

一种单输入控制器下的忆阻混沌同步电路设计与实现

瞿少成 陈尧* 罗静 赵亮 刘艺

(华中师范大学物理科学与技术学院 武汉 430079)

摘要: 该文提出一种在单输入控制器下基于忆阻器的混沌同步模拟电路设计及其实现方法, 并将它应用于基于忆阻混沌同步的保密通信。首先, 基于混沌同步理论, 构建了混沌同步系统及保密通信模型, 并设计实现了一种4阶压控忆阻混沌电路和混沌加密解密电路。其次, 将所设计的忆阻混沌电路作为混沌驱动和响应电路, 根据它们的误差系统设计了一种单输入混沌同步控制器, 并将其实现于忆阻混沌同步电路当中。最后, 完成了基于忆阻混沌同步的保密通信电路实验。实验结果表明, 所设计忆阻混沌同步电路结构简单、操作方便、波形良好, 在单输入控制器下电路能够快速同步并保持稳定, 且在保密通信实验中信号还原度高、受损程度小、抗破译能力强, 具有一定的理论意义与潜在的实用价值。

关键词: 混沌同步电路; 忆阻器; 控制器; 保密通信

中图分类号: TN601; TP271

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2022)01-0400-08

DOI: 10.11999/JEIT200947

Design and Implementation of Memristor-based Chaotic Synchronization under a Single Input Controller

QU Shaocheng CHEN Yao LUO Jing ZHAO Liang LIU Yi

(College of Physical Science and Technology, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract: A memristor-based chaotic synchronization circuit is designed and implemented under a single-input controller, and it is applied to secure communication based on memristor chaotic synchronization. Firstly, based on the chaotic synchronization theory, a chaotic synchronization system and secure communication model are constructed, and a fourth-order memristor-based chaotic circuit is implemented, the chaotic en-/decryption circuit is also designed. Secondly, the proposed memristor-based chaotic circuit is considered as the chaotic drive and response circuits, and a single-input chaotic synchronization controller is designed according to their error system, and it is implemented in the memristor-based chaotic synchronization circuit. Finally, many experiments of chaotic synchronization and secure communication based on chaotic synchronization are performed, and experimental results show that the proposed memristor-based chaotic synchronization circuit has many advantages, such as simple structure, convenient operation and good waveform. Furthermore, secure communication based on chaotic synchronization has high signal recovery capability and good anti-decipher ability, so that it has certain theoretical significance and potential practical value.

Key words: Chaotic synchronous circuit; Memristor; Controller; Secure communication

1 引言

忆阻器作为除电阻 R 、电容 C 和电感 L 之外的第4种基本电路元件, 自1971年蔡少棠教授提出至今一直是研究的热点^[1], 而2008年文献^[2]实现的忆

阻器电路更是引起全世界的广泛关注。忆阻器具有记忆性能的非线性特点, 利用它构造混沌系统可以提高系统的不可预测性和复杂性^[3-10]。通过利用混沌同步技术, 可进一步实现基于忆阻混沌的保密通讯^[11-15]。

目前关于忆阻器的研究大多集中于含忆阻元件的新型混沌电路设计与实现^[16-19]。文献^[17,18]基于蔡氏混沌系统, 引入新型忆阻器构造了性能良好的忆阻混沌系统并实现了相关电路, 证明了忆阻混沌电路的可行性和优越性。针对混沌同步的研究已提

收稿日期: 2020-11-05; 改回日期: 2021-10-10; 网络出版: 2021-10-25

*通信作者: 陈尧 lncy1996@mails.ccnu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61673190)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61673190)

出多种混沌同步方案，如自适应混沌同步、模糊混沌控制等^[20,21]。但大多数忆阻混沌同步设计仅停留在理论与仿真上，且结构复杂较难移植于其他混沌系统^[22]，而忆阻混沌同步的电路设计与实现相对较少^[23-25]。文献^[23]提出了一种直接耦合的混沌同步方法，结构简单，但难以自适应调节，同步稳定性不佳。文献^[24]提出了一种新型自适应耦合的混沌最优同步控制策略，实现了某种特定忆阻器混沌同步电路，结构较为复杂。文献^[25]基于现场可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)提出了一种分数阶忆阻混沌同步电路，但较难移植于模拟电路当中。总体上，基于忆阻器的混沌同步电路研究与实现相对较少，针对快速响应的模拟混沌同步控制电路的研究极少。

针对上述问题，本文提出并实现了一种在单输入控制器下基于忆阻器的混沌同步电路，并将其应用于混沌保密通信。首先，基于混沌同步理论，构建了混沌同步系统与保密通信模型，并搭建了相关电路。其次，基于最小相位理论和劳斯-赫尔维茨准则，设计了一种单输入耦合混沌同步控制器，并将其实现于忆阻混沌同步电路当中。最后，设计并完成了基于忆阻混沌同步的保密通信电路实验。测试结果表明，在单输入控制器下混沌系统能快速同步并保持稳定；在保密通信实验中可完全掩盖加密信号，还原信号还原度高、波形受损小。与直接耦合的混沌同步相比，虽提高了成本但保护了混沌驱动系统结构，可实现快速同步，具有一定抗干扰能力；与自适应耦合的混沌同步相比，结构简单、操作方便，且可以移植于同类以蔡氏混沌为基础的混沌同步。

