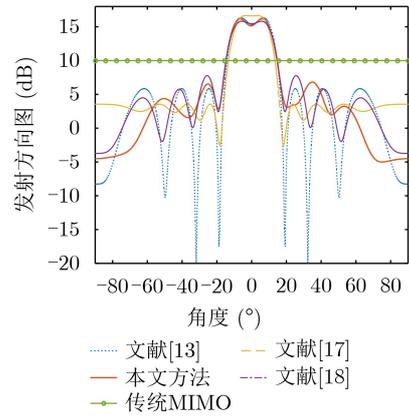


图3 不同算法得到的发射方向图

表2 不同方法所需的运算时间

算法	本文方法	文献[13]	文献[17]	文献[18]
时间(s)	0.0445	3.6433	8.7200	8.9192

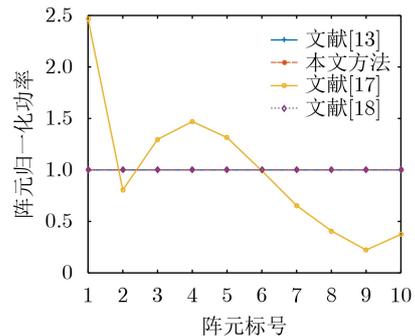


图4 不同阵元的归一化发射功率

于发射加权矩阵优化的方向图设计上具有综合的最优性能。

图5和图6给出了采用2维MUSIC(Multiple Signal Classification)算法得到的空间角度估计图,从中可以看出,在总发射功率一定时,本文方法获得空间谱的峰值在目标处的幅度更大而且形状更为尖锐,这表明本文方法的角度估计性能优于传统MIMO雷达。主要原因是:通过优化发射加权矩阵实现了发射功率在目标空域的聚焦,增大了接收数据的SNR。但是2维MUSIC算法需要在2维空间进行搜索才能完成目标的角度估计,计算复杂度较大,难以在工程中得到应用。由于本文方法在优化发射加权矩阵时,考虑到了合成导向矢量的相位控制,因此可以采用平行因子(PARALLEL FACTOR, PARAFAC)算法实现目标角度的快速估计,详见4.2节。

4.2 角度估计性能分析

为了进一步验证本文方法在目标角度估计方面的性能,本部分采用PARAFAC算法(详见文献[18])来快速估计目标角度。为提高目标角度估计性能,令感兴趣空域的加权系数为1000,其余空域的加权系数为1,发射SNR = -5 dB,蒙特卡罗次数为200,其余仿真条件不变。

图7和图8分别给出了本文方法和传统MIMO雷达估计得到的目标角度星座图。从中可以发现,本

文方法获得的星座图更为集中,而且离目标真实角度的距离更近。这说明发射功率聚焦使得目标角度的估计性能有了明显提升。为进一步说明本文方法在目标角度估计方面的优势,下面对角度估计均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE, 具体定义见文献[17,18])随SNR的变化规律进行分析。

图9分别给出了空间两个目标发射角和接收角RMSE随SNR的变化关系。从中可以发现,本文方法的估计性能均优于传统MIMO雷达,特别是对于接收角而言,这是因为本文方法同时利用了功率聚焦和波形分集两种优势。对于发射角,在低SNR时,本文方法优于传统MIMO雷达,但在高SNR时,两者性能相差较小,甚至会出现本文算法性能差于传统MIMO雷达的现象,这是因为本文方法是对理想期望导向矢量进行逼近,存在固定的匹配误差,在高SNR下,该匹配误差大于噪声对目标角度估计的影响。但如果从克拉美-罗奥界(Cramer-Rao Bound, CRB)的性能进行比较,本文方法仍然优于传统MIMO雷达。因此,在简化发射加权矩阵优化的同时,如何保持合成导向矢量元素间的理想等比特性,仍需开展更加深入的研究。

