

# 截断式原模图低密度奇偶校验卷积码边扩展优化

洪少华<sup>\*①②</sup> 马文卓<sup>①</sup> 王琳<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(厦门大学信息与通信工程系 厦门 361005)

<sup>②</sup>(厦门大学深圳研究院 深圳 518057)

**摘要:** 截断式原模图低密度奇偶校验(LDPC)卷积码(P-LDPC-CCs)结合了原模图LDPC (P-LDPC)码和卷积码的特点, 具有多变的编码构造方式和优异的纠错性能, 实现了编译码低时延特性。边扩展作为构造截断式原模图LDPC卷积码基础矩阵关键步骤, 是影响其性能的重要因素。该文提出了一种边扩展优化方法。该方法利用原模图外信息转移(P-EXIT)算法理论分析基础矩阵的译码门限, 引入差分进化思想搜索一定条件下最优的边扩展方式。理论分析与系统仿真结果均表明所提边扩展优化方法比现有的方法具有更好的性能。

**关键词:** 截断式原模图低密度奇偶校验卷积码; 原模图外信息转移; 边扩展; 优化

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)01-0045-06

DOI: 10.11999/JEIT200350

## Edge Spreading Optimization for Terminated Protograph-based Low-Density Parity-Check Convolutional Codes

HONG Shaohua<sup>①②</sup> MA Wenzhuo<sup>①</sup> WANG Lin<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Department of Information and Communication Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

<sup>②</sup>(ShenZhen Research Institute of Xiamen University, Shenzhen 518057, China)

**Abstract:** Terminated Protograph-based Low-Density Parity-Check (LDPC) Convolutional Codes (Terminated P-LDPC-CCs), which combine the characteristics of Protograph-based LDPC (P-LDPC) codes and convolutional codes, have variable encoding constructed schemes, excellent error-correcting performance, and high-speed coding characteristics. As the key step of constructing Terminated P-LDPC-CCs, edge spreading is an important factor to determine the performance. In this paper, an edge spreading optimization method is proposed. In the proposed method, the differential evolution algorithm is introduced to search the best edge spreading mode based on the decoding threshold calculated by Protograph-based EXtrinsic Information Transfer (P-EXIT) analysis. Both P-EXIT analysis and simulation results indicate that the proposed edge spreading optimization method can achieve better performance.

**Key words:** Terminated Protograph-based Low-Density Parity-Check Convolutional Codes (Terminated P-LDPC-CCs); Protograph-based EXtrinsic Information Transfer (P-EXIT); Edge spreading; Optimization

### 1 引言

第6代(6G)移动通信网络是万物互联的通信网络, 其数据业务传输, 需要设计高效的编译码方案, 以满足“超高可靠、超低时延、海量连接”的通信需求<sup>[1,2]</sup>。截断式原模图低密度奇偶校验(Low-Density Parity-Check, LDPC)卷积码是Mitchell等

人<sup>[3]</sup>通过截断原模图LDPC卷积码半无限长结构的基础矩阵提出的渐近LDPC分组码, 其性能好于对应的咬尾卷积码和分组码<sup>[4,5]</sup>。此外, 截断式原模图LDPC卷积码可以通过滑动窗译码算法实现译码, 在保证译码性能的同时具有低时延的特点<sup>[6-10]</sup>。可以说, 截断式原模图LDPC卷积码结合了原模图LDPC码和卷积码的优点, 具有多变的编码构造方式、优良的纠错性能以及低时延的编译码特性而深受广泛关注<sup>[11,12]</sup>。

众所周知, 基于原模图构造的LDPC码, 其基础矩阵 $B$ 对码型性能具有重要的影响。在获得较优基础矩阵 $B$ , 截断式原模图LDPC卷积码的构造需要将 $B$ 分解成若干个大小相等的子矩阵, 该步骤称

收稿日期: 2020-05-08; 改回日期: 2020-10-20; 网络出版: 2020-10-23

\*通信作者: 洪少华 hongsh@xmu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61671395), 广东省自然科学基金(2018A030313710)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61671395), The Natural Science Foundation of Guangdong Province (2018A030313710)

为边扩展(edge spreading)。研究表明,截断式原模图LDPC卷积码的迭代译码门限和最小距离增长率依赖于组合子矩阵的选取,即不同的边扩展方法影响着所构造的截断式原模图LDPC卷积码的性能<sup>[13]</sup>。目前,已有多种边扩展方法<sup>[13-15]</sup>,如基于基础矩阵行数和列数的最大公约数分割的公约数分解法<sup>[16]</sup>,这样分解得到的子矩阵,度分布不均匀且会出现全0行;选取基础矩阵对角元素进行分割且保证分解后的子矩阵元素值不存在大于2的对角分解法,这样分解得到的子矩阵度分布相对平均;选取其中一个子矩阵稀疏,出现度为2的校验节点的低度数分解法。文献<sup>[13-15]</sup>通过对比不同边扩展方法,给出一些边扩展指导思想,如避免出现全0行或全0列,避免出现度数过低的校验节点,分解得到的子矩阵的度分布尽量均匀等;然而基于满足这些指导思想组合子矩阵有多种,且这些指导思想并不一定适用于所有的码型。为此,本文提出一种边扩展优化方法,本方法以最小化译码门限为目标,基于给定的条件利用差分进化算法搜索最优的边扩展方式。仿真结果表明所提边扩展优化方法具有更好的性能。本文第2节简单介绍截断式原模图LDPC卷积码;第3节详细描述了所提的边扩展优化方法;第4节给出了仿真结果与分析,第5节对全文进行了总结。