2 混沌同步系统模型及忆阻混沌电路设计

基于混沌同步理论，构建了混沌同步系统与其保密通信模型^[26]，如图1所示。

混沌同步系统主要由驱动系统、响应系统和同步控制器3部分组成。其中同步控制器为混沌同步系统的核心部分，它通过提取驱动系统和响应系统的状态变量，构建一种单输入反馈控制器 u ；在 u 的作用下，实现混沌响应系统与驱动系统的快速同步。基于混沌同步系统，将混沌驱动系统的某状态变量作为调制信号，对原始信号进行混沌加密；再利用混沌响应系统的对应状态变量，将原始信号还原出来，完成信号的保密通信。

基于蔡氏混沌电路，利用压控忆阻器模型替代蔡氏二极管，设计了一种4阶压控忆阻混沌电路。将它作为混沌驱动电路和混沌响应电路，并将其内部电压作为混沌状态变量，构造了一种基于忆阻混沌同步的保密通信电路，如图2所示。

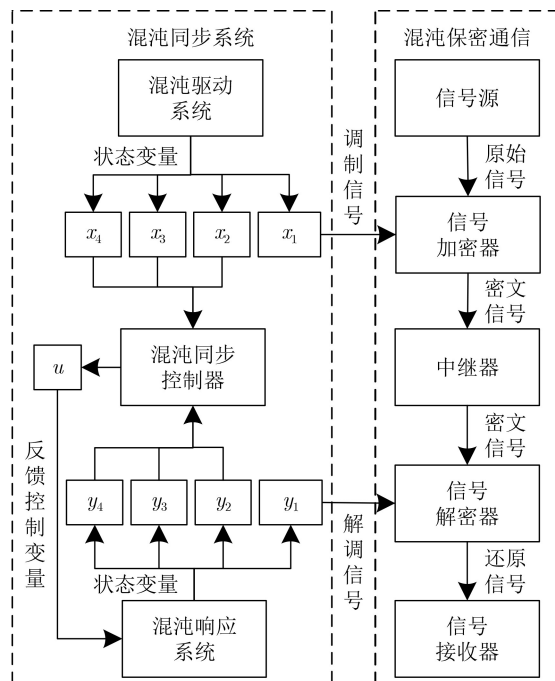


图1 混沌同步系统模型与混沌保密通信示意图

2.1 一种4阶压控忆阻混沌模拟电路设计

所设计4阶压控忆阻混沌电路主要分为忆阻器电路、等效电感电路和RC振荡电路3个部分，如图2(a)所示。其中第(1)部分为等效电感电路，第(2)部分为3次型有源压控忆阻器电路。在忆阻器电路中，首先包含隔离外部电路作用的电压跟随电路，其次利用电压积分电路得到忆阻器状态变量 v_φ ，然后通过模拟乘法电路得到3次型的非线性性质，最后进行电流运算电路完成整个压控忆阻器电路的搭建。所设计忆阻器电路的电压 v 和电流 i 的关系为

$$\left. \begin{aligned} v &= -R_1 C_3 \frac{dv_\varphi}{dt} \\ i &= w(v_\varphi) v = (a + 3bv_\varphi^2) v \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中， v_φ 为运放 U_2 的输出电压， $w(v_\varphi)$ 为所设计非线性忆阻器电路的忆导，参数 a 和 b 为

$$\left. \begin{aligned} a &= -\frac{1}{R_2} = -0.67 \times 10^{-3} \\ b &= \frac{1}{3} \left(\frac{k}{R_2} \right) = 28.89 \times 10^{-6} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中， k 为两模拟乘法器 U_3 和 U_4 所带来的放大倍数。

等效电感电路和RC振荡电路则主要为忆阻混沌电路提供持续的振荡信号。如图2(a)所示，分别设电阻 R_5, R_6, R_7, R_8 和电容 C_4 的上端结点电压为 v_a, v_b, v_c, v_e 和 v_d ，它们的阻抗为 $Z(R_5), Z(R_6), Z(R_7), Z(R_8)$ 和 $Z(C_4)$ ，设等效电感电路的电压和电流为 v_L 和 i_L ，根据基尔霍夫定律可得

