

基于降维波束空间的实值ESPRIT单基地MIMO雷达测角算法

刘东贺 赵永波* 庞晓娇 曹成虎 陈胜
(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 单基地多输入多输出(MIMO)雷达的波达方向(DOA)估计问题是近年来研究的热点。高维度的MIMO雷达数据, 导致传统旋转不变性参数估计技术(ESPRIT)算法需要付出较大的运算代价。在低信噪比、低快拍数的条件下, 传统ESPRIT算法性能会严重下降。为了克服传统ESPRIT算法的以上缺点, 该文提出一种降维波束空间的实值ESPRIT算法。该算法通过转换矩阵, 将高维度MIMO雷达数据转换到低维度的数据, 从而去除数据中的冗余。然后再将低维数据变换到波束空间, 构造实值旋转不变性等式, 用以估计目标的角度。仿真结果表明, 在低信噪比和低快拍数时, 相比于传统ESPRIT算法, 该文所提方法具有更好的角度估计性能和更少的运算量。

关键词: 多输入多输出雷达; DOA估计; 降维变换; 波束空间; 实值ESPRIT

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)12-3639-08

DOI: [10.11999/JEIT200485](https://doi.org/10.11999/JEIT200485)

DOA Estimation Algorithm Based on Reduced-dimensional Beamspace with Real-valued ESPRIT for Monostatic MIMO Radar

LIU Donghe ZHAO Yongbo PANG Xiaojiao CAO Chenghu CHEN Sheng
(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The Direction Of Arrival (DOA) estimation is a hot topic for a monostatic Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar in recent years. The conventional Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique (ESPRIT) algorithms need to pay much computation cost because of the high-dimensional MIMO radar data. When the Signal-to-Noise Ratio (SNR) is low and the number of sample are small, the performance of the conventional ESPRIT algorithms degrades seriously. To overcome the disadvantages of conventional ESPRIT algorithms, a novel algorithm which is called as reduced-dimensional beamspace with real-valued ESPRIT for monostatic MIMO radar is proposed. To eliminate the redundancy, the high-dimensional MIMO radar data is transformed into the low-dimensional data through the transformation matrix. To reduce further the computation complexity, the low-dimensional data is transformed into beamspace. Then the real-valued rotation invariance equation is constructed to estimate the target's DOA. Simulation results show the proposed algorithm has better angle estimation performance and less computation burden than traditional ESPRIT algorithms.

Key words: Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar; Direction Of Arrival (DOA) estimation; Reduced-dimensional transformation; Beamspace; Real-valued Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique (ESPRIT)

1 引言

多输入多输出(Multiple Input Multiple Output,

MIMO)雷达与传统相控阵雷达相比具有多通道, 高分辨、抗干扰等优点, 这引起了国内外研究人员的高度关注。根据MIMO雷达的阵列结构将MIMO雷达分为统计MIMO雷达^[1]和集中式MIMO雷达^[2]。统计MIMO雷达天线阵列各阵元之间有较大间隔, 利用空间分集增益提升MIMO雷达性能。集中式MIMO雷达发射阵元和接收阵元都紧密排列, 利用波形分集提升空间分辨率。本文主要研究集中式单

收稿日期: 2020-06-15; 改回日期: 2021-04-02; 网络出版: 2021-05-06

*通信作者: 赵永波 ybzhaoy@xidian.edu.cn

基金项目: 高等学校学科创新引智计划(B18039)

Foundation Item: The Fund for Foreign Scholars in University Research and Teaching Programs(B18039)

