

# 一种用于地震信号分析的二阶挤压小波变换算法

江 莉\* 尚文擎 周军妮 卫铭斐 王燕妮

(西安建筑科技大学信息与控制工程学院 西安 710055)

**摘要:** 地震信号分析在地质岩性、储层、流体、沉积相带的检测，以及地层界面识别与储层分析、地震资料处理和解释等方面具有重要研究意义。针对现有时频分析算法在处理地震信号时，存在时频分辨率低、能量聚集性差等问题，该文以Ricker子波为数学模型，提出了一种新的2阶挤压小波变换算法(SWT2)。考虑到传统时频同步压缩变换中的瞬时频率估计对地震信号失效，利用改进的母小波对地震信号进行匹配，进而通过谱峰对齐对参考频率进行修正，从而提升时频能量聚集性和时频分辨率。仿真实验结果表明，提出的2阶挤压小波变换算法可以极大地提升地震信号的时频聚集性，精确地反映信号的时延和主频，对地层结构的刻画更加精确。

**关键词:** 信号处理；地震信号；同步压缩变换；谱分解

中图分类号：TN911.7

文献标识码：A

文章编号：1009-5896(2021)12-3710-08

DOI: 10.11999/JEIT200753

## A Second-order Squeezed Wavelet Transform Algorithm for Seismic Signal Analysis

JIANG Li SHANG Wenqing ZHOU Junni WEI Mingfei WANG Yanni

(College of Information and Control Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

**Abstract:** Seismic signal is of great significance in the detection of geological lithology, reservoir, fluid and sedimentary facies, as well as the identification of stratigraphic interface, reservoir analysis, seismic data processing and interpretation. In view of the problems of low time-frequency resolution and poor energy aggregation when the traditional time-frequency analysis algorithms process seismic signals, a new 2nd-order Synchrosqueezing Wavelet Transform (SWT2) algorithm is proposed based on the model of Ricker wavelet. The proposed second-order squeezing algorithm uses the improved mother wavelet to match the seismic signals, and then corrects the reference frequency through spectral peak alignment, thus improving the time-frequency energy concentration and time-frequency resolution. Simulation results show that the proposed method can greatly improve the time-frequency aggregation, accurately reflect the time delay and dominant frequency of signals, and describe the stratigraphic structure more accurately.

**Key words:** Signal processing; Seismic signal; Synchrosqueezing transform; Spectral decomposition

### 1 引言

地震信号是一类典型的时变、非平稳、非线性信号，其瞬时特征包含了丰富的地质信息，可以用来对岩性、储层、流体以及沉积相带进行检测，进而进行地层界面识别及储层表征分析。因此，如何精确地提取地震信号的瞬时特征对地震资料分析和

解释具有重要的意义。由于地震信号的非平稳性，传统的信号处理方法——傅里叶分析已经不再适用。时频分析作为分析时变非平稳信号的有力工具，能够同时从时频2维空间上对信号进行表示，分析地震信号的局部瞬时特征，因此大量的学者进行了针对地震信号的时频分析方法研究<sup>[1]</sup>，包括短时傅里叶变换(Short Time Fourier Transform, STFT)<sup>[2]</sup>、连续小波变换(Continuous Wavelet Transform, CWT)<sup>[3]</sup>、Gabor变换<sup>[4]</sup>、维格纳-威利分布(Wigner-Ville Distribution, WVD)<sup>[1]</sup>、S变换<sup>[5]</sup>、时频压缩变换(SynchroSqueezing Transform, SST)<sup>[6-8]</sup>等，以及基于经验模式分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)的谱分析方法<sup>[9,10]</sup>。

收稿日期：2020-08-25；改回日期：2020-12-23；网络出版：2021-02-27

\*通信作者：江莉 yolanda\_jiangli@163.com

基金项目：国家自然科学基金(61803294, 61803293)，陕西省科技计划项目(2020JQ-684, 2020JM-499)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61803294, 61803293), Shaanxi Province Science and Technology Plan Project(2020JQ-684, 2020JM-499)

虽然各种方法都可以提取地震信号的特征，但时频谱分析方法的分辨率越高，越能精确对地震信号进行时间和频率的定位。传统的线性时频分析方法受限于海森堡测不准原理，不能在时域、频域同时达到最优，限制了其时频聚集性。非线性时频方法如WVD, Choi-Williams Distribution(CWD)分布等，虽然不受窗函数的约束，但引入了交叉项的干扰，也影响了时频聚集性。EMD算法可以对信号进行自适应分解，但是缺乏严格的数学基础，易受噪声干扰，受限于迭代停止准则，存在虚假频率及模态混叠等问题。