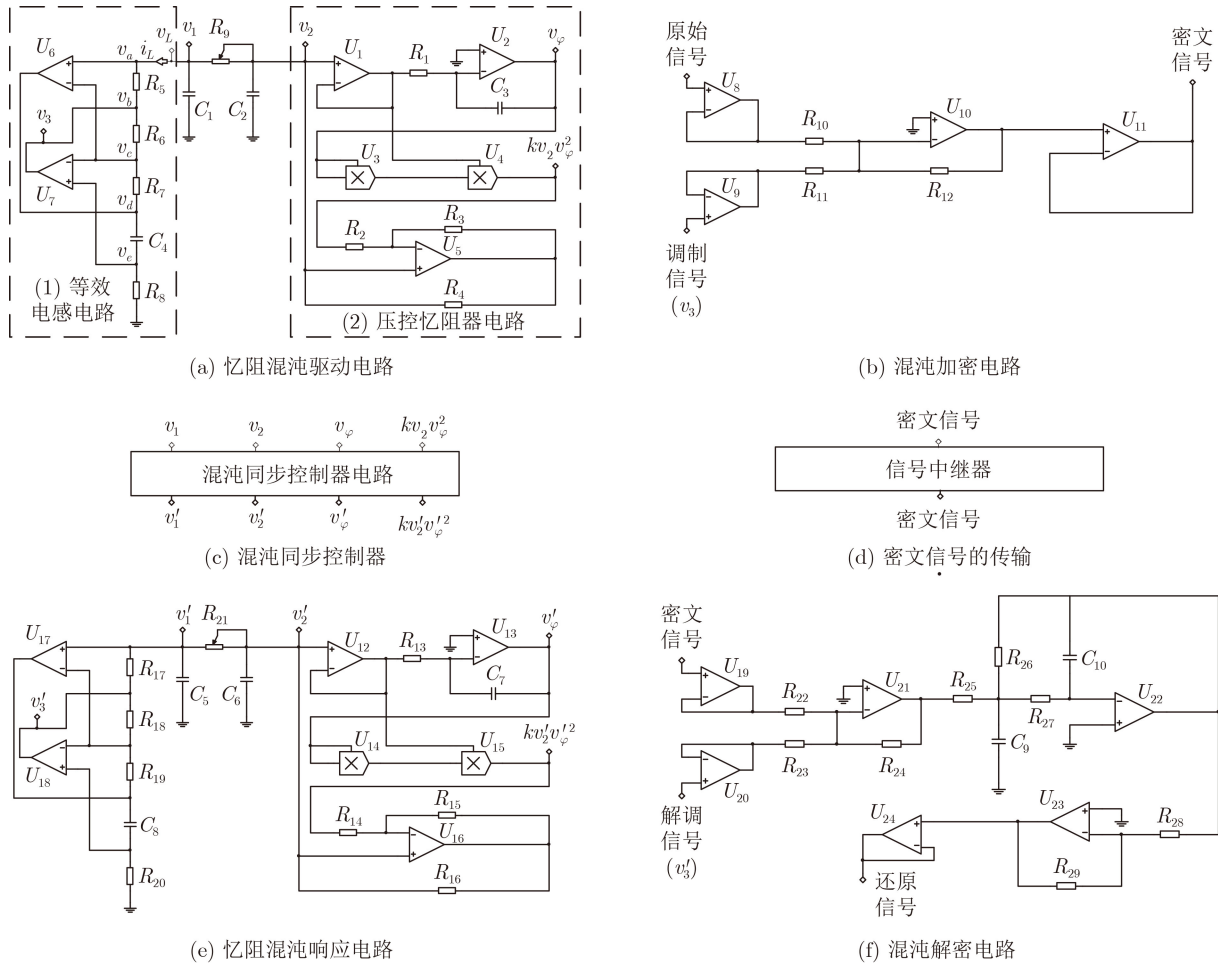


图2 基于忆阻混沌同步的保密通信电路原理图

$$V_a(s) = V_c(s) = V_e(s) = V_L(s) \tag{3}$$

$$\frac{V_b(s) - V_c(s)}{Z(R_6)} - \frac{V_c(s) - V_d(s)}{Z(R_7)} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{V_d(s) - V_e(s)}{Z(C_4)} - \frac{V_e(s)}{Z(R_8)} = 0 \tag{5}$$

解得

$$V_L(s) = \frac{Z(C_4)Z(R_6)}{Z(R_7)Z(R_8)}V_L(s) + V_b(s) \tag{6}$$

$$I_L(s) = \frac{V_L(s) - V_b(s)}{Z(R_5)} = \frac{Z(C_4)Z(R_6)}{Z(R_5)Z(R_7)Z(R_8)}V_L(s) \tag{7}$$

所以等效电感电路的阻抗 Z_L 为

$$Z_L = \frac{V_L(s)}{I_L(s)} = \frac{Z(R_5)Z(R_7)Z(R_8)}{Z(R_6)Z(C_4)} \tag{8}$$

则等效电感电路的等效电感为

$$L = \frac{R_5R_7R_8C_4}{R_6} = 17.95 \text{ mH} \tag{9}$$

在所设计的4阶压控忆阻混沌电路中, 分别提

取等效电感电路中运放 U_7 的输出电压 v_3 、电容 C_1 的电压 v_1 、电容 C_2 的电压 v_2 以及忆阻器电路中运放 U_2 的输出电压 v_φ 作为混沌电路的状态变量, 可得到其表达式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_3}{dt} &= \frac{1}{R_9C_1}v_2 + \frac{1}{R_5C_1}v_3 \\ &\quad - \left(\frac{1}{R_9C_1} + \frac{1}{R_5C_1} + \frac{R_6}{R_7R_8C_1} \right)v_1 \\ \frac{dv_1}{dt} &= \frac{1}{R_9C_1}(v_2 - v_1) - \frac{1}{R_5C_1}(v_1 - v_3) \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{1}{R_9C_2}(v_1 - v_2) - \frac{1}{C_2}(a + 3bv_\varphi^2)v_2 \\ \frac{dv_\varphi}{dt} &= -\frac{1}{R_1C_3}v_2 \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

根据劳斯-赫尔维茨稳定性判据, 通过时间序列法利用Matlab工具进行了Lyapunov指数计算。实验结果表明, 当状态变量的初始值为(0, 0, 0.1, 0)时, 所设计4阶压控忆阻混沌电路的Lyapunov指数为(-1.8, 0.027, 0.023, 0), 其中第1个指数为负, 第2、第3指数为正, 且指数和为负, 可知所设计忆阻混沌电路是混沌振荡的。

2.2 忆阻混沌加密解密电路设计

将混沌驱动电路中运放 U_7 的输出电压 v_3 作为调制信号，基于混沌信号掩盖加密原理，通过反向加法器将原始信号加密。将混沌响应电路中运放 U_{18} 的输出电压 v'_3 作为解调信号，经反向加法器将传输信号还原，再经低通滤波器将噪声信号滤除，最终得到还原信号。通过采用硬件加密的方式，可较为快速地完成加密解密工作；而且由于调制信号和解调信号不同，即使传输中密文信号被窃取，也很难被破解。但这也要求所设计混沌同步控制器性能良好，能控制解调信号和调制信号快速同步，下面对混沌同步控制器电路进行详细设计。