基地MIMO雷达的波达方向(Direction Of Arrival, DOA)估计问题。

目前MIMO雷达的测角算法一般是子空间类的算法, 这些算法主要包括MUSIC (MUltiple Signal Classification)算法和ESPRIT (Estimation Of Signal Parameters Via Rotational Invariance Technique)算法。单基地MIMO雷达的冗余数据, 使得子空间类算法的运算量显著上升, 这是单基地MIMO雷达比较显著的缺点。为了克服这种缺点, 文献[3]提出了一种降维的MUSIC算法, 对于单基地MIMO雷达, 该算法对阵列接收数据进行降维处理, 相比于全维度的MUSIC算法运算量大大降低, 但是该算法仍需要1维精细网格搜索。文献[4]提出一种降低复杂度的Capon算法, 该算法对MIMO雷达接收数据进行去冗余操作, 之后应用Capon估计器进行1维搜索。虽然该算法具有一个良好的估计性能, 但是不可避免地同文献[3]一样也需要进行1维搜索。为了避免搜索, 文献[5]提出了一种全维度的ESPRIT算法, 该算法在双基地MIMO雷达中用于估计目标的DOD (Direction Of Departure)和DOA, 并且该算法能够轻易地扩展到单基地MIMO雷达, 但是该算法在单基地MIMO雷达中需要估计全维度的协方差矩阵并进行特征值分解, 这将导致该算法运算量大大增加。为了进一步降低计算复杂度, 文献[6]提出了一种降维的ESPRIT算法用于单基地MIMO雷达的DOA估计, 与全维度的ESPRIT算法相比, 降低了维度, 减少了运算量, 但是该算法是复数处理。文献[7]提出了一种降维的酉ESPRIT算法, 该算法进行了降维操作且利用了实值处理, 进一步降低了运算量。虽然该算法采用了前后平滑技术具有去相关的能力, 但是降维操作导致该算法的去相关能力下降。文献[8]提出了一种降维的协方差矩阵重构的算法, 该算法不需要已知目标个数, 通过重构降维后的数据的协方差矩阵进行角度估计, 但是该算法需要解优化问题, 不适合实时处理。文献[9]提出了一种基于实值处理联合波束域双基地MIMO雷达测角算法, 该算法通过凸优化的方法对发射和接收空域滤波器的结构进行设计, 从而应用酉ESPRIT算法提升角度估计精度并且具有去相关的能力。该算法针对双基地MIMO雷达并且无法利用单基地MIMO雷达的虚拟孔径扩展, 所以该算法直接扩展到单基地MIMO雷达时, 性能会严重下降。文献[10-16]利用稀疏贝叶斯学习算法估计目标的DOA。虽然这些算法在低快拍、低信噪比条件下具有较好的性能, 但是这些算法需要大量的迭代计算, 不适合实际工程应用。

基于以上算法运算量较大的缺点, 本文提出了一种基于降维波束空间的实值ESPRIT算法。首先, 为了消除MIMO雷达数据中的冗余, 通过转换矩阵将经过匹配滤波器组处理后的高维度MIMO雷达数据转换到低维度的数据。为了进一步降低运算量, 再将低维数据变换到波束空间, 然后构造实值旋转不变性等式用于估计目标的DOA。本文提出的算法实际上是对MIMO雷达接收数据进行两次降维操作, 然后再运用实值ESPRIT算法, 所以该算法具有更低的运算量。在低快拍、低信噪比时, 本文所提算法利用目标的先验信息对降维后的数据进行波束空间变换, 提升了目标的检测性能, 所以具有更好的角度估计精度。根据文献[17,18], 实值ESPRIT算法具有前后平滑的特性, 所以本文所提算法也具有去相关的能力。本文通过蒙特卡罗实验验证了非相干信源和相干信源在不同快拍数、信噪比条件下的角度估计均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE), 同时比较了不同算法随着阵元数变化的运算时间, 最后为了研究目标的先验信息对本文所提算法的角度估计性能的影响, 对先验信息的敏感度进行了分析。仿真实验验证了本文所提算法的有效性。

文中 $(\cdot)^T$, $(\cdot)^*$, $(\cdot)^H$, $(\cdot)^{-1}$ 分别表示转置、共轭、共轭转置以及求逆操作, $\text{Re}(\cdot)$ 是取实部操作, $\text{Im}(\cdot)$ 是取虚部操作, \otimes 表示Kronecker积, I_M 表示 $M \times M$ 的单位矩阵。

2 MIMO雷达信号模型

设置单基地MIMO雷达发射阵元数目为 M , 接收阵元数目为 N , 发射和接收阵元共置, 阵元间距 $d = \lambda/2$, λ 为波长。图1展示了单基地MIMO雷达的系统框图。

M 个天线发射 M 个正交波形, 并且假设有 P 个远场窄带信号源, N 个阵列接收到的数据经过 M 个匹配滤波器的处理, 然后通过列矢量化操作可以写为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

