

基于时不变点状波束优化的目标距离-角度联合估计

初伟 刘云清* 刘文宇 李晓龙

(长春理工大学电子信息工程学院 长春 130022)

摘要: 应用频控阵式多输入多输出(FDA-MIMO)雷达实现目标距离-角度联合估计越来越受到人们的重视, 利用FDA同时获得发射波束图在角度和距离的自由度。但其性能因波束图的周期性和时变性而降低。因此, 该文基于时间调制和距离补偿FDA-MIMO(TMRC-FDA-MIMO)雷达的新波形合成模型, 提出了一种改进的基于旋转不变技术的信号参数估计(ESPRIT)算法。最后, 通过距离和角度估计的克拉美罗下界和均方根误差, 与固定频偏FDA-MIMO、对数频偏FDA-MIMO雷达系统和多信号分类(MUSIC)算法进行了对比, 验证了所提方法的优异性能。

关键词: MIMO; 频控阵; 时不变; 空间聚焦; 克拉美罗下界

中图分类号: TN959

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)00-0001-07

DOI: 10.11999/JEIT210265

The Range-angle Estimation of Target Based on Time-invariant and Spot Beam Optimization

CHU Wei LIU Yunqing LIU Wenyug LI Xiaolong

(School of Electronics and Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: The application of Frequency Diverse Array and Multiple Input Multiple Output (FDA-MIMO) radar to achieve range-angle estimation of target has attracted more and more attention. The FDA can simultaneously obtain the degree of freedom of transmitting beam pattern in angle and range. However, its performance is degraded due to the periodicity and time-varying of the beam pattern. Therefore, an improved Estimating Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT) algorithm to estimate the target's parameters based on a new waveform synthesis model of the Time Modulation and Range Compensation FDA-MIMO (TMRC-FDA-MIMO) radar is proposed. Finally, the proposed method is compared with identical frequency increment FDA-MIMO radar system, logarithmically increased frequency offset FDA-MIMO radar system and Multiple Signal Classification (MUSIC) algorithm through the Cramer Rao lower bound and root mean square error of range and angle estimation, and the excellent performance of the proposed method is verified.

Key words: Multiple Input Multiple Output (MIMO); Frequency Diverse Array (FDA); Time-invariant; Spatial focusing; Cramér-Rao lower bound

1 引言

在不考虑电磁波传播衰减的情况下, 相控阵雷达发射波束的增益仅与角度有关, 在距离维上不受控^[1]。近年来, 为了克服这一缺点, 一种新体制频

控阵(Frequency Diverse Array, FDA)雷达越来越得到关注^[2]。该方法的本质是在天线发射阵列单元上增加一个小的频率增量, 以生成与距离-角-时间相关的发射波束方向图。与传统雷达使用的调频技术不同, FDA发射波束可以周期性的扫描空间区域, 并在距离、角度和时间维度上形成波束聚焦, 聚焦效果会随着频率的增加而变化^[3]。因此, FDA在目标定位、波束自动扫描和距离相关的杂波干扰抑制等方面优于传统相控阵^[4]。此外, 虽然多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达通过波形分集可以有效地获得时间和空间上的自由度, 使其拥有许多传统相控阵雷达无

收稿日期: 2021-04-02; 改回日期: 2021-05-25; 网络出版: 2021-06-04

*通信作者: 刘云清 mzliyunqing@163.com

基金项目: 吉林省科技发展计划项目(20190303080SF), 长春理工大学青年科学基金(201915010011)

Foundation Items: The Science and Technology Department of Jilin Province (20190303080SF), The Natural Science Foundation of ChangChun University of Science and Technology (201915010011)

法实现的功能。但是在复杂的道路和多目标的环境中,特别是在目标角度相同或目标距离相近时无法获得令人满意的结果。而FDA-MIMO体制雷达由于其在距离-角度维度波形优势,成为一种解决上述问题的方法^[5-9]。

频控阵雷达在使用不同的频偏调制方法时,会产生不同的波束图效果,向每个阵元引入一个固定频率值时,会使发射波束图产生周期性条带状图案。而在文献^[10]提出一种基于对数频偏(Logarithmically Increased Frequency Offset, LIFO)的FDA,它可以将发射波形的能量集中在单个目标区域。在文献^[5]采用固定频偏式(Identical Frequency Increment, IFI)多输入多输出频控阵雷达(FDA-MIMO)去抑制距离相关的干扰,提高了接收信噪比(Signal Noise Ratio, SNR)。FDA-MIMO雷达利用发射波形的特点,可以将发射能量有效地汇聚在感兴趣的距离和角度区域。一种适用于频控阵雷达的不等尺寸子阵结构被提出来,通过使用可变宽度的波束,使目标在距离和角度维度上获得更大的聚焦,以使接收机接收到的回波有助于更好地估计目标参数。文献^[11]应用改进的两级旋转不变算法(two-stage Estimating Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques, two-stage ESPRIT)在FDA-MIMO雷达上。但是由于发射波束图的时变性,实际能量汇聚到目标的持续时间很短,使得从目标反射到接收天线的能量很小,因此并不能有效抑制与距离有关或者与距离-角度相关的干扰。为了解决发射波束图周期性变化,文献^[12]通过时间调制优化频率偏移实现了一种时不变的空间聚焦波束图。距离相关波束形成可以有效地抑制同一角度、不同距离目标的干扰,这是传统MIMO雷达所无法做到的。然而,目前学者们主要研究固定频偏和基于对数函数的非线性频偏体制FDA-MIMO,而它们的波形分别是周期性的和时变的。