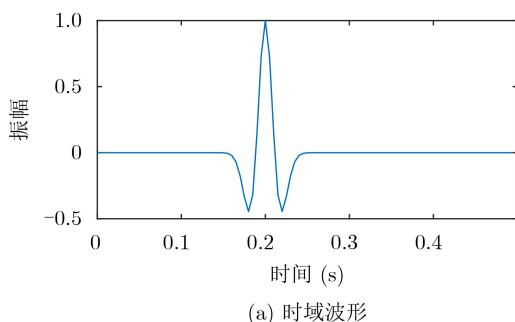
同步压缩变换是由Daubechies等人<sup>[11]</sup>提出的基于小波变换的时频分析新方法，该方法基于时频重排的思想，具有严格的数学逻辑，依据时频特性，将尺度上的能量重排到频率方向，不仅可以增强能量的聚集性，对多分量信号，还可以重构出各个分量。例如，文献[7]采用同步压缩变换处理地震资料实现河道的识别；文献[8]采用同步压缩小波变换，对比分析了高铁列车运行时的地震信号时频谱特征。实际上，SST类方法<sup>[12-14]</sup>依赖参考瞬时频的估计，对于局部可近似为单频的信号具有最优的估计性能。对于局部可近似为多项式相位的信号，可采用高阶SST<sup>[15]</sup>。然而，地震信号持续时间较短，信号瞬时带宽较大，无法定义瞬时频率，导致现有SST类方法的理论解释存在困难，实际时频分辨效果不佳。

本文在对Ricker子波及其小波变换的数学分析基础上，针对传统时频同步压缩变换中的瞬时频率估计对地震信号失效的问题，提出了一种2阶挤压小波变换算法，利用改进的母小波对地震信号进行匹配，通过谱峰对齐对参考频率进行修正，从而提升时频能量聚集性和时频分辨率。

## 2 问题提出

在地震勘探中，根据褶积模型，单道地震记录信号 $s(t)$ 可表示为

$$s(t) = \sum_{i=1}^{N-1} s_i(t) + n(t) = \sum_{i=1}^{N-1} a_i g(t - \tau_i) + n(t) \quad (1)$$



其中， $s_i(t)$ 为第*i*个反射波， $g(t)$ 为地震子波， $N$ 为介质层数， $a_i$ 为地层第*i*个界面反射系数， $\tau_i$ 为震源点传播到第*i*个界面后反射到接收点的时间。 $n(t)$ 为背景噪声，一般可近似为高斯白噪声，并与 $s_i(t)$ 统计独立。

Ricker子波是地震信号分析处理中最常用的地震子波形式，其数学模型为

$$r(t) = [1 - 2(\pi f_p(t - t_0))^2] e^{-j(\pi f_p(t - t_0))^2} \quad (2)$$

其中， $f_p$ 是主频， $t_0$ 为延迟时间。 $\hat{R}(\xi)$ 为 $r(t)$ 的傅里叶变换，可表示为

$$\hat{R}(\xi) = \frac{2\xi^2}{f_p^3 \sqrt{\pi}} e^{(-\frac{\xi^2}{f_p^2})} e^{-j2\pi\xi t_0} \quad (3)$$

图1为Ricker子波示意图，其主频是20 Hz，延迟时间为0.2 s，采样频率为200 Hz/s。可以看出，时域波形和频谱峰值分别对应信号时延和主频。另外，Ricker子波时域和频域都具有紧支性，且能量有限。对地震信号的谱分解的精确度越高，越能精确刻画地下介质层的精确构造，为地震资料解释、油气勘探等提供资料。因此如何提高时频分析的聚集性，是研究的焦点。

虽然1阶或2阶同步压缩变换对线性时频分析，可以极大提升时频能量聚集性，并保留逆变换以满足信号分量重建的需要。但是，同步压缩变换一般对局部可良好近似为单频或线性调频的多分量信号<sup>[15,16]</sup>效果较好，否则将会导致模型失配，时频聚集性严重下降。由图1可以看出，Ricker子波在局部上无法定义信号瞬时频率(或称为参考频率)，理论上不满足1阶或2阶同步压缩变换的条件。因此，如何针对地震信号的特点，构造出一种具有优良时频聚集性的挤压变换算法，是本文要解决的一个核心问题。

## 3 用于地震信号分析的挤压CWT

### 3.1 针对Ricker子波的改进CWT

对于信号 $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$ ，其连续小波变换定义为

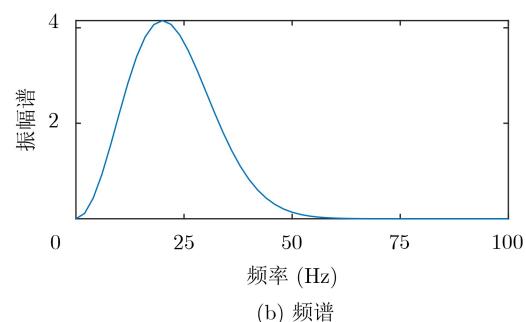


图 1 Ricker子波及其频谱

$$W_x(a, b) = \langle x, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (4)$$

其中,  $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$  为母小波函数, 满足  $0 < \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}(\xi)|^2 \frac{d\xi}{|\xi|} < \infty$ 。 $\hat{\psi}(\xi)$  代表  $\psi(t)$  的傅里叶变换。 $a$  为尺度变量,  $b$  为时间变量,  $*$  表示复共轭。由广义巴塞瓦定理, 式(4)可变换为

$$W_x(a, b) = \left\langle \hat{x}, \hat{\psi}_{a,b} \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{x}(\xi) \hat{\psi}^*(a\xi) e^{j2\pi b\xi} d\xi \quad (5)$$

由于良好的时频局部性, 现有CWT一般选择 Morlet作为母小波, 其小波基函数为

$$\psi_g(t) = \frac{k_1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/(2\sigma^2)} e^{j2\pi\mu t} \quad (6)$$