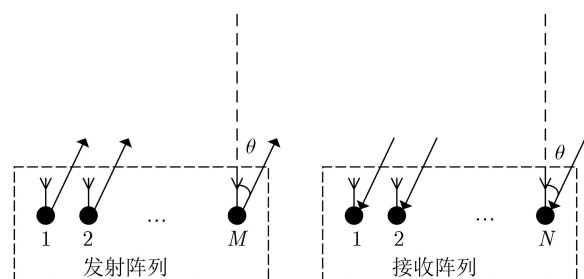


图1 单基地MIMO雷达系统框图

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_{11}(t), \dots, x_{1M}(t), x_{21}(t), \dots, x_{2M}(t), \dots, x_{N1}(t), \dots, x_{NM}(t)]^T$ 。 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_P] \in \mathbb{C}^{MN \times P}$ 是目标导向矢量矩阵, $\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_r(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_k)$ 为第 k 个目标的导向矢量, $\mathbf{a}_r(\theta_k) = [e^{-j\pi(N-1)/2 \sin \theta_k}, e^{-j\pi(N-3)/2 \sin \theta_k}, \dots, e^{j\pi(N-1)/2 \sin \theta_k}]^T$ 为第 k 个目标的接收导向矢量, $\mathbf{a}_t(\theta_k) = [e^{-j\pi(M-1)/2 \sin \theta_k}, e^{-j\pi(M-3)/2 \sin \theta_k}, \dots, e^{j\pi(M-1)/2 \sin \theta_k}]^T$ 为第 k 个目标的发射导向矢量, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T$, 其中 $s_k(t) = \beta_k(t)$, $\beta_k(t)$ 表示第 k 个目标在时刻 t 接收信号的复幅度, $1 \leq k \leq P$ 。 $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$ 是复高斯白噪声随机向量, 协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}_{MN}$, 其中 σ^2 表示白噪声功率。假设雷达接收回波数据的快拍数为 L , 则接收数据矩阵为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_L)] \in \mathbb{C}^{MN \times L}$, $\mathbf{S} = [s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_L)] \in \mathbb{C}^{P \times L}$, $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(t_1), \mathbf{n}(t_2), \dots, \mathbf{n}(t_L)] \in \mathbb{C}^{MN \times L}$ 。

3 基于降维波束空间的实值ESPRIT算法

3.1 降维矩阵

由于本文考虑收发共置且阵元间距为半波长的MIMO雷达, 根据文献[4], 有效的虚拟阵元个数为 $K = M + N - 1$, 因此 $MN \times 1$ 的矢量可以由 $K \times 1$ 的导向矢量通过线性变换来表示

$$\mathbf{a}(\theta) = \mathbf{a}_r(\theta) \otimes \mathbf{a}_t(\theta) = \mathbf{C}\mathbf{g}(\theta) \quad (3)$$

其中, $\mathbf{g}(\theta) = [e^{-j\pi(K-1)/2 \sin(\theta)}, e^{-j\pi(K-3)/2 \sin(\theta)}, \dots, e^{j\pi(K-1)/2 \sin(\theta)}]^T$ 表示 $K \times 1$ 的虚拟均匀线阵的导向矢量。根据以上假设, 变换矩阵 \mathbf{C} 为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{MN \times K} \quad (4)$$

根据式(3)可以将导向矢量矩阵 \mathbf{A} 表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}\mathbf{G} \quad (5)$$

式(5)中 $\mathbf{G} = [\mathbf{g}(\theta_1), \mathbf{g}(\theta_2), \dots, \mathbf{g}(\theta_P)]$ 表示虚拟均匀线阵的导向矢量矩阵, 将式(5)代入式(2)可得

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}\mathbf{G}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (6)$$

从式(6)可以看出MIMO雷达的接收数据等价于来自 K 个天线的接收数据, \mathbf{X} 中的目标信号由 \mathbf{G} 张成的低维度的信号空间构成, 为此可以将 \mathbf{X} 变换至该低维信号空间。

假设降维变换矩阵是维度为 $K \times MN$ 的矩阵 \mathbf{T} , 则接收数据 \mathbf{X} 经降维变换后为

$$\mathbf{X}_T = \mathbf{T}\mathbf{C}\mathbf{G}\mathbf{S} + \mathbf{T}\mathbf{N} \quad (7)$$

为了保持降维后的噪声仍为高斯白噪声[4], 设计降维矩阵为

$$\mathbf{T} = (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1/2} \mathbf{C}^H \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)可以得到

$$\mathbf{X}_T = (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{1/2} \mathbf{G}\mathbf{S} + \mathbf{T}\mathbf{N} \quad (9)$$

令 $\mathbf{W} = \mathbf{C}^H \mathbf{C}$, 则 \mathbf{W} 表示一个对角矩阵

$$\mathbf{W} = \text{diag} \left(1, 2, \dots, \underbrace{\min(M, N), \dots, \min(M, N)}_{|M-N|+1}, \dots, 2, 1 \right) \quad (10)$$

其中, $\min(\cdot)$ 表示取小操作, $\text{diag}(\mathbf{x})$ 表示将矢量 \mathbf{x} 对角矩阵化。

本文将降维后的数据转换到波束空间, 然后结合酉ESPRIT模型[18]估计目标DOA, 该算法不仅降低了运算量且在低信噪比时也提升了目标的DOA估计精度。

3.2 波束空间的实值ESPRIT算法

首先, 设计空域滤波器矩阵的维度 \bar{M} , 以使设计的空域滤波器的主瓣包含感兴趣的目标空间。需根据感兴趣的空间 Θ 来设计空域滤波器的维度 \bar{M} , 定义正定矩阵

$$\Sigma = \int_{\Theta} \mathbf{g}(\theta) \mathbf{g}^H(\theta) d\theta \quad (11)$$