5 结束语

针对传统MIMO雷达发射功率分散致使感兴趣空域内目标角度估计性能恶化的问题,本文提出了

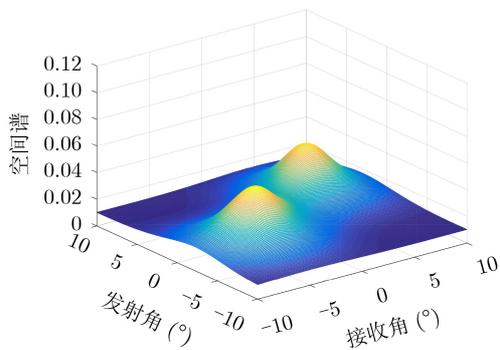


图5 传统MIMO雷达的空间谱

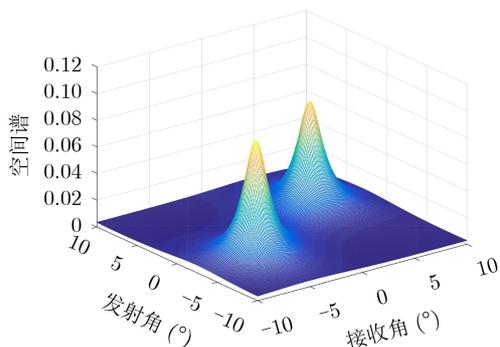


图6 本文方法得到的空间谱

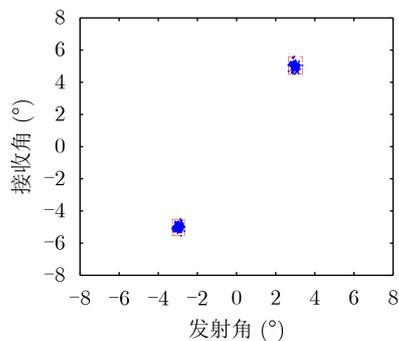


图7 本文方法的角度估计星座图

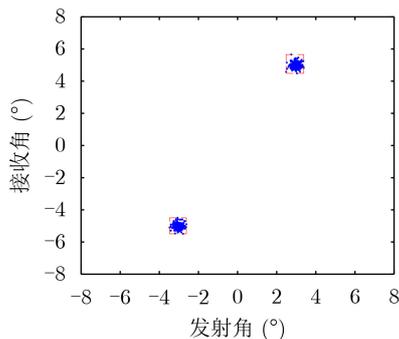


图8 传统MIMO雷达的角度估计星座图

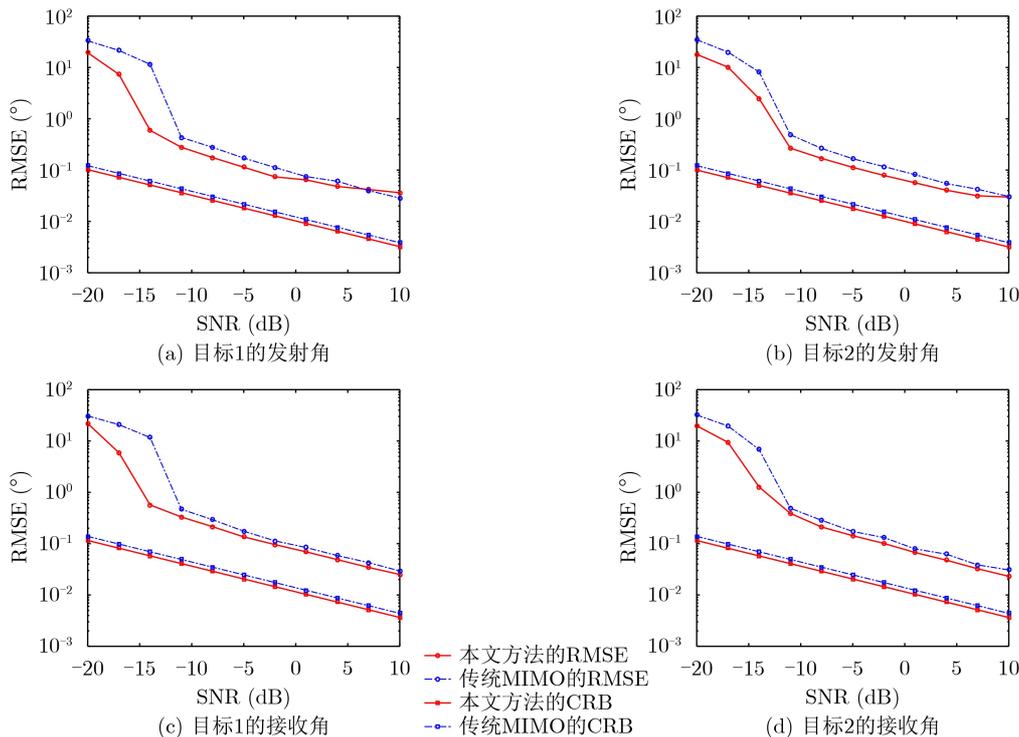


图9 目标的角度估计性能

一种高效的发射加权矩阵优化方法。该方法首先建立了发射加权矩阵和尺度因子的联合优化模型，然后采用循环优化策略和改进PDR算法对其进行解决，由于每次迭代均能获得相应的闭式解，因此算法的计算复杂度较低，相比现有方法降低了约两个数量级。另外，合理设计发射加权矩阵，能够同时获得发功率聚焦和波形分集两种优势，从而有效改善MIMO雷达的目标角度估计性能，特别是在低SNR时更为明显。最后，仿真分析分别从发射方向图合成和目标角度估计性能两个方面验证了本文方法的有效性。

由于所提方法对期望导向矢量逼近时，仍然存在固定的匹配误差，该误差在高SNR下对角度估计性能的影响高于噪声所产生的影响。因此，在快速设计发射加权矩阵的同时，如何保证合成导向矢量各元素之间(对任意角度)具备理想的等比特性，是一个重要的研究方向。

参考文献

- [1] SHI Junpeng, WEN Fangqing, and LIU Tianpeng. Nested MIMO radar: Coarrays, tensor modeling, and angle estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(1): 573–585. doi: [10.1109/TAES.2020.3034012](https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3034012).
- [2] LAN Lan, MARINO A, AUBRY A, *et al.* GLRT-based adaptive target detection in FDA-MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(1): 597–613. doi: [10.1109/TAES.2020.3028485](https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3028485).
- [3] 朱莹, 张弓, 张劲东. 基于DCS的统计MIMO雷达信号模型及参数估计[J]. *雷达学报*, 2012, 1(2): 143–148. doi: [10.3724/SP.J.1300.2012.20016](https://doi.org/10.3724/SP.J.1300.2012.20016).