因此,有必要研究基于时不变点状波束方向图的雷达目标参数估计性能。在前期完成了应用改进的加速粒子群算法(New Accelerated Particle Swarm Optimization, NAPSO)去实现时不变、低旁瓣和空间聚焦的波束优化的基础上^[13],建立时间调制距离补偿式(Time Modulation and Range Compensation, TMRC)FDA-MIMO雷达数学模型。并在此种体制雷达下,提出了一种通过旋转不变技术进行两阶段信号参数估计的方法以实现目标角度和距离的联合估计。此外,还分别推导了TMRC-FDA-MIMO雷达目标角度和距离估计的克拉

美罗下界(Cramér-Rao Lower Bound, CRLB)和均方误差(Root Mean Squared Error, RMSE)的封闭式数学公式以验证其性能。

2 TMRC-FDA-MIMO雷达数据模型

不失一般性,假定TMRC-FDA-MIMO雷达系统由 M 个发射元件和 N 个接收元件组成,其系统结构如图1所示。第 m 发射元件的相应频率值可以写成^[14]

$$f_m(t) = f_0 + \Delta f_m(t), m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中, f_0 是发射元件的中心频率, $\Delta f_m(t)$ 是相对于中心频率的小频率增量^[15]。发射单元和接收单元的单元间距分别为 d_T 和 d_R ,发射单元和接收单元之间的最近距离为 d 。

假设在远场目标空域 Ω 中有一个目标 Z ,其相对于阵列最左侧参考阵元的距离为 r_0^z ,而水平角为 θ_0^z 。感兴趣的目标区域 Ω 由式(2)描述

$$\Omega = \{\varepsilon_{r\min} \leq r \leq \varepsilon_{r\max}, \varepsilon_{\theta\min} \leq \theta \leq \varepsilon_{\theta\max}\} \quad (2)$$

观察目标和发射元件之间的距离^[2]为

$$r_m^z = r_0^z - (m-1)d_T \sin\theta_0^z, m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

所有发射元件发射的信号能量到达位置 (r, θ) 为

$$p(t; r, \theta) = \left. \begin{aligned} & \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \gamma_m(t) \sqrt{\frac{P_{\text{total}}}{M}} \\ & \cdot \sum_{m=1}^M e^{j[2\pi f_m(t)(t - \frac{r_m}{c}) + \varphi_m]} \\ & \varphi_m = -2\pi \log(m) \zeta^{(m)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中, $\text{rect}(t/T) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T/2 \\ 0, & T/2 < t \leq T \end{cases}$, T 是雷达脉冲的持续时间,符号 c 代表光在自由空间中的传输速度, P_{total} 是总传输能量,并且 $\gamma_m(t)$ 表示归一化的波形能量,并存在 $\int_0^T \gamma_m(t) \gamma_m^*(t) dt = 1, m = 1, 2, \dots, M$ 。其中符号 $(\cdot)^*$ 代表共轭运算符。表达式 φ_m 是相位加权,符号 $\zeta^{(m)}, m = 1, 2, \dots, M$ 是通过文献^[9]中改进的加速粒子群算法(New Accelerated Particle Swarm Optimization, NAPSO)算法优化得到的,其值对应发射阵元标号而变化。

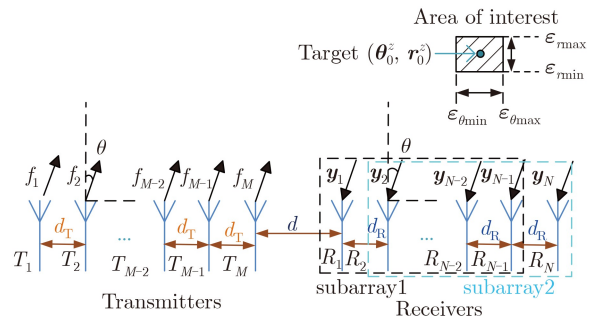


图1 TMRC-FDA-MIMO雷达收发子阵划分方案

基于时间调制距离补偿式频控阵波束合成技术的第 m 个发射阵元频偏表达式为

$$f_m^{\text{TMRC}}(t) = \frac{\log(m)^c - f_0(m-1)d_T \sin \theta_0^z / c}{t - r_0^z / c} \quad (5)$$