为了满足基小波的归一化条件  $\|\psi_g\|^2 = 1$ , 取  $k_1 = \sqrt{2\sigma\pi^{\frac{1}{4}}}$ 。 $\psi_g(t)$  的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_g(\xi) &= k_1 \left( e^{-2\sigma^2\pi^2(\xi-\mu)^2} - e^{-2\sigma^2\pi^2(\xi^2+\mu^2)} \right) \\ &\approx k_1 e^{-2\sigma^2\pi^2(\xi-\mu)^2} \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\mu > 0$ ,  $\sigma > 0$ , 均为常数。一般  $\xi_1 = \mu$  为小波的中心频率,  $e^{-2\sigma^2\pi^2(\xi^2+\mu^2)}$  值极小, 可以忽略。于是, 根据式(5), 可得 Ricker 子波的 CWT 可以表示为

$$\begin{aligned} W_r(a, b) &= \frac{2k_1}{f_p^3 \sqrt{\pi}} e^{-2\sigma^2\pi^2\mu^2} \\ &\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-\left(\frac{1}{f_p^2} + 2a^2\sigma^2\pi^2\right)\xi^2 + (4a\mu\sigma^2\pi^2 + j2\pi(b-t_0))\xi} d\xi \end{aligned} \quad (8)$$

令  $\alpha = 2a^2\sigma^2\pi^2 + 1/f_p^2$ ,  $\beta = 4a\mu\sigma^2\pi^2 + j2\pi(b-t_0)$ , 上式可以简化为如下形式

$$W_r(a, b) = \frac{2k_1}{f_p^3 \sqrt{\pi}} e^{-2\sigma^2\pi^2\mu^2 + \frac{\beta^2}{4\alpha}} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-\alpha(\xi - \frac{\beta}{2\alpha})^2} d\xi \quad (9)$$

其中,  $\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 e^{-\alpha(\xi - \frac{\beta}{2\alpha})^2} d\xi$  可看作服从正态分布  $N\left(\frac{\beta}{2\alpha}, \frac{1}{2\alpha}\right)$  的随机变量  $\gamma = \{\xi\}$  的 2 阶原点矩。经数学推导, 可得

$$W_r(a, b) = \frac{2k_1}{f_p^3 \sqrt{\alpha}} e^{-2\sigma^2\pi^2\mu^2 + \frac{\beta^2}{4\alpha}} \left( \frac{1}{2\alpha} + \frac{\beta^2}{4\alpha^2} \right) \quad (10)$$

回顾图 1, Ricker 子波在时域上可以看作是一个窄脉冲信号, 在频域上具有较大的带宽。式(10)中的连续小波变换, 在时间—尺度域上能量聚集性较弱, 时频分辨率较低。

基于上述数学推导和 Ricker 子波的特性, 本文提出一种改进的连续小波变换, 其基小波可表示为

$$\psi_m(t) = \frac{k_2}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2} + j2\pi\mu t} \left( 1 - \frac{t^2}{\sigma^2} + 4\pi^2\mu^2\sigma^2 + j4\pi\mu t \right) \quad (11)$$

同样为了满足基小波的归一化条件  $\|\psi_m\|^2 = 1$ , 经推导可得  $k_2 = \sqrt{2\sigma\pi^{\frac{1}{4}}} \left( \mu^4 + \frac{48\mu^2\sigma^2\pi^2 + 3}{64\sigma^4\pi^4} \right)^{-\frac{1}{2}}$ 。 $\psi_m(t)$  的傅里叶变换为

$$\hat{\psi}_m(\xi) = k_2 \xi^2 e^{-2\sigma^2\pi^2(\xi-\mu)^2} \quad (12)$$

考虑到  $\xi > 0$ , 经推导可得  $\hat{\psi}_m(\xi)$  的峰值对应的频率为

$$\xi_2 = \frac{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2/(\pi^2\sigma^2)}}{2} \quad (13)$$

可见,  $\xi_2 > \xi_1$ , 其中  $\xi_1 = \mu$  为式(7)中 Morlet 小波  $\hat{\psi}_g(\xi)$  的峰值频率。

于是, Ricker 子波的改进 CWT 为

$$\begin{aligned} W_r^m(a, b) &= \frac{2a^2k_2}{f_p^3 \sqrt{\pi}} e^{-2\sigma^2\pi^2\mu^2} \\ &\cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^4 e^{-\left(\frac{1}{f_p^2} + 2a^2\sigma^2\pi^2\right)\xi^2 + (4a\mu\sigma^2\pi^2 + j2\pi(b-t_0))\xi} d\xi \end{aligned} \quad (14)$$

类似式(8), 式(14)可以简化为

$$W_r^m(a, b) = \frac{2a^2k_2}{f_p^3 \sqrt{\pi}} e^{-2\sigma^2\pi^2\mu^2 + \frac{\beta^2}{4\alpha}} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^4 e^{-\alpha(\xi - \frac{\beta}{2\alpha})^2} d\xi \quad (15)$$