对 Σ 进行特征值分解, 要求 \bar{M} 个最大特征值之和要占所有特征值之和的90%以上, 文献[19]中称此方法为离散长球序列。

根据离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)矩阵设计共轭中心对称的空域滤波器矩阵。其中空域滤波器的第 m 行为

$$\mathbf{w}_m^H = e^{j\frac{(K-1)m}{2} \frac{2\pi}{K}} \cdot \left[1, e^{-jm \frac{2\pi}{K}}, e^{-j2m \frac{2\pi}{K}}, \dots, e^{-j(K-1)m \frac{2\pi}{K}} \right] \quad (12)$$

则波束流型的第 m 个分量为

$$b_m(\mu) = \mathbf{w}_m^H \mathbf{g}(\theta) = \frac{\sin \left[\frac{K}{2} \left(\mu - \frac{m2\pi}{K} \right) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2} \left(\mu - \frac{m2\pi}{K} \right) \right]},$$

$$0 \leq m \leq \bar{M} - 1 \tag{13}$$

其中, $\mu = \pi \sin(\theta)$ 。

$$\mathbf{b}_{\bar{M}}(\mu) = \mathbf{W}_K^H \mathbf{g}(\theta) = [b_0(\mu), b_1(\mu), \dots, b_{\bar{M}-1}(\mu)]^T \tag{14}$$

其中, $\mathbf{W}_K^H = [\mathbf{w}_0, \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_{\bar{M}-1}]^H$ 。根据文献[18]可得相邻两波束的旋转不变性关系为

$$\begin{aligned} & \tan\left(\frac{\mu}{2}\right) \left\{ \cos\left(m\frac{\pi}{K}\right) b_m(\mu) \right. \\ & \quad \left. + \cos\left((m+1)\frac{\pi}{K}\right) b_{m+1}(\mu) \right\} \\ & = \sin\left(m\frac{\pi}{K}\right) b_m(\mu) + \sin\left((m+1)\frac{\pi}{K}\right) b_{m+1}(\mu) \end{aligned} \tag{15}$$

对于波束 $b_0(\mu)$ 和波束 $b_{\bar{M}-1}(\mu)$ 之间旋转不变性关系有

$$\begin{aligned} & \tan\left(\frac{\mu}{2}\right) \left\{ \cos\left((\bar{M}-1)\frac{\pi}{K}\right) b_{\bar{M}-1}(\mu) \right. \\ & \quad \left. + \cos(\pi)(-1)^{\bar{M}-1} b_0(\mu) \right\} \\ & = \sin\left((\bar{M}-1)\frac{\pi}{K}\right) b_{\bar{M}-1}(\mu) + \sin(\pi)(-1)^{\bar{M}-1} b_0(\mu) \end{aligned} \tag{16}$$

根据式(15)和式(16), 可得 \bar{M} 个等式。

$$\tan(\mu/2) \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{b}_{\bar{M}}(\mu) = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{b}_{\bar{M}}(\mu) \tag{17}$$

即对于 P 个信源, 波束空间矩阵 $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_{\bar{M}}(\mu_1), \mathbf{b}_{\bar{M}}(\mu_2), \dots, \mathbf{b}_{\bar{M}}(\mu_P)]$ 。由式(17)可得以下波束空间矩阵等式关系为

$$\mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{B} \mathbf{\Omega}_\mu = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{B} \tag{18}$$

其中,

$$\mathbf{\Omega}_\mu = \text{diag} \left\{ \tan\left(\frac{\mu_1}{2}\right), \tan\left(\frac{\mu_2}{2}\right), \dots, \tan\left(\frac{\mu_P}{2}\right) \right\}.$$

其次, 将降维后的数据转换到波束空间得到数据矩阵 \mathbf{Z} 。

$$\mathbf{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \cos\left(\frac{\pi}{K}\right) & \cos\left(\frac{2\pi}{K}\right) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\left(\frac{2\pi}{K}\right) & \cos\left(\frac{3\pi}{K}\right) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \cos\left(\frac{(\bar{M}-2)\pi}{K}\right) & \cos\left(\frac{(\bar{M}-1)\pi}{K}\right) \\ (-1)^{\bar{M}} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos\left(\frac{(\bar{M}-1)\pi}{K}\right) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\bar{M} \times \bar{M}} \tag{23}$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{W}_K^H \mathbf{X}_T = \mathbf{W}_K^H \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{G} \mathbf{S} + \mathbf{W}_K^H \mathbf{N}_T \tag{19}$$

其中, $\mathbf{N}_T = \mathbf{T} \mathbf{N}$ 。对 $[\text{Re}\{\mathbf{Z}\}, \text{Im}\{\mathbf{Z}\}]$ 进行奇异值分解, 得到矩阵 $[\text{Re}\{\mathbf{Z}\}, \text{Im}\{\mathbf{Z}\}]$ 的实值信号子空间 $\mathbf{E}_s \in \mathbb{R}^{K \times P}$ 。由奇异值分解得到的实值信号子空间与复值信号子空间有

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{W}_K^H \mathbf{U}_s \tag{20}$$