3 一种单输入混沌同步控制器的设计与实现

3.1 一种单输入混沌同步控制器

设 $x_1 = v_3$, $x_2 = v_1$, $x_3 = v_2$, $x_4 = v_\varphi$, $y_1 = v'_3$, $y_2 = v'_1$, $y_3 = v'_2$ 和 $y_4 = v'_\varphi$ ，则所设计忆阻混沌驱动和响应电路的状态表达式可转换为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \alpha x_3 + \beta x_1 - (\alpha + \beta + \chi) x_2 \\ \dot{x}_2 &= \alpha (x_3 - x_2) - \beta (x_2 - x_1) \\ \dot{x}_3 &= \delta (x_2 - x_3) - \varepsilon (a + 3bx_4^2) x_3 \\ \dot{x}_4 &= -\gamma x_3 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_1 &= \alpha y_3 + \beta y_1 - (\alpha + \beta + \chi) y_2 \\ \dot{y}_2 &= \alpha (y_3 - y_2) - \beta (y_2 - y_1) \\ \dot{y}_3 &= \delta (y_2 - y_3) - \varepsilon (a + 3by_4^2) y_3 + u \\ \dot{y}_4 &= -\gamma y_3 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中， $\alpha, \beta, \chi, \delta, \varepsilon$ 和 γ 为实数，如表1所示。

若令 $e_i = y_i - x_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$)为误差系统，由式(12)减去式(11)得同步误差系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1 &= \alpha e_3 + \beta e_1 - (\alpha + \beta + \chi) e_2 \\ \dot{e}_2 &= \alpha (e_3 - e_2) - \beta (e_2 - e_1) \\ \dot{e}_3 &= \delta (e_2 - e_3) - \varepsilon (ae_3 + 3by_4^2 y_3 - 3bx_4^2 x_3) + u \\ \dot{e}_4 &= -\gamma e_3 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

如果在单输入反馈控制器 u 下，混沌同步误差系统式(13)收敛为0，则说明了混沌响应系统与混沌驱动系统保持了同步。这样，将混沌驱动系统式(11)与响应系统式(12)的同步问题转化成系统式(13)的稳定性问题，即要寻找一种控制策略使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = 0$, ($i = 1, 2, 3, 4$)。

选择控制器

$$u = -\delta e_2 - \delta e_3 + \delta e_4 + 3b\varepsilon y_4^2 y_3 - 3b\varepsilon x_4^2 x_3 \quad (14)$$

令 $\lambda_1 = e_1 - e_2$, $\lambda_2 = e_2$ ，则系统式(13)可转化为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -\chi \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 &= \beta \lambda_1 - \alpha \lambda_2 + \alpha e_3 \\ \dot{e}_3 &= -(2\delta + \varepsilon a) e_3 + \delta e_4 \\ \dot{e}_4 &= -\gamma e_3 \\ y &= e_3 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中， y 表示系统式(15)的输出。令 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)^T$ ，则 $\dot{\lambda} = \varsigma(e_3, \lambda) = (-\chi \lambda_2, \beta \lambda_1 - \alpha \lambda_2 + \alpha e_3)^T$ 。为了使系统式(15)满足最小相位特性，即确保零动态子系统 $\dot{\lambda} = \varsigma(0, \lambda)$ 在原点处是渐近稳定的，只需要证明系统式(15)在输出 $y = 0$ 时，仍然保持内部稳定性。令 $e_3 = e_4 = 0$ ，由于子系统 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)^T$ 是有界的，则零动态子系统可以描述为 $\dot{\lambda} = \mathbf{A}\lambda$ ，其中矩阵 \mathbf{A} 为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\chi \\ \beta & -\alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

由于矩阵 \mathbf{A} 特征值的实部均小于0，因此矩阵式(16)为赫尔维兹矩阵，所以零动态子系统 $\dot{\lambda} = \varsigma(0, \lambda)$ 可以渐近收敛至原点，即系统式(15)是最小相位的。再令 $\omega_3 = e_3$, $\omega_4 = e_4$ 和 $\omega = (\omega_1, \omega_2)^T$ ，则 $\dot{\omega}$ 可以写成 $\dot{\omega} = \mathbf{B}\omega$ ，其中矩阵 \mathbf{B} 为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -(2\delta + \varepsilon a) & \delta \\ -\gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

由于矩阵 \mathbf{B} 特征值的实部也均小于0，因此矩阵式(16)也为赫尔维兹矩阵。所以在控制器式(14)下，系统式(15)收敛，即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i = 0$, ($i = 1, 2, 3, 4$)。因此采用单输入反馈控制器式(14)，可以实现混沌驱动系统式(11)与混沌响应系统式(12)同步。

3.2 混沌同步控制器模拟电路设计

根据电路原理，通过电压跟随器分别提取混沌驱动和响应电路的电压状态变量，构建一种单输入反馈控制器电路，如图3所示。根据图3可知，运放 U_{37} 的输出电压为

$$\begin{aligned} v_u &= v_1 + v_2 - v_\varphi - \frac{kR_{45}}{R_{39}} v_2 v_\varphi^2 - v'_1 + v'_\varphi \\ &\quad + \frac{kR_{45}}{R_{44}} v'_2 v_\varphi'^2 \end{aligned} \quad (18)$$