式(15)中的积分项可看作服从正态分布  $N\left(\frac{\beta}{2\alpha}, \frac{1}{2\alpha}\right)$  的随机变量  $\gamma = \{\xi\}$  的 4 阶原点矩, 经推导可得

$$\begin{aligned} W_r^m(a, b) &= \frac{2a^2k_2}{f_p^3 \sqrt{\alpha}} e^{-2\sigma^2\pi^2\mu^2 + \frac{\beta^2}{4\alpha}} \\ &\cdot \left( \left( \frac{\beta}{2\alpha} \right)^4 + \frac{3}{\alpha} \left( \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2 + 3 \left( \frac{1}{2\alpha} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

式(14)给出的改进 CWT 可看作是针对 Ricker 子波的匹配变换, 提高了时频聚集性。由于本文对  $\psi_g$  和  $\psi_m$  均进行了归一化处理, 下面通过 CWT 平面的最大能量值对上述聚集性进行证明。

令  $|W_r(a, b)|$  和  $|W_r^m(a, b)|$  的最大值分别为  $M_1$  和  $M_2$ 。通过对分析式(7)和式(12)可得,  $M_1 = |W_r(\mu/f_p, t_0)|$ ,  $M_2 > |W_r^m(\mu/f_p, t_0)|$ 。考虑对多分量 Ricker 的分辨特性和频率归一化, 假设参数选取为  $\mu\sigma = \pi$ ,  $\mu = 1$ , 经推导可得

$$\frac{M_2}{M_1} > \frac{|W_r^m(\mu/f_p, t_0)|}{|W_r(\mu/f_p, t_0)|} = \frac{(\mu/f_p)^2 k_2}{k_1} \cdot \frac{\beta^4 + 12\alpha\beta^2 + 12\alpha^2}{4\alpha^2(2\alpha + \beta^2)} > 1 \quad (17)$$

需要注意的是, 上述参数中 $\mu$ 控制小波变换后频率的中心位置,  $\sigma$ 决定时频2维分辨的区间。如果参数 $\sigma$ 和 $\mu$ 选择合适, 即保证各分量在CWT平面良好可分, 此时均满足 $M_2/M_1 > 1$ 。上述分析证明了改进CWT具有较好的能量聚集性。

### 3.2 基于改进CWT的挤压变换

同步压缩变换(SST)是将连续小波变换的尺度变量 $a$ 进行重新排列, 变换为频率变量的方法。对于信号 $r(t)$ , 且基于上述改进的CWT, 参考瞬时频率 $\omega_r(a, b)$ 定义为

$$\omega_r(a, b) = \operatorname{Re} \left( \frac{\partial_b W_r^m(a, b)}{j2\pi W_r^m(a, b)} \right), W_r^m(a, b) \neq 0 \quad (18)$$

则同步压缩连续小波变换 $T_r(\xi, b)$ 为

$$T_r(\xi, b) = \int_{\{a \in \mathbb{R}_+: W_r^m(a, b) \neq 0\}} W_r^m(a, b) \delta(\omega_r(a, b)) - \xi \frac{da}{a} \quad (19)$$

然而, 如前文所述, 地震信号可看作宽带信号, 无法定义瞬时频率。观测式(14)可以发现,  $\partial_b W_r^m(a, b)$ 可看作是对信号 $\hat{r}_1(\xi) = j2\pi\xi\hat{R}(\xi)$ 的改进CWT, 即 $\partial_b W_r^m(a, b) = W_{r_1}^m(a, b)$ , 其中 $\hat{R}(\xi)$ 如式(3)所示。

令 $\partial_\xi |\hat{r}_1(\xi)| = 0 (\xi > 0)$ , 经推导可得, 幅度谱 $|\hat{r}_1(\xi)|$ 的峰值对应的频率为 $\xi_0 = \sqrt{3/2}f_p$ 。因此,  $W_{r_1}^m(a, b)$ 与 $W_r^m(a, b)$ 在时间—尺度2维平面具有紧支性, 但具有不同的峰值位置。考虑到多分量Ricker子波, 本文先对 $W_{r_1}^m(a, b)$ 进行谱峰位置修正, 可得改进后的参考瞬时频率估计为

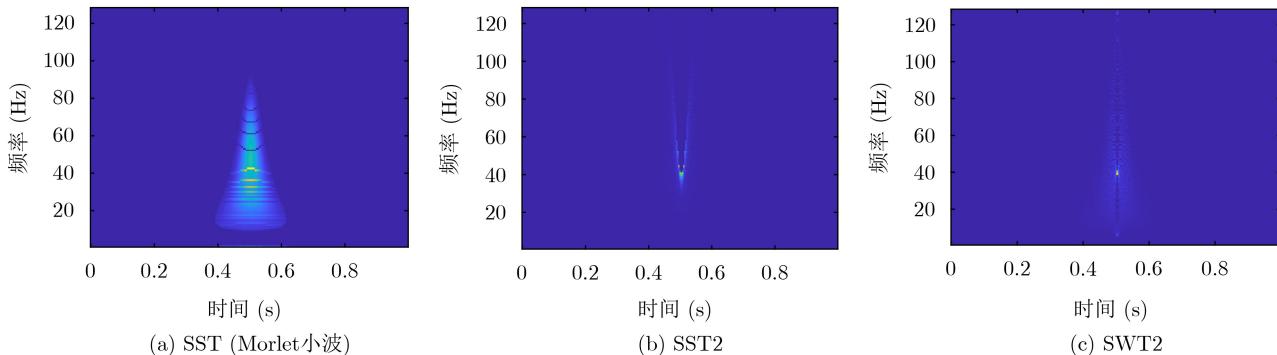


图2 已有SST算法与本文提出算法的对比分析

$$\omega_r^m(a, b) = \operatorname{Re} \left( \frac{W_{r_1}^m(\sqrt{3/2}a, b)}{j2\pi W_r^m(a, b)} \right) \quad (20)$$