其中, \mathbf{U}_s 是根据式(9)得到的复值信号子空间, $\mathbf{U}_s = \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{G} \mathbf{F}$, 其中 \mathbf{F} 是实值非奇异矩阵。

令 $\widehat{\mathbf{E}}_s = \mathbf{W}_K^H \mathbf{W}^{-1/2} \mathbf{W}_K \mathbf{E}_s$, 其中 $\widehat{\mathbf{E}}_s$ 是本文构造的新的实值信号子空间。则根据式(14)和式(18)可得

$$\begin{aligned} & \mathbf{\Gamma}_1 \widehat{\mathbf{E}}_s \mathbf{F}^{-1} \mathbf{\Omega}_\mu \mathbf{F} = \mathbf{\Gamma}_2 \widehat{\mathbf{E}}_s \mathbf{F}^{-1} \mathbf{F} \\ & \mathbf{\Gamma}_1 \widehat{\mathbf{E}}_s \mathbf{\Psi} = \mathbf{\Gamma}_2 \widehat{\mathbf{E}}_s \end{aligned} \tag{21}$$

其中, $\mathbf{\Psi} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{\Omega}_\mu \mathbf{F}$, $\mathbf{\Gamma}_1$ 和 $\mathbf{\Gamma}_2$ 如式(23)和式(24)所示。

由此可以利用最小二乘法求出 $\mathbf{\Psi}$, 再对 $\mathbf{\Psi}$ 进行特征分解就可以得到特征值 $\tan(\mu_i/2), i = 1, 2, \dots, P$, 从而可以求出目标的DOA估计值 $\hat{\theta}_i$

$$\hat{\theta}_i = \arcsin(2 \arctan(\mu_i)/\pi), i = 1, 2, \dots, P \tag{22}$$

基于降维波束空间的实值ESPRIT算法步骤如下。

步骤1 依据式(9)对接收数据进行降维处理, 得到降维后的数据矩阵 \mathbf{X}_T 。

步骤2 依据式(19)对降维后的数据通过空域滤波器变换到波束空间, 得到波束空间数据 \mathbf{Z} 。

步骤3 计算 $[\text{Re}\{\mathbf{Z}\}, \text{Im}\{\mathbf{Z}\}]$ 的奇异值分解得到信号子空间 \mathbf{E}_s , 并构造新的子空间 $\widehat{\mathbf{E}}_s$ 。

步骤4 利用最小二乘法从式(21)解出 $\mathbf{\Psi}$ 。

步骤5 计算 $\mathbf{\Psi}$ 的特征分解得到 P 个特征值 $\tan(\mu_i/2), i = 1, 2, \dots, P$ 。

步骤6 计算目标的角度 $\hat{\theta}_i = \arcsin(2 \arctan(\mu_i)/\pi), i = 1, 2, \dots, P$ 。

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \sin\left(\frac{\pi}{K}\right) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \sin\left(\frac{\pi}{K}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{K}\right) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{K}\right) & \sin\left(\frac{3\pi}{K}\right) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \sin\left(\frac{(\bar{M}-2)\pi}{K}\right) & \sin\left(\frac{(\bar{M}-1)\pi}{K}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \sin\left(\frac{(\bar{M}-1)\pi}{K}\right) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{\bar{M} \times \bar{M}} \quad (24)$$

4 仿真实验及分析

在本文中的仿真实验仅考虑单基地MIMO雷达系统，即设置 $M = N = 6$ 个阵元的均匀线阵，阵元间距为半波长。为了评估本文所提算法的DOA估计性能以及运算时间，传统ESPRIT算法^[5]、降维ESPRIT算法^[6]和降维西ESPRIT算法^[7]也被同时执行。本文使用均方根误差作为DOA估计性能的评价指标。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{PN_{\text{MONT}}} \sum_{r=1}^P \sum_{k=1}^{N_{\text{MONT}}} \left\{ \left[\hat{\theta}_r(k) - \theta_r \right]^2 \right\}} \quad (25)$$

其中， N_{MONT} 表示蒙特卡罗实验次数； $\hat{\theta}_r(k)$ 表示第 k 次实验，第 r 个目标的波达方向估计值， θ_r 为第 r 个目标的真实值。在所有的仿真实验中假设目标的DOA位于一个期望扇区并且假设目标个数已知。期望扇区 $\Theta = [0^\circ, 60^\circ]$ 。根据文献^[19]，设置空域滤波器的维度 $\bar{M} = 8$ 。

实验1 非相关信源的测角性能。图2给出了RMSE随着目标信噪比变化的关系图，其中 $L = 30$ ， $N_{\text{MONT}} = 500$ ，从图2可以看出，在低信噪比时，本文所提算法的RMSE曲线要低于其他3种算法，主要原因是本文所提算法利用了目标位置的先验信息，对降维后的数据进行波束形成，提升了目标的检测信噪比，所以具有更好的角度估计精度。但是