则电路实际加入的反馈控制器为

$$\begin{aligned} u &= \frac{v_u - v'_2}{R_{46} C_6} = \frac{1}{R_{21} C_6} (v_1 - v'_1 + v_2 - v'_2 + v'_\varphi - v_\varphi) \\ &\quad - \frac{3b}{C_2} v_2 v_\varphi^2 + \frac{3b}{C_2} v'_2 v_\varphi'^2 \end{aligned} \quad (19)$$

表1 系统参数

参数	α	β	χ	δ	ε	γ
表达式	$\frac{1}{R_9 C_1}$	$\frac{1}{R_5 C_1}$	$\frac{R_6}{R_7 R_8 C_1}$	$\frac{1}{R_9 C_2}$	$\frac{1}{C_2}$	$\frac{1}{R_1 C_3}$

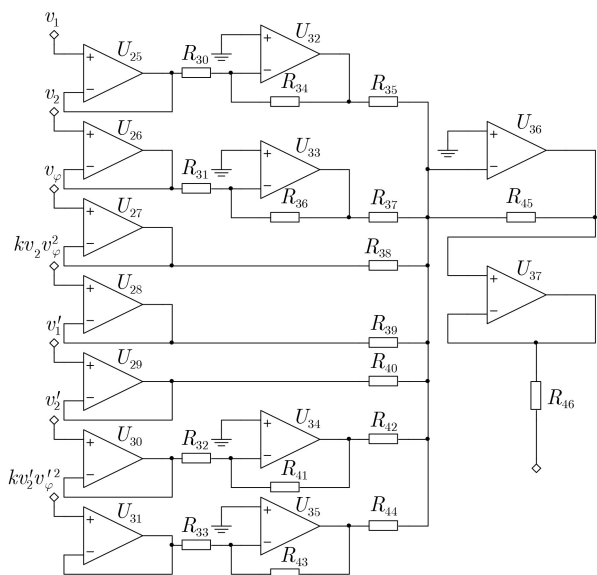


图3 混沌同步控制器电路

控制器电路通过电压跟随器提取混沌驱动和响应电路的状态变量，经加减运算电路后再由电压跟随器通过电阻作用于响应电路。与直接耦合同步和自适应

耦合同步相比，单向电压跟随电路保护了混沌驱动和响应电路的原混沌特性，使得混沌同步系统较为稳定。

根据前文图2设计的混沌驱动-响应电路和加密解密电路，将所设计的混沌同步控制器电路实现于基于忆阻混沌同步的保密通信电路。根据图2和图3以及表2元器件参数搭建实际电路，如图4所示。

4 实验测试与保密通信

分别进行基于Matlab的混沌同步系统仿真实验、混沌同步电路仿真实验和实际电路测试实验，并统计混沌同步后的误差信号波动，如表3所示。从表3中可以看出，所设计控制器同步效果明显，误差信号接近为0。实际电路中虽然有噪声干扰但误差信号有明显的收敛，实际误差波动控制在±0.6 V以内。将所得到的忆阻混沌同步电路接入±15 V电源，进一步利用示波器观察同步电路相关状态变量的误差波形图及2维相位图，如图5和图6所示。图5为打开所设计控制器前后的混沌同步电路误差波形图，其中在中央位置打开控制器开关。从图5中可以看出，当混沌同步控制器打开前，误

表2 基于忆阻混沌同步的保密通信电路参数取值

参数	参值	参数	参值	参数	参值	参数	参值
R_1, R_{13}	8.2 kΩ	R_2, R_{14}	1.5 kΩ	R_3, R_4, R_{15}, R_{16}	2 kΩ	R_5, R_{17}	264 Ω
R_6, R_7, R_{18}, R_{19}	500 Ω	$R_8, R_{20}, R_{28}, R_{29}$	1 kΩ	R_9, R_{21}, R_{46}	2.14 kΩ	R_{10}, R_{24}	39 kΩ
R_{11}, R_{23}	15 kΩ	R_{12}, R_{22}	11 kΩ	R_{25}, R_{26}	27 kΩ	R_{27}	43 kΩ
$R_{30}, R_{31}, R_{32}, R_{33}$	10 kΩ	$R_{34}, R_{36}, R_{41}, R_{43}$	10 kΩ	$R_{35}, R_{37}, R_{38}, R_{40}$	18 kΩ	R_{39}, R_{44}	12.62 kΩ
R_{45}	18 kΩ	C_1, C_4, C_5, C_8	68 nF	C_2, C_6	6.8 nF	C_3, C_7	47 nF
C_9	10 nF	C_{10}	2.2 nF				