因此，第 m 个发射元件的信号表达式重新整理为

$$s_m(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \gamma_m(t) e^{j2\pi f_m(t)} \quad (6)$$

当与目标相遇后，相邻发射阵列元件间的相位差为 $2\pi(d_T f_0 \sin \theta_0^z / c - \Delta f_m^{\text{TMRC}}(t) r_0^z / c - \Delta f_m^{\text{TMRC}}(t)t)$ 。发射信号从目标反射到达同一接收元件时相位差为 $\varphi_{\text{TMRC}}(t) = 2\pi\left(d_T f_0 \sin \theta_0^z / c - \Delta f_m^{\text{TMRC}}(t) 2r_0^z / c - \Delta f_m^{\text{TMRC}}(t)t\right)$ 。可得TMRC-FDA-MIMO的发射导向矢量为

$$\mathbf{a}_{\text{TMRC}}(\theta, r, t) = [1, e^{j\varphi_{\text{TMRC}}(t)}, \dots, e^{j\varphi_{\text{TMRC}}(t)(M-1)}] \quad (7)$$

接收导向矢量为

$$\mathbf{b}(\theta) = \left[1, e^{j\frac{2\pi f_0}{c} d_R \sin(\theta)}, \dots, e^{j\frac{2\pi f_0}{c} (N-1) d_R \sin(\theta)}\right]^T \quad (8)$$

可以发现，由 $N \times 1$ 维接收数组生成的复杂观测向量表达为

$$\mathbf{x}(l) = \delta_0(\tau) \mathbf{b}(\theta_0^z) \mathbf{a}_{\text{TMRC}}^T(\theta_0^z, r_0^z, l) \mathbf{s}(l) + \mathbf{n}(l) \quad (9)$$

其中，符号 $\delta_0(\tau)$ 代表目标的复反射系数。发射接收延时为 $\tau = \tau_{m,T} + \tau_{n,R}$ ，由电磁波从发射到目标延时 $\tau_{m,T}$ 和再返回到接收器所经历的时间 $\tau_{n,R}$ 共同组成，其表达式为

$$\left. \begin{aligned} \tau_{m,T} &= \frac{1}{c} [r - d_T (m-1) \sin(\theta)] \\ \tau_{n,R} &= \frac{1}{c} \{r - [d_T (M-1) + d + d_R (n-1)] \sin(\theta)\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

为了便于分析和计算，假定加性噪声 $\mathbf{n}(l)$ 是一个独立且相同的高斯分布过程，其均值和方差分别为0和 σ^2 。

由于每个阵元之间的发射信号是正交的，因此可以通过匹配滤波器将接收信号分离出来，得到 $\mathbf{s}(l) = [s_1(l), s_2(l), \dots, s_M(l)]$ ，如式(11)所示

$$\mathbf{Y} = \left[\sum_{l=1}^L \mathbf{x}(l) \mathbf{s}^H(l) \right] \left[\sum_{l=1}^L \mathbf{s}(l) \mathbf{s}^H(l) \right]^{-1} \\ = \delta_0(\tau) \mathbf{b}(\theta_0^z) \mathbf{a}_{\text{TMRC}}^T(\theta_0^z, r_0^z) + \mathbf{N} \quad (11)$$

其中，符号 $(\cdot)^{-1}$ 和 $(\cdot)^{-H}$ 分别表示矩阵的逆算子和

共轭转置算子，以及

$$\mathbf{N} = \left[\sum_{l=1}^L \mathbf{n}(l) \mathbf{s}^H(l) \right] \left[\sum_{l=1}^L \mathbf{s}(l) \mathbf{s}^H(l) \right]^{-1} \quad (12)$$

对 \mathbf{Y} 进行向量化运算为

$$\mathbf{y} = \delta_0(\tau) \boldsymbol{\mu}_{\text{TMRC}}(\theta_0^z, r_0^z) + \mathbf{n} \quad (13)$$

其中， $\boldsymbol{\mu}_{\text{TMRC}}(\theta_0^z, r_0^z) = \mathbf{b}(\theta_0^z) \otimes \mathbf{a}_{\text{TMRC}}(\theta_0^z, r_0^z)$ 联合发射-接收转向矢量， $\mathbf{n} = \text{vec}(\mathbf{N})$ 是噪声矢量，该符号 \otimes 代表克罗内克积(Kronecker)运算符。

3 距离-角度联合估计

3.1 算法模型推导

所有 P 个目标的联合发送-接收引导向量可以表示为矩阵

$$\mathbf{U} = [\mathbf{b}(\theta_1) \otimes \mathbf{a}_{\text{TMRC}}(\theta_1, r_1), \dots, \mathbf{b}(\theta_P) \otimes \mathbf{a}_{\text{TMRC}}(\theta_P, r_P)] \quad (14)$$