将 $\omega_r^m(a, b)$ 代入式(19), 可得新的1阶挤压小波变换(Squeezed Wavelet Transform, SWT)。注意到, 这里的SWT算法将损失信号还原特性。

为了进一步提升时频聚集性, 基于上述改进的CWT, 本文提出一种2阶挤压小波变换算法(2nd-order Squeezed Wavelet Transform, SWT2)。其中, 2阶参考瞬时频率定义为

$$\begin{aligned} \omega_r^{2\text{nd}}(a, b) = & \operatorname{Re} \left( \frac{W_{r_1}^m(a, b)}{j2\pi W_r^m(a, b)} \right) - a \operatorname{Re} \\ & \cdot \left( \frac{W_r^{m, t\psi_m}(a, b)}{W_r^m(a, b) U(a, b)} \partial_a \left( \frac{W_{r_1}^m(a, b)}{j2\pi W_r^m(a, b)} \right) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

其中,  $W_r^{m, t\psi_m}(a, b)$ 为 $r(t)$ 在基小波 $t\psi_m(t)$ 下的CWT且

$$U(a, b) = \partial_a \left( \frac{a W_r^{m, t\psi_m}(a, b)}{W_r^m(a, b)} \right) \quad (22)$$

需要注意的是, 与式(21)类似, 将 $W_{r_1}^m(a, b)$ 和 $W_r^{m, t\psi_m}(a, b)$ 谱峰与 $W_r^m(a, b)$ 进行对齐处理, 再计算2阶参考瞬时频率。在此基础上, 将 $\omega_r^{2\text{nd}}(a, b)$ 代入式(19), 可得新的2阶挤压小波变换SWT2。

## 4 实验结果与分析

**实验1** 首先选取中心频率为40 Hz的Ricker子波, 采样点数为512点, 时长为1 s。图2给出了该仿真信号在已有SST算法与本文提出算法下的仿真结果。可以看出, 相对于传统的2阶时频压缩变换(2nd-order SynchroSqueezing Transform, SST2), 提出方法SWT2的聚集性更强, 近似为一个冲击信号。考虑信噪比为5 dB(高斯白噪声), 不同参数下SWT2的实验结果如图3所示。可以看出, 提出算法对小波参数不敏感, 对噪声具有一定的抑制作用。

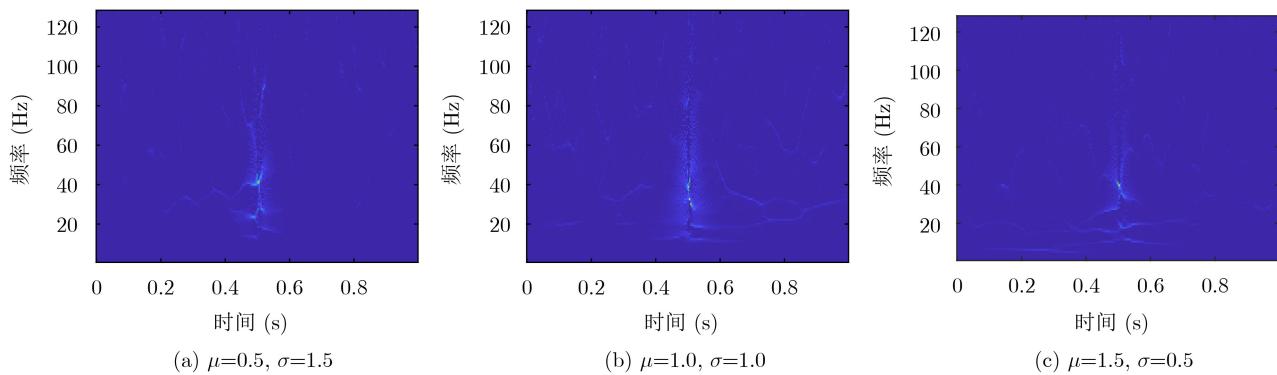


图 3 不同参数下SWT2的实验结果(SNR=5 dB)

**实验2** 为了验证改进CWT的时频聚集性能，构造一个单分量Ricker子波信号与反射系数褶积的地震信号模型进行分析。Ricker子波的主频为50 Hz，在0.2 s, 0.4 s和0.65 s处反射系数分别为0.8, -0.5和0.4。采样时长为1 s，采样点数为512。由图4(b)中STFT可以看出，该信号由3个不同时刻

的分量构成，但时频图较模糊，能量聚集性差。图4(c)中的WVD提高了聚集性，但存在干扰交叉项。对于传统基于Morlet小波的CWT, SST, 2阶SST(SST2)，本文提出的CWT, SWT和SWT2具有较好的时频聚集性。在各种算法中，SWT2效果明显，具有最优的时频能量聚集性。