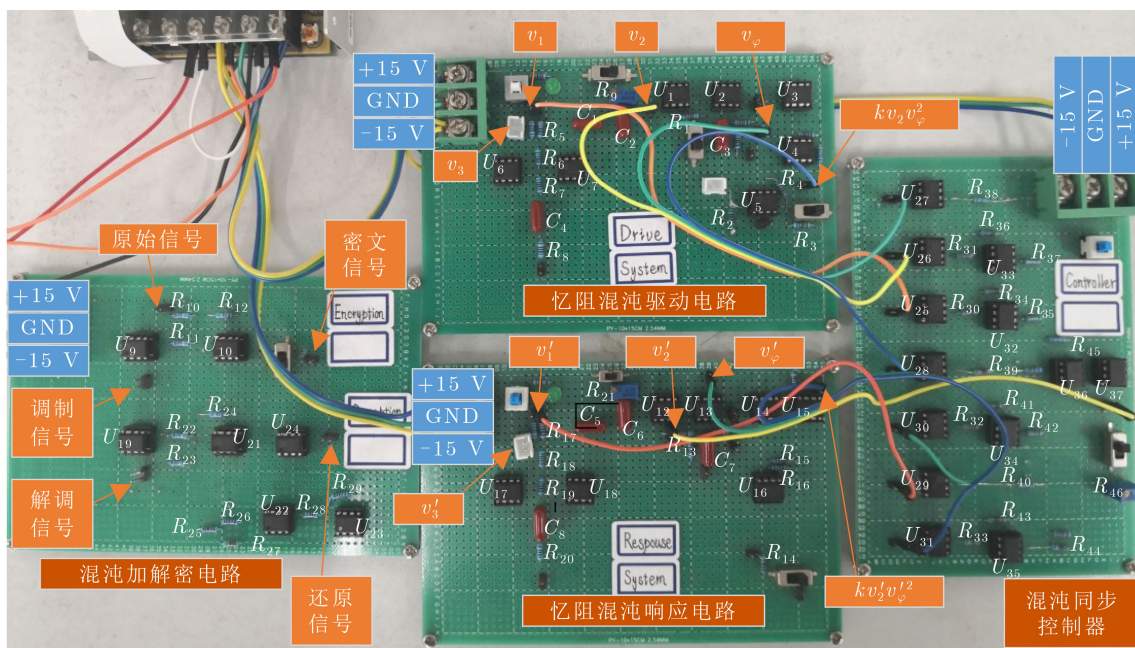


图4 基于忆阻混沌同步的保密通信电路实物

表 3 同步后各状态变量的误差信号统计

	参数	最大值 (V)	最小值 (V)
Matlab仿真	e_1	0.0003	-0.0002
	e_2	0.0005	-0.0004
	e_3	0.0012	-0.0008
	e_4	0.0004	-0.0001
电路仿真	e_1	0.1070	-0.0610
	e_2	0.0850	-0.0450
	e_3	0.2410	-0.0970
	e_4	0.0940	-0.0380
实际电路	e_1	0.4450	-0.2680
	e_2	0.5910	-0.2840
	e_3	0.6120	-0.5590
	e_4	0.4830	-0.2570

差信号 e 较大；当混沌同步控制器打开后，误差状态变量 e 以指数速度迅速收敛，渐近稳定为0。从图6的忆阻混沌同步电路相位图中可以看出，控制器打开后状态变量 x_3 和 y_3 保持同步，其相位图呈现一个45°重合线段，证明了所设计混沌同步控制器性能良好，可以进行基于忆阻混沌同步的保密通信。

然后提取状态变量 x_1 (电压 v_3)作为加密信号，将信号发生器产生的150 Hz正弦信号和200 Hz三角波信号叠加原始小信号加密，得到密文信号；最后提取状态变量 y_1 (电压 v_3)作为解密信号，将密文信号解密得到解密信号。图7(a)为原始信号与密文信号波形图，可以看出密文信号已经被混沌信号完全掩盖加密了；图7(b)为原始信号与解密信号波形图，可以看出还原信号波形良好，还原度高。

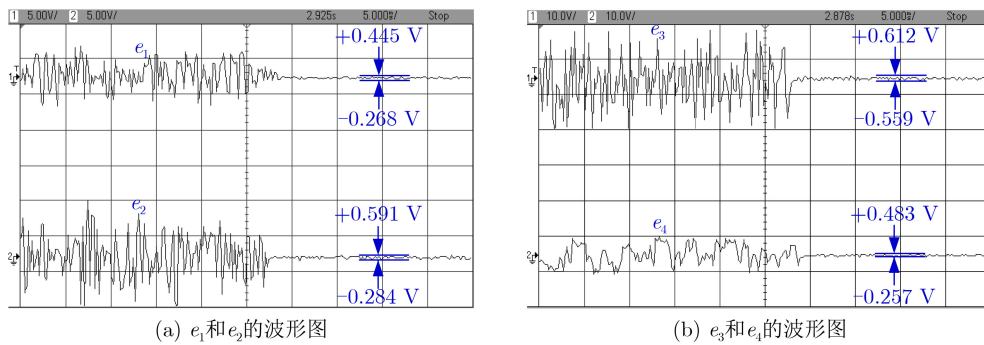


图 5 忆阻混沌同步电路的误差波形图

5 结束语

本文提出一种基于忆阻器的混沌同步电路及其在保密通信中的应用。基于混沌同步理论，构建了混沌同步系统与保密通信模型，并设计实现了一种4阶压控忆阻混沌电路，将其4个电压值作为状态变量，摆脱了蔡氏混沌电路电流较难提取的难点。基于最小相位理论和劳斯-赫尔维茨准则，根据误差函数设计了一种单输入混沌同步控制器，并将其实现于忆阻混沌同步电路当中，进一步应用于保密通信。实验测试表明，所设计的忆阻器混沌同步从