此矩阵重新整理为

$$\mathbf{U} = \mathbf{B}_r \circ \mathbf{A}_{\text{TMRC}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{TMRC}} D_1(\mathbf{B}_r) \\ \mathbf{A}_{\text{TMRC}} D_2(\mathbf{B}_r) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{\text{TMRC}} D_M(\mathbf{B}_r) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{TMRC}} \\ \mathbf{A}_{\text{TMRC}} \boldsymbol{\Phi}_r^1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{\text{TMRC}} \boldsymbol{\Phi}_r^{M-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中， $D_m()$ 表示将矩阵的第 m 行构造为对角矩阵的运算过程，而符号 \circ 表示Khattri-Rao积运算符。

使用式(16)和式(17)分别表示雷达系统的发射和接收方向矢量

$$\mathbf{A}_{\text{TMRC}} = [\mathbf{a}_{\text{TMRC}}(\theta_1, r_1), \dots, \mathbf{a}_{\text{TMRC}}(\theta_P, r_P)] \in \mathbf{C}^{M \times P} \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_r = [\mathbf{b}(\theta_1), \mathbf{b}(\theta_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_P)] \in \mathbf{C}^{N \times P} \quad (17)$$

相应的旋转不变矩阵为

$$\boldsymbol{\Phi}_r = \text{diag}\left(e^{j2\pi \frac{d_R}{\lambda_0} \sin \theta_1}, \dots, e^{j2\pi \frac{d_R}{\lambda_0} \sin \theta_P}\right) \\ = \text{diag}\left(e^{j\varphi_r(\theta_1)}, \dots, e^{j\varphi_r(\theta_P)}\right) \quad (18)$$

假设 $\mathbf{a}_{\text{TMRC}}(\theta_p, r_p)$ 和 $\mathbf{b}(\theta_p)$ 在 L 快拍数据中保持不变，则式(13)可以修改为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (19)$$

符号 $\mathbf{S} = [s(1), s(2), \dots, s(L)] \in \mathbf{C}^{P \times L}$ 表示源矩阵，符号 $\mathbf{N} \in \mathbf{C}^{NM \times L}$ 表示噪声矩阵。将相应的协方差矩阵分解为

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{E}[\mathbf{Y} \mathbf{Y}^H] = \mathbf{E}_s \mathbf{D}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{D}_n \mathbf{E}_n^H \quad (20)$$

其中, 符号 \mathbf{D}_s 代表对角矩阵, 并且它由 P 个更大的特征值 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_P)$ 生成; 符号 \mathbf{E}_s 代表与较大特征值有关的信号子空间; 符号 \mathbf{D}_n 代表由 $NM - P$ 剩余的较小特征值 $(\lambda_{P+1}, \lambda_{P+2}, \dots, \lambda_{P+NM})$ 组成的对角矩阵。另外, 该符号 \mathbf{E}_N 表示噪声子空间, 并且与信号子空间正交。

一定存在一个满足以下关系的 $P \times P$ 非奇异矩阵 \mathbf{T}

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{U}\mathbf{T} \quad (21)$$

ESPRIT算法的前提是满足旋转不变性, 因此接收阵列被划分为两个子阵列, 如图1所示。前 $N - 1$ 个阵元构成子阵1, 后 $N - 1$ 个阵元构成子阵2。从前面的推导中, 看出 Φ_r 是相应的旋转矩阵。与式(21)相对应的 \mathbf{U} 和 \mathbf{E}_s 也可分为两个矩阵。将矩阵 \mathbf{U} 和 \mathbf{E}_s 的前 $NM - M$ 行, 分别形成矩阵 \mathbf{U}_1 和 \mathbf{E}_1 。相应地, 将 \mathbf{U} 和 \mathbf{E}_s 的后 $NM - M$ 行组成矩阵 \mathbf{U}_2 和 \mathbf{E}_2 , 然后可以得到表达式

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_1\Phi_r \quad (22)$$

结合式(21)和式(22), 可以获得

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1\Psi_r \quad (23)$$

$$\Psi_r = \mathbf{E}_1^+\mathbf{E}_2 \quad (24)$$

其中的符号 $\Psi_r = \mathbf{T}^{-1}\Phi_r\mathbf{T}$ 代表旋转矩阵。对角化矩阵 Ψ_r 的特征值构成矩阵 Φ_r , \mathbf{T}^{-1} 是矩阵 Ψ_r 的特征向量矩阵。

首先, 应用式(25)估计目标角度, 其中符号 θ_p 表示对应第 P 个目标的波达方向(Direction Of Arrival, DOA)。

$$\mathbf{w}_p = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{b}(\theta_p)}{\mathbf{b}^H(\theta_p)\mathbf{R}\mathbf{b}(\theta_p)} \quad (25)$$