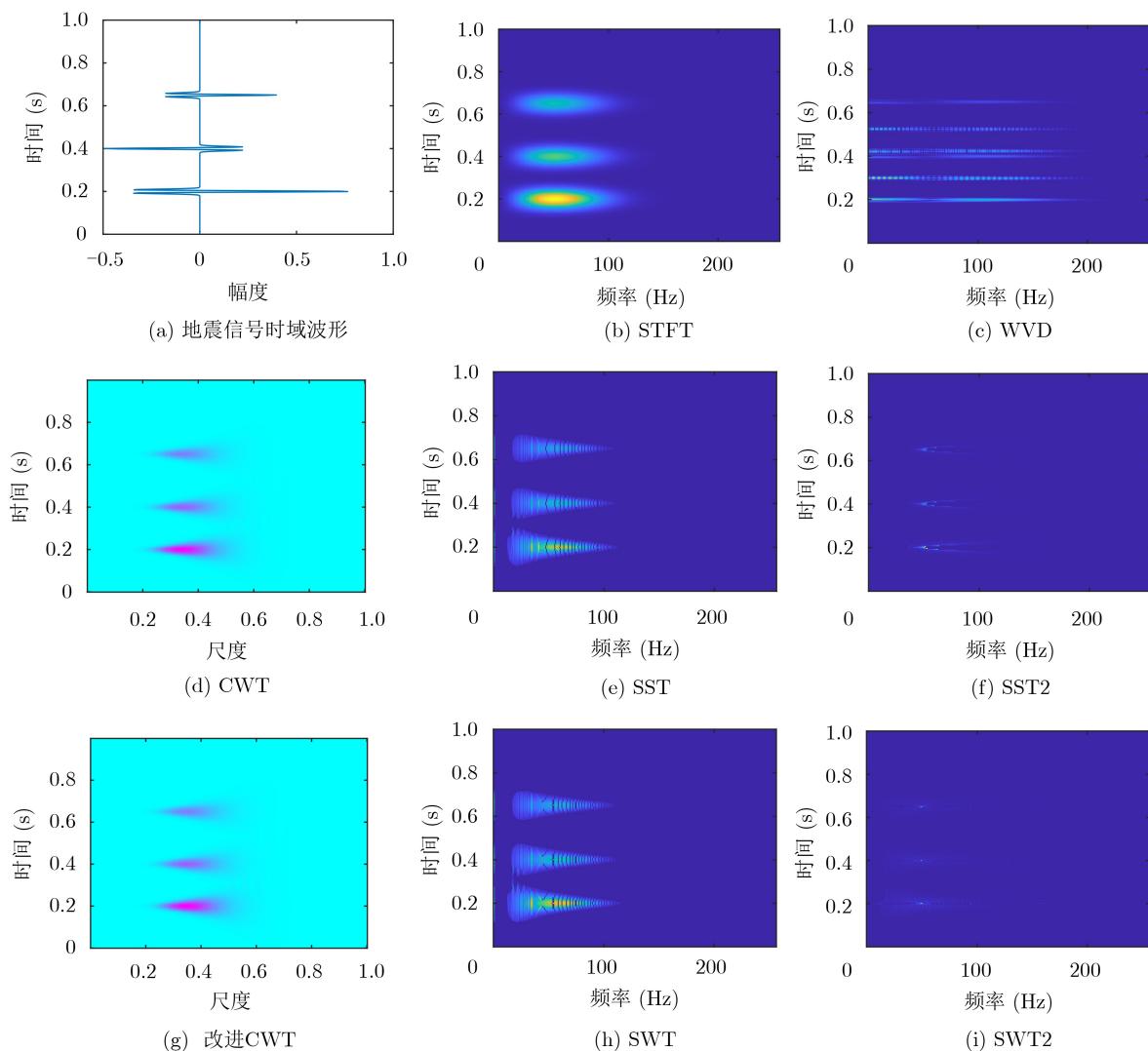


图 4 针对多分量地震信号模型的各种时频方法对比

**实验3** 本实验通过楔状模型地震信号来验证本文提出算法的时频分辨能力。采用主频为30 Hz的Ricker子波作为震源子波,选取60道地震数据,楔状模型顶部、底部的反射系数分别为0.4, -0.4。**图5(a)**为楔状模型合成地震记录。可以看出,当垂向层厚较薄,即反射系数位置比较接近时,相应的合成地震信号间相互干涉,对薄层界面的识别比较困难。利用时频分析方法对地震道每一道信号进行时频变换,再提取其中单一频率的振幅谱,通过该振幅谱来对薄层界面进行分辨,分辨率越高,对薄层的识别越精确。**图5(b)**为本文提出的改进SWT2算法的结果。从这两幅图中可以看出,两种方法都可以对楔状地层界面进行刻画,SWT2给出的聚集性更强,在地震道号小的位置,即地层较薄的情况下,依然能够清晰分辨地层界面。

**实验4** 选择一段天然地震波数据进行分析和对比实验。采样时间间隔为0.005 s,采样点数为1024。**图6(a)**给出了天然地震波波形,**图6(b)**和**图6(c)**分别给出了其改进CWT和SWT2时频分布图。为了验证提出算法的有效性,本文采用瑞利熵