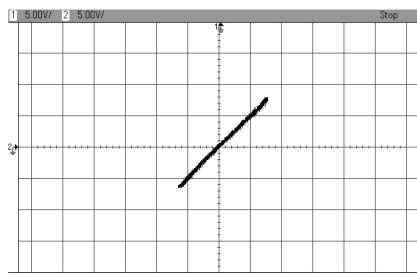


图 6 基于忆阻器的混沌同步电路相关变量 x_3 和 y_3 的2维相图

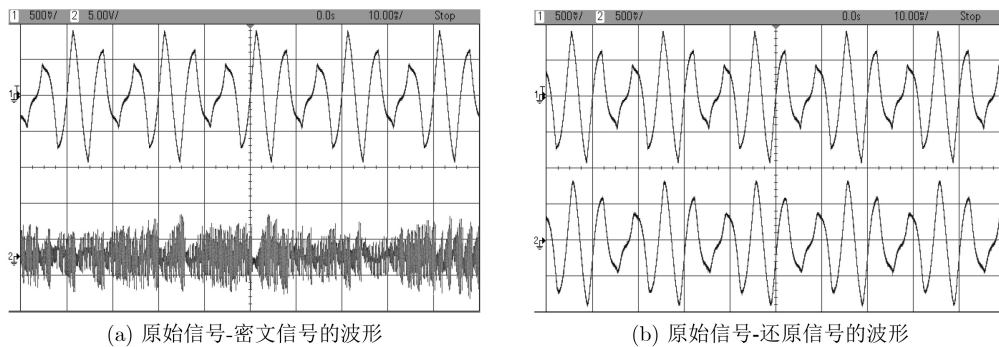


图 7 忆阻混沌保密通信的波形图

模拟电路层面实现了混沌系统的同步,有同步速率高、结构简单、信号效果好、可靠性高、抗干扰能力强等优点,可以应用于混沌保密通信领域,具有一定的市场和推广价值。与直接耦合同步相比,混沌驱动系统不受同步控制的干扰,可扩展为多混沌响应系统同步,且在毫秒单位内即可实现混沌同步,具有一定降噪能力。与自适应耦合同步相比,结构简单、操作方便、性价比高,可移植于同类以蔡氏混沌为基础的混沌同步电路。混沌保密通信将混沌加密与控制器使用的混沌状态变量区分开来,即使被截取传输信号也较难破解密文。在未来的研究中,可以用FPGA来代替模拟电路,进一步研究与实现基于忆阻器的混沌同步数字电路。

参考文献

- [1] CHUA L. Memristor-the missing circuit element[J]. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1971, 18(5): 507–519. doi: [10.1109/tct.1971.1083337](https://doi.org/10.1109/tct.1971.1083337).
- [2] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART D R, *et al.* The missing memristor found[J]. *Nature*, 2008, 453(7191): 80–83. doi: [10.1038/nature06932](https://doi.org/10.1038/nature06932).
- [3] MANNAN Z I, YANG Changju, and KIM H. Oscillation with 4-lobe Chua corsage memristor[J]. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 2018, 18(2): 14–27. doi: [10.1109/MCAS.2018.2821724](https://doi.org/10.1109/MCAS.2018.2821724).
- [4] BAO Han, JIANG Tao, CHU Kaibin, *et al.* Memristor-based canonical Chua's circuit: Extreme multistability in voltage-current domain and its controllability in flux-charge domain[J]. *Complexity*, 2018, 2018: 5935637. doi: [10.1155/2018/5935637](https://doi.org/10.1155/2018/5935637).
- [5] 林毅, 刘文波, 沈骞. 五阶压控忆阻蔡氏混沌电路的双稳定性[J]. *物理学报*, 2018, 67(23): 230502. doi: [10.7498/aps.67.20181283](https://doi.org/10.7498/aps.67.20181283).
LIN Yi, LIU Wenbo, and SHEN Qian. Bi-stability in a fifth-order voltage-controlled memristor-based Chua's chaotic circuit[J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(23): 230502. doi: [10.7498/aps.67.20181283](https://doi.org/10.7498/aps.67.20181283).
- [6] GUO Mei, YANG Wenyan, XUE Youbao, *et al.* Multistability in a physical memristor-based modified Chua's circuit[J]. *Chaos*, 2019, 29(4): 043114. doi: [10.1063/1.5089293](https://doi.org/10.1063/1.5089293).
- [7] 吕晏旻, 闵富红. 基于现场可编程逻辑门阵列的磁控忆阻电路对称动力学行为分析[J]. *物理学报*, 2019, 68(13): 130502. doi: [10.7498/aps.68.20190453](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190453).
LÜ Yanmin and MIN Fuhong. Dynamic analysis of symmetric behavior in flux-controlled memristor circuit based on field programmable gate array[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(13): 130502. doi: [10.7498/aps.68.20190453](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190453).
- [8] HUANG Lilian, YAO Wenju, XIANG Jianhong, *et al.* Heterogeneous and homogenous multistabilities in a novel 4d memristor-based chaotic system with discrete bifurcation diagrams[J]. *Complexity*, 2020, 2020: 2408460. doi: [10.1155/2020/2408460](https://doi.org/10.1155/2020/2408460).
- [9] MA Xujiang, MOU Jun, LIU Jian, *et al.* A novel simple chaotic circuit based on memristor–memcapacitor[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 100(3): 2859–2876. doi: [10.1007/s11071-020-05601-x](https://doi.org/10.1007/s11071-020-05601-x).
- [10] 王春华, 蔺海荣, 孙晶如, 等. 基于忆阻器的混沌、存储器及神经网络电路研究进展[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(4): 795–810. doi: [10.11999/JEIT190821](https://doi.org/10.11999/JEIT190821).
WANG Chunhua, LIN Hairong, SUN Jingru, *et al.* Research progress on chaos, memory and neural network circuits based on memristor[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(4): 795–810. doi: [10.11999/JEIT190821](https://doi.org/10.11999/JEIT190821).
- [11] PECORA L M and CARROLL T L. Synchronization of chaotic systems[J]. *Chaos*, 2015, 25(9): 097611. doi: [10.1063/1.4917383](https://doi.org/10.1063/1.4917383).
- [12] YE Xiaolin, WANG Xingyuan, GAO Suo, *et al.* A new chaotic circuit with multiple memristors and its application in image encryption[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 99(2): 1489–1506. doi: [10.1007/s11071-019-05370-2](https://doi.org/10.1007/s11071-019-05370-2).
- [13] LUO Jing, QU Shaocheng, CHEN Yao, *et al.* Synchronization of memristor-based chaotic systems by a simplified control and its application to image encryption using DNA encoding[J]. *Chinese Journal of Physics*, 2019, 62: 374–387. doi: [10.1016/j.cjph.2019.09.031](https://doi.org/10.1016/j.cjph.2019.09.031).
- [14] SUN Junwei, YANG Qinfei, and WANG Yanfeng. Dynamical analysis of novel memristor chaotic system and DNA encryption application[J]. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, 2020, 44(1): 449–460. doi: [10.1007/s40998-019-00239-x](https://doi.org/10.1007/s40998-019-00239-x).
- [15] CHEN Baoju, YU Simin, CHEN Ping, *et al.* Design and virtex-7-based implementation of video chaotic secure communications[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2020, 30(5): 2050075. doi: [10.1142/S0218127420500753](https://doi.org/10.1142/S0218127420500753).
- [16] ZHAO Qing, WANG Chunhua, and ZHANG Xin. A universal emulator for memristor, memcapacitor, and meminductor and its chaotic circuit[J]. *Chaos*, 2019, 29(1): 013141. doi: [10.1063/1.5081076](https://doi.org/10.1063/1.5081076).
- [17] ZHU Minghao, WANG Chunhua, DENG Quanli, *et al.* Locally active memristor with three coexisting pinched hysteresis loops and its emulator circuit[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2020, 30(13): 2050184. doi: [10.1142/S0218127420501849](https://doi.org/10.1142/S0218127420501849).
- [18] WANG Chunhua, XIA Hu, and ZHOU Ling. A memristive hyperchaotic multiscroll jerk system with controllable scroll numbers[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2017, 27(6): 1750091. doi: [10.1142/S0218127417500912](https://doi.org/10.1142/S0218127417500912).