在估计出目标的角度值 θ_p 后, 用它代替发射-接收方向矢量 $\boldsymbol{\mu}_{\text{TMRC}}(\theta_p, r_p)$ 中的角度变量, 形成新的转向矢量 $\boldsymbol{\mu}_{\text{TMRC}}(r_p)$ 。可得

$$\mathbf{U}' = [\boldsymbol{\mu}_{\text{TMRC}}(r_1), \dots, \boldsymbol{\mu}_{\text{TMRC}}(r_p)] \in \mathbf{C}^{NM \times P} \quad (26)$$

相应的旋转不变矩阵表示为

$$\Phi'_t = \text{diag} \left(e^{j4\pi\Delta f_1^{\text{TMRC}}r_1/c}, \dots, e^{j4\pi\Delta f_M^{\text{TMRC}}r_p/c} \right) \quad (27)$$

与前面的角度估计过程类似, 距离相关的转向矩阵 \mathbf{U}' 和重构的信号子空间 \mathbf{E}'_s 具有关系

$$\mathbf{E}'_s = \mathbf{U}'\mathbf{T}' \quad (28)$$

与式(21)中的矩阵 \mathbf{U} 不同, 矩阵 \mathbf{U}' 中的角度变量是已知的。

拆分矩阵 \mathbf{U}' 的前 $(NM - M)$ 行和后 $(NM - M)$ 行, 分别形成矩阵 \mathbf{U}'_1 和 \mathbf{U}'_2 。矩阵 \mathbf{U}'_1 和 \mathbf{U}'_2 分别对应信号子空间 \mathbf{E}'_1 和 \mathbf{E}'_2 , 和式(22)一样, 得到关系

$$\mathbf{U}'_2 = \mathbf{U}'_1\Phi'_t \quad (29)$$

相应的旋转矩阵可以写为

$$\Phi'_t = (\mathbf{E}'_1)^+\mathbf{E}'_2 \quad (30)$$

然后, 通过对矩阵 $\Psi'_t \in \mathbf{C}^{P \times P}$ 的分解来估计目标的距离 r 。

因此, 基于TMRC-FDA-MIMO的距离-角估计算法步骤如表1所示。

表1 距离-角度联合估计算法步骤

步骤1	将接收信号矩阵 \mathbf{U} 分为两个子阵, \mathbf{U}_1 和 \mathbf{U}_2 两个子阵;
步骤2	根据公式(25)的旋转矩阵 Ψ_r 估计目标角度 $\hat{\theta}_p$ $p \in \{1, 2, \dots, P\}$, 其中 P 代表目标数量;
步骤3	根据式(25)计算第 p 个目标的权重矢量 \mathbf{w}_p ;
步骤4	根据式(30)的矩阵 Ψ'_t 估计出目标的距离值 \hat{r}_p , 然后就可以获得目标距离、角度坐标 $(\hat{r}_p, \hat{\theta}_p)$;
步骤5	重复步骤3和步骤4来估计其他目标的参数。

3.2 算法复杂度分析

应用传统多信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法在TMRC-FDA-MIMO雷达进行二维目标参数估计时计算量偏大。以下是对所提出算法复杂性的分析:

(1) 计算接收信号的协方差矩阵所需的复杂度为 $O(LM^2N^2)$;

(2) 角度协方差矩阵特征值分解的计算复杂度为 $O(M^3N^3)$;

(3) 通过式(25)获得矩阵 Ψ_r 所需计算量为 $O(3(N - 1)MP^2 + P^3)$;

(4) 计算协方差矩阵 Ψ_r 所需复杂度为 $O(P^3)$;

(5) 计算权重向量 \mathbf{w}_p 的复杂度为 $O(PN^3)$;

(6) 空间滤波的计算复杂度为 $O(PMNL)$;

(7) 滤波信号协方差矩阵复杂度 $O(PM^2L)$;

(8) 距离协方差矩阵特征值分解的计算复杂度为 $O(PM^3)$;

(9) 通过式(32)获得矩阵 Ψ'_t 所需的计算量为 $O(3(M - 1)NK)$;

注意, 在距离和角度维度上搜索目标相对应的网格数分别为 n_r 和 n_θ 。因此, 该算法的总计算量为 $O(LM^2N^2 + M^3N^3 + P(M^3 + N^3) + 2P^3 + PMNL + PM^2L + 3(N - 1)MP^2 + 3(M - 1)NP)$ 。

在相同的阵列结构下, 传统MUSIC算法的计算复杂度为 $O(M^2N^2L + M^3N^3 + n_r n_\theta M^2N^2)$ 。当为达到高测量精度时, 传统MUSIC算法就需要较小的搜索步骤, 因此变量 n_θ 和 n_r 数值就会大一些。