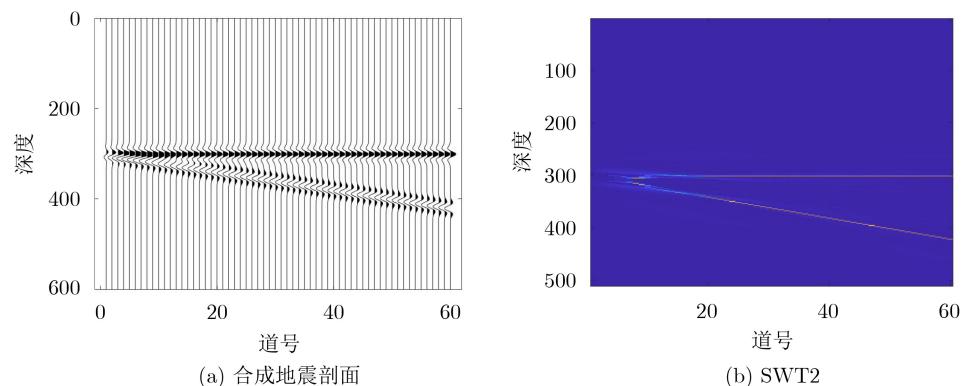


图 5 楔状模型分析

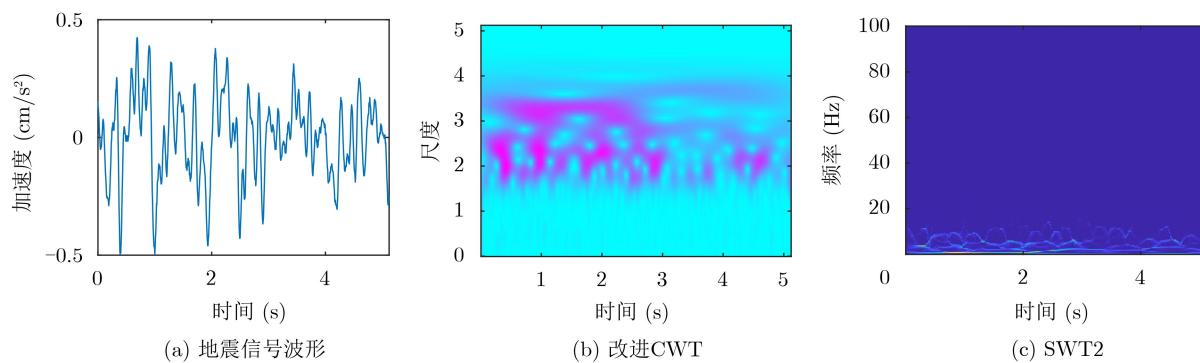


图 6 天然地震信号

表 1 各种时频分析方法的瑞利熵对比

时频分布	STFT	WVD	伪WVD	CWT	SST	SST2	改进CWT	SWT	SWT2
瑞利熵	24.7226	24.4484	24.0051	28.6346	17.6892	16.5572	28.5278	17.6841	16.0846