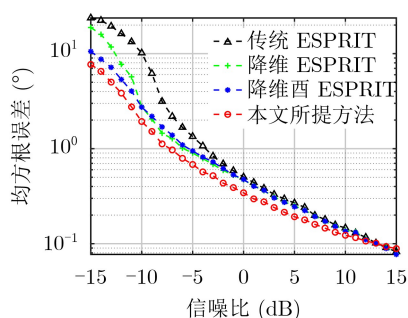


图2 非相关信源RMSE随着信噪比的变化情况

当信噪比增加到一定程度时，本文所提算法的性能便不再提升，这是由于本文所提算法的自由度下降所引起的。图3给出了RMSE随着目标快拍数的变化关系，其中3个目标的信噪比都为5 dB， $N_{\text{MONT}} = 500$ 。从图中可以看出在低快拍数时，本文所提方法要优于以上3种方法。但是当信噪比一定，快拍数增加到一定程度时，它的性能便不再提升，这是自由度下降所带来的损失。

实验2 相关信源的测角性能。假设有两个高度相关信源分别位于 $\theta_1 = 10^\circ$ 和 $\theta_2 = 35^\circ$ ，相关系数设置为0.95。图4给出了相关信源的RMSE随着信噪比变化的关系，其中 $L = 50$ ， $N_{\text{MONT}} = 500$ ，从图中可以看出在低信噪比时，对于相关信源的DOA估计，相比于另外3种算法，本文所提算法具有更好的性能。主要原因是本文将阵元空间的数据转换到了波束空间，再利用实值波束空间ESPRIT算法，由于实值ESPRIT算法内在地利用了前后平滑技术，不仅具有很好的去相关效果，而且使快拍数加倍^[18]。图5给出了相关信源的RMSE随着快拍数变化的关系，其中 $L = 50$ ， $N_{\text{MONT}} = 500$ ，其中两个目标的信噪比都为5 dB，从图中可以看出，本文所提算法具有更好的估计精度。

实验3 运算时间对比。图6给出了CPU的运算时间随着阵元数目的变化关系，算法的运算时间是统计各种算法在计算机上的运行时间。具体操

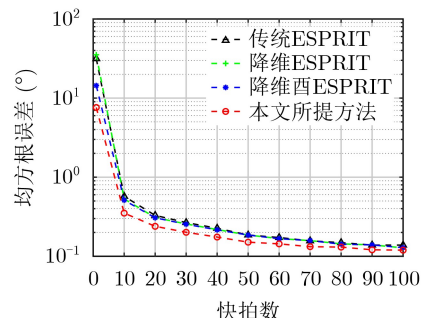


图3 非相关信源RMSE随着快拍数的变化情况

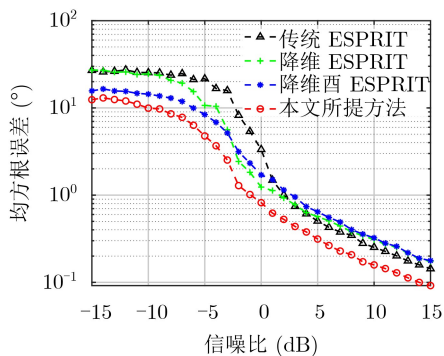


图4 相干信源RMSE随着信噪比的变化情况

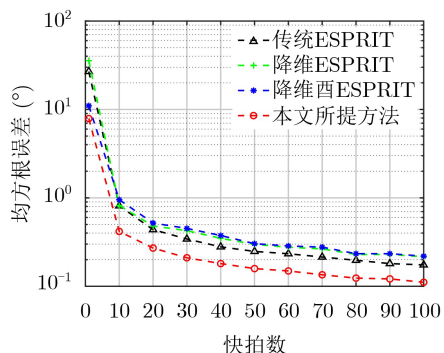


图5 相干信源RMSE随着快拍数的变化情况

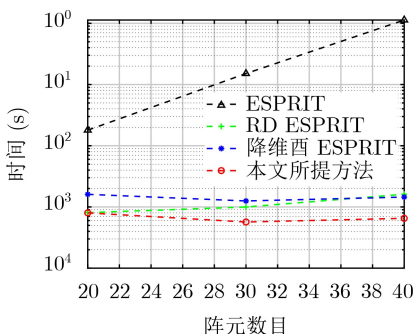


图6 CPU的运算时间随着阵元数目的变化情况

作, 利用MATLAB编写计算机程序对以上几种算法进行实现, 并在计算机上运行。所采用的计算机硬件配置为: 2.20 GHz主频的英特尔Xeon(R)处理器, 内存为16 GB。通过统计各算法在计算机上的运行时间来衡量各个算法的运算量, 为了尽量消除随机因素的影响, 在每一个样本点上, 设置 $N_{\text{MONT}} = 100$, $L = 50$ 。从图6可以看出降维ESPRIT算法相对于传统ESPRIT算法降低了运算量。降维西ESPRIT算法采用了降维处理和实值处理, 所以它的运算量相比于传统ESPRIT和降维ESPRIT算法的运算量还要低。本文所提方法运算量要低于以上3种方法, 这是由于本文进行了两次降维且采用了波束空间实值ESPRIT算法, 所以该算法具有更少的运算量。