通过比较这两个表达式, 很容易发现所提出算法的计算复杂度要小得多。

4 数值分析

在以下实验中, 将雷达发射中心频率设置为 $f_0 = 15$ GHz, 发射阵列单元数量为 $M = 50$, 接收阵列单元数量为 $N = 10$, 且阵元间距为 $d_T = d_R = d = c/4f_0$, 目标实际位置在中心点 $(r_0^z, \theta_0^z) = (5 \text{ km}, -40^\circ)$ 附近。

4.1 TMRC-FDA-MIMO波束成形和雷达目标定位

设定两个目标分别在位置 $(-35^\circ, 4.9 \text{ km})$, $(-45^\circ, 5.1 \text{ km})$ 处。首先, 由NAPSO算法在目标点处形成的距离波束响应和角度波束响应分别如图2(a)和图2(b)所示。由于两个目标具有不同的范围和角度, 因此在相应的维度上分别产生了两个对应的峰值。然后, 采用两步估计算法来解决目标的距离和角度匹配问题。也就是说, 首先估算目标的角度, 然后在下一步中将其与距离进行匹配。

本文中在TMRC-FDA-MIMO雷达上增加了应用MUSIC算法实现目标角度和距离估计的仿真。同时为满足有效性对比, 设定相同雷达参数。为检验所提TMRC-FDA-MIMO雷达性能, 设定目标处于相同角度、不同距离, 即 $(20^\circ, 4.9 \text{ km})$ 和 $(20^\circ, 5.1 \text{ km})$ 。

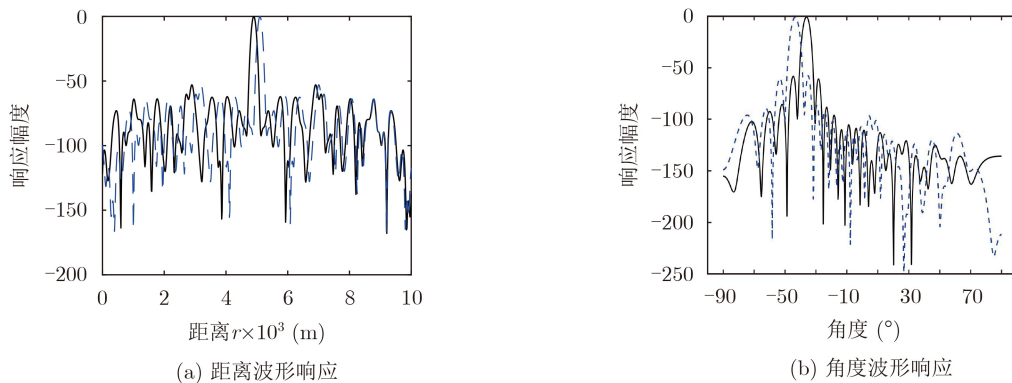


图2 基于TMRC-FDA的波形响应

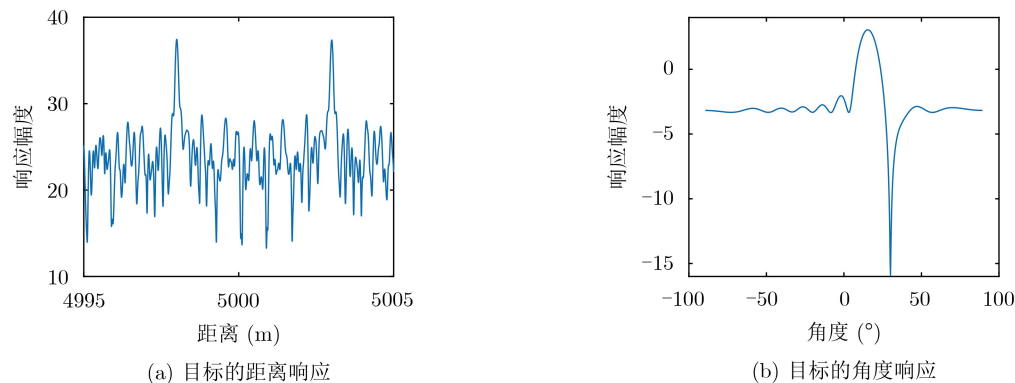


图3 基于MUSIC算法的两个近距离同角度目标的响应

图3(a)和图3(b)分别为基于MUSIC算法的TMRC-FDA-MIMO雷达的目标距离和角度响应结果。并对应用MUSIC算法和本文提出的算法所需时间进行了仿真。仿真结果表明, MUSIC算法的运行时间为70.411873 s, 而所提算法的运行时间为2.356412 s, 这与理论分析的结果相一致。不难看出, 在相同的定位精度情况下, 本文提出的算法优于MUSIC算法。