ZHU Ying, ZHANG Gong, and ZHANG Jindong. Signal model and parameters estimation of statistical MIMO radar based on distributed compressed sensing[J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(2): 143–148. doi: [10.3724/SP.J.1300.2012.20016](https://doi.org/10.3724/SP.J.1300.2012.20016).
- [4] ZHANG Haowei, SHI Junpeng, ZHANG Qiliang, *et al.* Antenna selection for target tracking in collocated MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(1): 423–436. doi: [10.1109/TAES.2020.3031767](https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3031767).
- [5] 陈晨, 张小飞, 李建峰. 波形相关矩阵未知情况下单基地MIMO雷达中一种改进MUSIC的DOA估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(12): 2966–2971. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.00437](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.00437).
CHEN Chen, ZHANG Xiaofei, and LI Jianfeng. An improved MUSIC DOA estimation algorithm for monostatic MIMO radar without knowledge of waveforms correlated matrix[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(12): 2966–2971. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.00437](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2012.00437).
- [6] 徐保庆, 赵永波, 庞晓娇. 基于实值处理的联合波束域双基地MIMO雷达测角算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(7): 1721–1727. doi: [10.11999/JEIT180766](https://doi.org/10.11999/JEIT180766).
XU Baoqing, ZHAO Yongbo, and PANG Xiaojiao. Joint real-valued beamspace-based method for angle estimation in

- bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1721–1727. doi: [10.11999/JEIT180766](https://doi.org/10.11999/JEIT180766).
- [7] WU Kai, ZHANG J A, HUANG Xiaojing, *et al.* Waveform design and accurate channel estimation for frequency-hopping MIMO radar-based communications[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, 69(2): 1244–1258. doi: [10.1109/TCOMM.2020.3034357](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2020.3034357).
- [8] ZHANG Bo and DAI Fengzhou. Spatial-temporal waveform design for MIMO radar without approximating the covariance matrix[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2020, 14(3): 381–387. doi: [10.1049/iet-rsn.2019.0395](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2019.0395).
- [9] TANG Bo and LI Jian. Spectrally constrained MIMO radar waveform design based on mutual information[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(3): 821–834. doi: [10.1109/TSP.2018.2887186](https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2887186).
- [10] YU Xianxiang, CUI Guolong, YANG Jing, *et al.* MIMO radar transmit-receive design for moving target detection in signal-dependent clutter[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(1): 522–536. doi: [10.1109/TVT.2019.2951399](https://doi.org/10.1109/TVT.2019.2951399).
- [11] SONG Junxiao, BABU P, and PALOMAR D P. Sequence set design with good correlation properties via majorization-minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(11): 2866–2879. doi: [10.1109/TSP.2016.2535312](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2535312).
- [12] CHENG Ziyang, HE Zishu, ZHANG Shengmiao, *et al.* Constant modulus waveform design for MIMO radar transmit beampattern[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(18): 4912–4923. doi: [10.1109/TSP.2017.2718976](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2718976).
- [13] STOICA P, LI Jian, and XIE Yao. On probing signal design for MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151–4161. doi: [10.1109/TSP.2007.894398](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.894398).
- [14] STOICA P, LI Jian, and ZHU Xumin. Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2593–2598. doi: [10.1109/TSP.2007.916139](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.916139).
- [15] HASSANIEN A and VOROBYOV S A. Transmit energy focusing for DOA estimation in MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2669–2682. doi: [10.1109/TSP.2011.2125960](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2125960).
- [16] KHABBAZIBASMENJ A, HASSANIEN A, VOROBYOV S A, *et al.* Efficient transmit beamspace design for search-free based DOA estimation in MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(6): 1490–1500. doi: [10.1109/TSP.2014.2299513](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2299513).
- [17] 郑志东, 张剑云, 杨琪. 基于发射波束域-平行因子分析的MIMO雷达收发角度估计[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(12): 2875–2880. doi: [10.3724/SP.J.1146.2011.00440](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2011.00440).
ZHENG Zhidong, ZHANG Jianyun, and YANG Ying. Joint DOD-DOA estimation of MIMO radar based on transmit beamspace-PARAFAC[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(12): 2875–2880. doi: [10.3724/SP.J.1146.2011.00440](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2011.00440).
- [18] 黄中瑞, 郑志东, 张剑云. 目标角度估计的多输入多输出雷达发射方向图综合[J]. 电波科学学报, 2015, 30(4): 789–796. doi: [10.13443/j.cjors.2014090401](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2014090401).
HUANG Zhongrui, ZHENG Zhidong, and ZHANG Jianyun. Transmit pattern synthesis of MIMO radar for the angle estimation[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2015, 30(4): 789–796. doi: [10.13443/j.cjors.2014090401](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2014090401).
- [19] ALHUJAILI K, MONGA V, and RANGASWAMY M. Transmit MIMO radar beampattern design via optimization on the complex circle manifold[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(13): 3561–3575. doi: [10.1109/TSP.2019.2914884](https://doi.org/10.1109/TSP.2019.2914884).
- 黄中瑞: 男, 1988年生, 博士, 讲师, 研究方向为阵列信号处理、MIMO雷达信号处理。
史英春: 男, 1978年生, 博士, 副教授, 研究方向为信号处理分析。
唐波: 男, 1985年生, 博士, 副教授, 研究方向为自适应阵列信号处理、雷达波形设计。
秦立龙: 男, 1988年生, 博士, 讲师, 研究方向为空时自适应处理。

责任编辑: 马秀强