实验4 目标先验信息的敏感度分析。信噪比

一定, 波束指向一定, 通过RMSE随目标角度的变化曲线来评估所提方法对先验信息的敏感程度。假设已知目标所在空域范围为 Θ , $\Theta = [0^\circ, 60^\circ]$, 空域滤波器的维度设置为 $\bar{M} = 8$ 并且空域滤波器的波束指向覆盖 Θ , 设置目标的信噪比为10 dB, $N_{\text{MONT}} = 500$, $L = 30$ 。图7是本文设计的空域滤波器。图8是RMSE随着目标角度变化的曲线。当目标角度在波束指向内时, 该算法可以稳定地测出目标角度, 当目标不在波束指向内时, 距离主瓣区域越远, 目标角度的均方根误差也就越大。实际应用中, 选取的波束个数和测角精度之间应该折中考虑。

5 结束语

基于单基地MIMO雷达体制, 利用降维矩阵将MIMO雷达的接收数据从高维空间转换到低维空间, 去除MIMO雷达数据中的冗余数据, 再将低维空间的数据变换到更加低维的波束空间, 在波束空间利用实值ESPRIT算法能够有效地提升DOA估计性能。从以上的仿真实验中总结归纳了本文所提算法的优缺点。在算法估计性能方面: 在低信噪比和低快拍数的条件下, 当目标为非相干信源或者相干信源时, 本文所提算法在性能上要优于ESPRIT算法、降维ESPRIT算法、降维西ESPRIT算法。在运算量方面: 本文所提算法的运算量要低于传统ESPRIT算法、降维ESPRIT算法、降维西ESPRIT算法。从而可以得出一个非常有意义的结论:

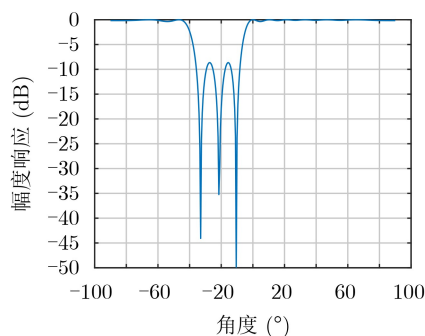


图7 空域滤波器的波束方向图

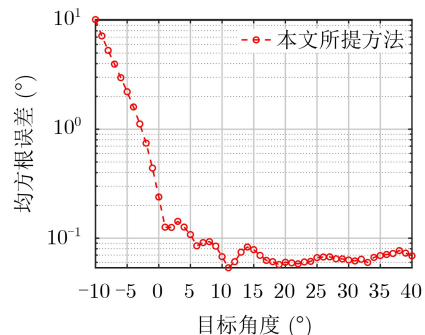


图8 RMSE随目标角度的变化情况

在低信噪比和低快拍数的条件下, 本文所提算法具有更好的估计性能和更低的运算量, 所以本文所提算法更适合实际应用。但是本文所提算法也有一定的缺点, 由于该算法具有较低的自由度, 当信噪比和快拍数增加到一定程度时, 它的性能便不再提升。当目标不在波束指向内时, 该算法的估计性能下降严重, 所以在未来的研究当中, 为了降低该算法对波束指向的敏感性, 将对该算法做进一步的改进。