4.2 性能分析

4.2.1 CRLB性能

图4(a)和图4(b)分别为3种雷达系统(TMRC-FDA-MIMO, IFI-FDA-MIMO和LIFO-FDA-MIMO)下相应的角度和距离的CRLB。为保证结果有效性, 设定3种雷达参数相同。在SNR值从 $-20 \sim 20$ dB变化时, 从图4(a)可以看出, LIFO-FDA-MIMO和TMRC-FDA-MIMO雷达角度CRLB的值近似相等, 均低于IFI-FDA-MIMO, 在SNR等于 -20 dB时, 产生最大差值0.10907, 从图4(b)可以看出, TMRC-FDA-MIMO雷达体制距离CRLB远低于IFI-FDA-MIMO和LIFO-FDA-MIMO这两种, 且在相同SNR下, LIFO-FDA-MIMO更高一些。所以在相同SNR下, TMRC-FDA-MIMO的CRLB优于其他两种体制雷达。

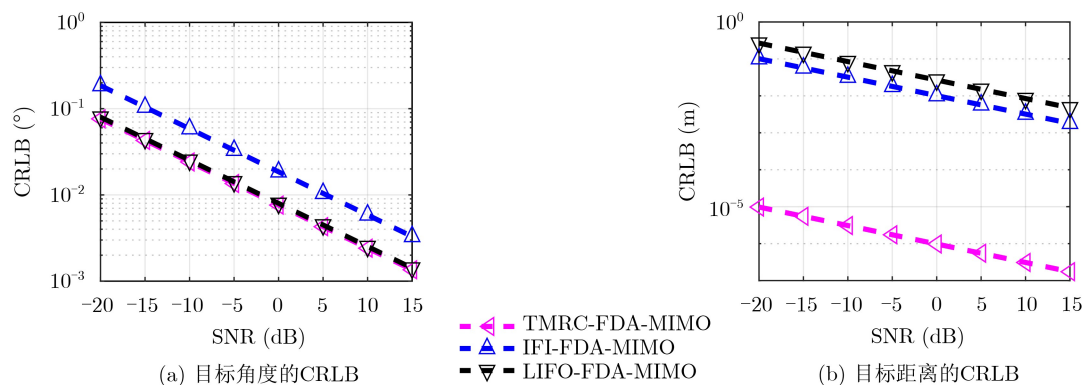


图4 比较了三种雷达系统的CRLB

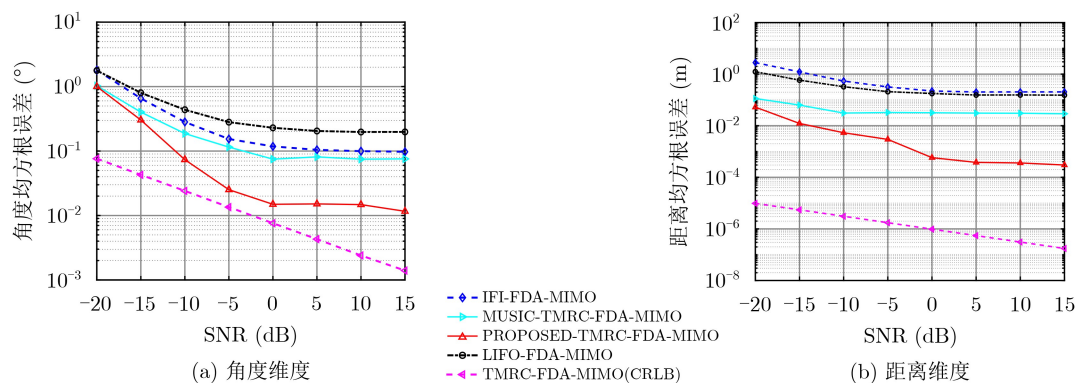


图5 在不同的SNR下, 目标的RMSE曲线在

4.2.2 均方根误差(RMSE)的性能分析

图5(a)和图5(b)分别为基于TMRC-FDA-MIMO体制下应用MUSIC算法和应用所提算法角度和距离的RMSE曲线, 并与IFI-FDA-MIMO和LIFO-FDA-MIMO进行了对比。同时, 为便于分析, 分别在图中画出了TMRC-FDA-MIMO在角度和距离下的CRLB曲线。角度和距离的RMSE值是在设定目标 $r = 5$ km和 $\theta = -40^\circ$ 下求得的。从图中可以容易看出基于所提算法的TMRC-FDA-MIMO雷达在角度和距离估计下的RMSE均最低。综合分析, 在几种体制雷达下, 应用所提算法在TMRC-FDA-MIMO雷达下获得的角度和距离估计性能最好。

5 结论

FDA-MIMO雷达在距离和角度的联合估计中具有潜在的应用前景, 但由于其发射波束图的时变性和周期性, 导致发射能量发散和不受控, 制约着其应用。本文基于TMRC-FDA-MIMO雷达系统, 应用改进ESPRIT算法, 实现了波束图的聚焦性, 完成了目标距离-角度联合估计。通过角度和距离估计的CRLB和RMSE, 与目前存在的两种雷达(LIFO-FDA-MIMO、IFI-FDA-MIMO)进行了性能对比, 验证了所提TMRC-FDA-MIMO雷达的优