统时频分析方法在地震信号分析与处理中存在的窗口固定、分辨率单一、能量聚集性差，甚至失效的问题。此外，本文方法基于连续小波变换，不存在交叉项干扰，计算复杂度较低，对地震信号的分析和处理有重要的理论意义和应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] 黄昱丞, 郑晓东, 栾奕, 等. 地震信号线性与非线性时频分析方法对比[J]. 石油地球物理勘探, 2018, 53(5): 975–989. doi: [10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2018.05.011](https://doi.org/10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2018.05.011).  
HUANG Yucheng, ZHENG Xiaodong, LUAN Yi, et al. Comparison of linear and nonlinear time-frequency analysis methods for seismic signals[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2018, 53(5): 975–989. doi: [10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2018.05.011](https://doi.org/10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2018.05.011).
- [2] OKAYA D A, KARAGEORGİ E, MCEVILLY T V, et al. Removing vibrator-induced correlation artifacts by filtering in frequency-uncorrelated time space[J]. *Geophysics*, 1992, 57(7): 916–926. doi: [10.1190/1.1443304](https://doi.org/10.1190/1.1443304).
- [3] SINHA S, ROUTH P S, ANNO P D, et al. Spectral decomposition of seismic data with continuous-wavelet transform[J]. *Geophysics*, 2005, 70(6): 29–25. doi: [10.1190/1.2127113](https://doi.org/10.1190/1.2127113).
- [4] 郝国成, 谈帆, 程卓, 等. 强鲁棒性和高锐化聚集度的BGabor-NSPWVD时频分析算法[J]. 自动化学报, 2019, 45(3): 566–576. doi: [10.16383/j.aas.c170530](https://doi.org/10.16383/j.aas.c170530).  
HAO Guocheng, TAN Fan, CHENG Zhuo, et al. Time-frequency analysis of BGabor-NSPWVD algorithm with strong robustness and high sharpening concentration[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(3): 566–576. doi: [10.16383/j.aas.c170530](https://doi.org/10.16383/j.aas.c170530).
- [5] 郑成龙, 王宝善. S变换在地震资料处理中的应用及展望[J]. 地球物理学进展, 2015, 30(4): 1580–1591. doi: [10.6038/pg20150412](https://doi.org/10.6038/pg20150412).  
ZHENG Chenlong and WANG Baoshan. Applications of S transform in seismic data processing[J]. *Progress in Geophysics*, 2015, 30(4): 1580–1591. doi: [10.6038/pg20150412](https://doi.org/10.6038/pg20150412).
- [6] 严海滔, 黄饶, 周怀来, 等. 同步挤压广义S变换在南海油气识别中的应用[J]. 地球物理学进展, 2019, 34(3): 1229–1235. doi: [10.6038/pg2019CC0143](https://doi.org/10.6038/pg2019CC0143).  
YAN Haitao, HUANG Rao, ZHOU Huailai, et al. Application of Nanhai oil and gas identification based on synchrosqueezing generalized S transform[J]. *Progress in Geophysics*, 2019, 34(3): 1229–1235. doi: [10.6038/pg2019CC0143](https://doi.org/10.6038/pg2019CC0143).
- [7] HERRERA R H, HAN Jiajun, and VAN DER BAAN M. Applications of the synchrosqueezing transform in seismic time-frequency analysis[J]. *Geophysics*, 2014, 79(3): V55–V64. doi: [10.1190/geo2013-0204.1](https://doi.org/10.1190/geo2013-0204.1).
- [8] 包乾宗, 许杰, 许明瑞. 高铁地震信号时频特征对比分析[J]. 北京大学学报: 自然科学版, 2019, 55(5): 804–811. doi: [10.13209/j.0479-8023.2019.076](https://doi.org/10.13209/j.0479-8023.2019.076).  
BAO Qianzong, XU Jie, and XU Mingrui. Comparative analysis of time-frequency characteristics of seismic signal induced by high-speed train[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis*, 2019, 55(5): 804–811. doi: [10.13209/j.0479-8023.2019.076](https://doi.org/10.13209/j.0479-8023.2019.076).
- [9] XUE Yajuan, CAO Junxing, WANG Daxing, et al. Application of the variational-mode decomposition for seismic time-frequency analysis[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2016, 9(8): 3821–3831. doi: [10.1109/JSTARS.2016.2529702](https://doi.org/10.1109/JSTARS.2016.2529702).
- [10] HAN Jiajun and VAN DER BAAN M. Empirical mode decomposition for seismic time-frequency analysis[J]. *Geophysics*, 2013, 78(2): O9–O19. doi: [10.1190/geo2012-0199.1](https://doi.org/10.1190/geo2012-0199.1).
- [11] DAUBECHIES I, LU Jianfeng, and WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 30(2): 243–261. doi: [10.1016/j.acha.2010.08.002](https://doi.org/10.1016/j.acha.2010.08.002).
- [12] 李林, 王林, 韩红霞, 等. 自适应时频同步压缩算法研究[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(2): 438–444. doi: [10.11999/JEIT190146](https://doi.org/10.11999/JEIT190146).  
LI Lin, WANG Lin, HANG Hongxia, et al. Research on the adaptive synchrosqueezing algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(2): 438–444. doi: [10.11999/JEIT190146](https://doi.org/10.11999/JEIT190146).
- [13] LI Lin, CAI Haiyan, HAN Hongxia, et al. Adaptive short-time Fourier transform and synchrosqueezing transform for non-stationary signal separation[J]. *Signal Processing*, 2020, 166: 107231. doi: [10.1016/j.sigpro.2019.07.024](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.07.024).
- [14] 沈微, 陶新民, 高珊, 等. 基于同步挤压小波变换的振动信号自适应降噪方法[J]. 振动与冲击, 2018, 37(14): 239–247. doi: [10.13465/j.cnki.jvs.2018.14.034](https://doi.org/10.13465/j.cnki.jvs.2018.14.034).  
SHEN Wei, TAO Xinmin, GAO Shan, et al. Self-adaptive de-noising algorithm for vibration signals based on synchrosqueezing wavelet transforms[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(14): 239–247. doi: [10.13465/j.cnki.jvs.2018.14.034](https://doi.org/10.13465/j.cnki.jvs.2018.14.034).
- [15] 黄忠来, 张建中, 邹志辉. 二阶同步挤压S变换及其在地震谱分解中的应用[J]. 地球物理学报, 2017, 60(7): 2833–2844. doi: [10.6038/cjg20170728](https://doi.org/10.6038/cjg20170728).  
HUANG Zhonglai, ZHANG Jianzhong, and ZOU Zhihui. A second-order synchrosqueezing S-transform and its application in seismic spectral decomposition[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2017, 60(7): 2833–2844. doi: [10.6038/cjg20170728](https://doi.org/10.6038/cjg20170728)

cjg20170728.

- [16] STANKOVIĆ L. A measure of some time-frequency distributions concentration[J]. *Signal Processing*, 2001, 81(3): 621–631. doi: [10.1016/S0165-1684\(00\)00236-X](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(00)00236-X).

江 莉: 女, 1982年生, 副教授, 研究方向为非平稳信号处理、时频分析.

尚文擎: 男, 1997年生, 硕士生, 研究方向为智能信号处理、盲源

信号分离.

周军妮: 女, 1977年生, 讲师, 研究方向为振动信号分析与处理.

卫铭斐: 男, 1974年生, 副教授, 研究方向为信号检测与参数估计.

王燕妮: 女, 1977年生, 副教授, 研究方向为地震信号分析与处理.

责任编辑: 马秀强