参考文献

- [1] HAIMOVICH A M, BLUM R S, and CIMINI L J. MIMO Radar with Widely Separated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(1): 116–129. doi: [10.1109/MSP.2008.4408448](https://doi.org/10.1109/MSP.2008.4408448).
- [2] LI Jian and STOICA P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106–114. doi: [10.1109/MSP.2007.904812](https://doi.org/10.1109/MSP.2007.904812).
- [3] ZHAO Yongbo, SHUI Penglang, and LIU Hongwei. Computationally efficient DOA estimation for MIMO radar[C]. The 2nd International Congress on Image and Signal Processing, Tianjin, China, 2009: 1–3. doi: [10.1109/CISP.2009.5304414](https://doi.org/10.1109/CISP.2009.5304414).
- [4] ZHANG X, HUANG Y, CHEN C, *et al.* Reduced-complexity Capon for direction of arrival estimation in a monostatic multiple-input multiple-output radar[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2012, 6(8): 796–801. doi: [10.1049/iet-rsn.2011.0343](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2011.0343).
- [5] JINLI C, HONG G, and WEIMIN S. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(24): 1422–1423. doi: [10.1049/el:20089089](https://doi.org/10.1049/el:20089089).
- [6] ZHANG X and XU D. Low-complexity ESPRIT-based DOA estimation for colocated MIMO radar using reduced-dimension transformation[J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(4): 283–284. doi: [10.1049/el.2010.3279](https://doi.org/10.1049/el.2010.3279).
- [7] 文才, 王彤. 单基地MIMO雷达降维ESPRIT算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2014, 36(6): 1062–1067. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2014.06.08](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2014.06.08).
WEN Cai and WANG Tong. Reduced-dimensional unitary ESPRIT algorithm for monostatic MIMO radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(6): 1062–1067. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2014.06.08](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2014.06.08).
- [8] ZHANG Yu, ZHANG Gong, and WANG Xinhai. Computationally efficient DOA estimation for monostatic MIMO radar based on covariance matrix reconstruction[J]. *Electronics Letters*, 2017, 53(2): 111–113. doi: [10.1049/el.2016.3818](https://doi.org/10.1049/el.2016.3818).
- [9] 徐保庆, 赵永波, 庞晓娇. 基于实值处理的联合波束域双基地MIMO雷达测角算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(7): 1721–1727. doi: [10.11999/JEIT180766](https://doi.org/10.11999/JEIT180766).
XU Baoqing, ZHAO Yongbo, and PANG Xiaojiao. Joint real-valued beamspace-based method for angle estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1721–1727. doi: [10.11999/JEIT180766](https://doi.org/10.11999/JEIT180766).
- [10] LI Jianfeng, HE Yi, HE Lang, *et al.* DOD and DOA estimation for MIMO radar based on combined MUSIC and sparse Bayesian learning[C]. 2019 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium - China (ACES), Nanjing, China, 2019: 1–2. doi: [10.23919/ACES48530.2019.9060555](https://doi.org/10.23919/ACES48530.2019.9060555).
- [11] YANG Zai and XIE Lihua. On gridless sparse methods for multi-snapshot DOA estimation[C]. 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Shanghai, China, 2016: 3236–3240. doi: [10.1109/ICASSP.2016.7472275](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2016.7472275).
- [12] YANG Zai, XIE Lihua, and ZHANG Cishen. Off-grid direction of arrival estimation using sparse bayesian inference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1): 38–43. doi: [10.1109/TSP.2012.2222378](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2222378).
- [13] WEN Fangqing, HUANG Dongmei, WANG Ke, *et al.* DOA estimation for monostatic MIMO radar using enhanced sparse Bayesian learning[J]. *The Journal of Engineering*, 2018, 2018(5): 268–273. doi: [10.1049/joe.2017.0872](https://doi.org/10.1049/joe.2017.0872).
- [14] MAO Chenxing and WEN Fangqing. Off-grid DOA estimation for Colocated MIMO radar via sparse Bayesian learning[C]. 2019 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium - China (ACES), Nanjing, China, 2019: 1–2. doi: [10.23919/ACES48530.2019.9060628](https://doi.org/10.23919/ACES48530.2019.9060628).
- [15] LIU Tingting, WEN Fangqing, ZHANG Lei, *et al.* Off-grid DOA estimation for Colocated MIMO radar via reduced-complexity sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 99907–99916. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2930531](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2930531).
- [16] CHEN Fangfang, ZHANG Jinghao, and DAI Jisheng. DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radars with sparse Bayesian learning[C]. 2018 International Workshop on Antenna Technology (iWAT), Nanjing, China, 2018: 1–4. doi: [10.1109/IWAT.2018.8379194](https://doi.org/10.1109/IWAT.2018.8379194).
- [17] ZOLTOWSKI M D, KAUTZ G M, and SILVERSTEIN S D. Beamspace root-MUSIC[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(1): 344. doi: [10.1109/TSP.1993.193151](https://doi.org/10.1109/TSP.1993.193151).
- [18] ZOLTOWSKI M D, HAARDT M, and MATHEWS C P.

Closed-form 2-D angle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary ESPRIT[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(2): 316–328. doi: [10.1109/78.485927](https://doi.org/10.1109/78.485927).

- [19] FORSTER P and VEZZOSI G. Application of spheroidal sequences to array processing[C]. 1987 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Dallas, USA, 1987: 2268–2271. doi: [10.1109/ICASSP.1987.1169421](https://doi.org/10.1109/ICASSP.1987.1169421).

刘东贺: 男, 1994年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达阵列信号

处理.

赵永波: 男, 1972年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、自适应信号处理和雷达信号参数估计.

庞晓娇: 女, 1993年生, 博士生, 研究方向为压缩感知和阵列信号处理.

曹成虎: 男, 1987年生, 博士生, 研究方向为微弱目标检测与跟踪.

陈 胜: 男, 1993年生, 博士生, 研究方向为雷达信号处理和MIMO雷达.

责任编辑: 马秀强