越性。并与应用在TMRC-FDA-MIMO雷达的MUSIC算法的复杂性和性能进行了对比, 结果证明了所提ESPRIT算法的优越性。

参考文献

- [1] DING Xiao, CHENG Youfeng, SHAO Wang, *et al.* A wide-angle scanning planar phased array with pattern reconfigurable magnetic current element[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(3): 1434-1439. doi: 10.1109/TAP.2016.2637863.
- [2] ANTONIK P, WICKS M C, GRIFFITHS H D, *et al.* Frequency diverse array radars[C]. Proceedings of 2006 IEEE Conference on Radar, Verona, USA, 2006: 215-217.
- [3] 王文钦, 邵怀宗, 陈慧. 频控阵雷达: 概念、原理与应用[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(4): 1000-1011.
WANG Wenqin, SHAO Huaizong, and CHEN Hui. Frequency diverse array radar: Concept, principle and application[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(4): 1000-1011.
- [4] SEC MEN M, DEMIR S, HIZAL A, *et al.* Frequency diverse array antenna with periodic time modulated pattern in range and angle[C]. 2007 IEEE Radar Conference, Waltham, USA, 2007: 427-430.
- [5] YANG Kaikai, HONG Sheng, ZHU Qi, *et al.* Maximum likelihood angle-range estimation for monostatic FDA-MIMO radar with extended range ambiguity using

- subarrays[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2020, 2020: 4601208.
- [6] WANG Cheng, ZHENG Wang, GONG Pan, *et al.* Joint angle and range estimation in the fda-mimo radar: The reduced-dimension root music algorithm[J]. *Wireless Personal Communications*, 2020, 115(3): 2515–2533. doi: [10.1007/s11277-020-07694-4](https://doi.org/10.1007/s11277-020-07694-4).
- [7] WANG Cheng, LI Zheng, and ZHANG Xiaofei. FDA-MIMO for joint angle and range estimation: Unfolded coprime framework and parameter estimation algorithm[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2020, 14(6): 917–926.
- [8] TANG Wengen, JIANG Hong, and ZHANG Qi. Range-angle decoupling and estimation for FDA-MIMO radar via atomic norm minimization and accelerated proximal gradient[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 366–370.
- [9] WANG Cheng, ZHANG Xiaofei, and LI Jianfeng. FDA-MIMO radar for 3D localization: Virtual coprime planar array with unfolded coprime frequency offset framework and TRD-MUSIC algorithm[J]. *Digital Signal Processing*, 2021, 113: 103017.
- [10] KHAN W, QURESHI I M, and SAEED S. Frequency diverse array radar with logarithmically increasing frequency offset[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014, 14: 499–502.
- [11] YAN Yisheng, CAI Jingye, and WANG Wenqin. Two-stage ESPRIT for unambiguous angle and range estimation in FDA-MIMO radar[J]. *Digital Signal Processing*, 2019, 92: 151–165.
- [12] YAO Amin, WU Wen, and FANG Dagang. Frequency diverse array antenna using time-modulated optimized frequency offset to obtain time-invariant spatial fine focusing beampattern[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(10): 4434–4446.
- [13] CHU Wei, LIU Yunqing, LI Xiaolong, *et al.* Optimization of emission waveform by accelerated particle swarm algorithm based on logarithmic frequency offset mathematical model[J]. *Wireless Personal Communications*, 2020, 113(1): 167–187.
- [14] 王伟伟, 吴孙勇, 许京伟, 等. 基于频率分集阵列的机载雷达距离模糊杂波抑制方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(10): 2321–2327.
- WANG Weiwei, WU Sunyong, XU Jingwei, *et al.* Range ambiguity clutter suppression for airborne radar based on frequency diverse array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(10): 2321–2327.
- [15] WANG Wenqin. Range-angle dependent transmit beampattern synthesis for linear frequency diverse arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(8): 4073–4081. doi: [10.1109/TAP.2013.2260515](https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2260515).
- [16] RAO B D and HARI K V S. Performance analysis of ESPRIT and TAM in determining the direction of arrival of plane waves in noise[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(12): 1990–1995.
- [17] GUI Ronghua, WANG Wenqin, CUI Can, *et al.* Coherent pulsed-FDA radar receiver design with time-variance consideration: SINR and CRB analysis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(1): 200–214. doi: [10.1109/TSP.2017.2764860](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2764860).

初伟：男，1989年生，博士生，研究方向为雷达阵列信号处理和毫米波目标检测。

刘云清：男，1970年生，教授，博士生导师，主要从事雷达信号处理、智能信息处理、微波技术领域等的研究。

刘文字：男，1997年生，硕士生，研究方向为信号与信息处理。

李晓龙：男，1989年生，讲师，博士，研究方向为雷达信号处理。

责任编辑：余蓉