- [19] HAN Chunyan, SHEN Yiran, WU Zeyan, *et al.* A novel meminductor-based chaotic oscillating circuit and its DSP realisation for generating PN sequences[J]. *Pramana*, 2020, 94(1): 101. doi: [10.1007/s12043-020-01969-y](https://doi.org/10.1007/s12043-020-01969-y).
- [20] QUAN Boan, WANG Chunhua, SUN Jingru, *et al.* A novel adaptive active control projective synchronization of chaotic systems[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2018, 13(5): 051001. doi: [10.1115/1.4039189](https://doi.org/10.1115/1.4039189).
- [21] RAJAGOPAL K, JAHANSHAHI H, VARAN M, *et al.* A hyperchaotic memristor oscillator with fuzzy based chaos control and LQR based chaos synchronization[J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2018, 94: 55–68. doi: [10.1016/j.aeue.2018.06.043](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2018.06.043).
- [22] YU Fei, QIAN Shuai, CHEN Xi, *et al.* A new 4D four-wing memristive hyperchaotic system: Dynamical analysis, electronic circuit design, shape synchronization and secure communication[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2020, 30(10): 2050147. doi: [10.1142/S0218127420501473](https://doi.org/10.1142/S0218127420501473).
- [23] KYPRIANIDIS I M, BOGIATZI A N, PAPADOPOULOU M, *et al.* Synchronizing chaotic attractors of Chua's canonical circuit: The case of uncertainty in chaos synchronization[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2006, 16(7): 1961–1976. doi: [10.1142/S0218127406015829](https://doi.org/10.1142/S0218127406015829).
- [24] KOUNTCHOU M, LOUODOP P, BOWONG S, *et al.* Optimal synchronization of a memristive chaotic circuit[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2016, 26(6): 1650093. doi: [10.1142/S0218127416500930](https://doi.org/10.1142/S0218127416500930).
- [25] RAJAGOPAL K, KINGNI S T, KHALAF A J M, *et al.* Coexistence of attractors in a simple chaotic oscillator with fractional-order-memristor component: Analysis, FPGA implementation, chaos control and synchronization[J]. *The European Physical Journal Special Topics*, 2019, 228(10): 2035–2051. doi: [10.1140/epjst/e2019-900001-8](https://doi.org/10.1140/epjst/e2019-900001-8).
- [26] HASHEMI S, POURMINA M A, MOBAYEN S, *et al.* Design of a secure communication system between base transmitter station and mobile equipment based on finite-time chaos synchronisation[J]. *International Journal of Systems Science*, 2020, 51(11): 1969–1986. doi: [10.1080/00207721.2020.1781290](https://doi.org/10.1080/00207721.2020.1781290).

瞿少成：男，1971年生，教授，博士生导师，研究方向为智能信息处理与非线性控制技术。

陈尧：男，1996年生，硕士生，研究方向为忆阻混沌同步控制。

罗静：男，1987年生，博士，研究方向为忆阻混沌同步控制。

赵亮：男，1993年生，博士生，研究方向为无线传感器网络。

刘艺：男，1995年生，硕士生，研究方向为电路与系统。

责任编辑：余蓉