## 2 截断式原模图LDPC卷积码

原模图LDPC卷积码同时具备原模图LDPC码和卷积码的特性,即其可以通过稀疏校验矩阵定义,同时在某一时刻的编码输出不仅与当前时刻的输入信息比特有关,还与前面 $m_s$ 个比特有关,其中 $m_s$ 为卷积码的记忆长度。原模图LDPC卷积码的原模图具有半无限长的结构,如果在 $t=0$ 时刻开始卷积码,经过 $L$ 个时刻截止,就可以得到截断式原模图LDPC卷积码的原模图,其中 $L$ 为截断因子。截断式原模图LDPC卷积码的基础矩阵构造步骤:

(1)设计具有良好译码门限的原模图LDPC码的基础矩阵 $\mathbf{B}$ ,大小为 $b_c \times b_v$ ;

(2)边扩展,将基础矩阵 $\mathbf{B}$ 分解成 $m_s+1$ 个大小与 $\mathbf{B}$ 相同的子矩阵 $\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{m_s}$ ,且 $\sum_{i=0}^{m_s} \mathbf{B}_i = \mathbf{B}$ ;

(3)将分解后的子矩阵如式(1)所示排成 $L$ 列,即为截断式原模图LDPC卷积码的基础矩阵 $\mathbf{B}_{[0,L-1]}$

$$\mathbf{B}_{[0,L-1]} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & & & & \\ \vdots & \ddots & & & \\ \mathbf{B}_{m_s} & & \mathbf{B}_0 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \mathbf{B}_{m_s} \end{bmatrix}_{(L+m_s)b_c \times Lb_v} \quad (1)$$

在不存在删余变量节点的情况下,截断式原模图LDPC卷积码的码率为

$$R_L = 1 - \left( \frac{L + m_s}{L} \right) \frac{b_c}{b_v} = 1 - \left( \frac{L + m_s}{L} \right) (1 - R) \quad (2)$$

其中, $R = 1 - b_c/b_v$ 是具有半无限长结构的基础矩阵的原模图LDPC卷积码的码率。可以看出,“截断”会引起码率的损失,随着截断因子 $L$ 的增加,其码率也会接近半无限长结构卷积码的码率。

在截断式原模图LDPC卷积码的构造过程中,边扩展是关键问题,其保证了所构造的原模图具有基础原模图校验节点和变量节点的度分布。以公约数分解法为例,一个大小为 $b_c \times b_v$ 的原模图基础矩阵,假设 $b_c$ 和 $b_v$ 的最大公约数为 $\eta \triangleq \gcd(b_c, b_v)$ ,按最大公约数将基础矩阵分解成矩阵块,矩阵块的行数为 $b_c/\eta$ ,列数为 $b_v/\eta$ ,最后沿着对角线就可以将基础矩阵分解成两个三角子矩阵。例如1/2码率的重复4参差累积(Repeat-by-4-Jagged-Accumulate, R4JA)码,其基础矩阵为

$$\mathbf{B}_{\text{R4JA}} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

此时, $b_c = 2, b_v = 4, \eta \triangleq \gcd(b_c, b_v) = 2$ 。当 $m_s = 1$ 时,利用公约数分解法得到的两个子矩阵,分别为

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

尽管不同的边扩展方法,其译码门限值随着截断因子 $L$ 的增大均将逼近于香农限<sup>[13]</sup>,但是对于较小的截断因子 $L$ 而言,其性能相差还是比较大,为此有必要对边扩展方法进行优化,使得对于任意的截断因子 $L$ ,边扩展所得到的组合子矩阵所构造的截断式原模图LDPC卷积码性能最优。

## 3 基于差分进化算法的边扩展优化方法

为了寻找最优的边扩展方法,最直接的方法是遍历所有的边扩展组合,选择其中译码门限最低的组合即为最优的边扩展方法。显然遍历方法非常的耗时,根本不切实际。差分进化算法<sup>[17]</sup>是一种参数优化算法,广泛应用于优化不规则LDPC码的度分布,并且可以避免错误的收敛<sup>[18-20]</sup>。为此,本文提出一种基于差分进化算法的边扩展优化方法。该方法以最小化译码门限为目标,基于给定的条件利用差分进化算法搜索最优的边扩展方式,具体表示为

$$\min_{\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{m_s}} \Phi(\mathbf{B}_{[0,L-1]}) \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \Omega(\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{m_s}) = 1 \quad (6)$$

其中, $\Phi(\mathbf{B}_{[0,L-1]})$ 为原模图外信息转移(Protograph-based EXtrinsic Information Transfer, P-EXIT)算

法理论分析计算的译码门限,  $\Omega(\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{m_s}) = 1$  代表  $\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{m_s}$  组合满足给定条件, 具体条件如下:

$$(1) \sum_{i=0}^{m_s} \mathbf{B}_i = \mathbf{B};$$

$$(2) \mathbf{B}_i(m, n) \geq 0;$$

(3)  $\mathbf{B}_i(m, n) \leq 2$ , 避免所拆分的子矩阵中出现过大的元素;

$$(4) \max\left(\sum_n \mathbf{B}_i(m, n)\right) - \min\left(\sum_n \mathbf{B}_i(m, n)\right) \leq 3, \text{ 使得所拆分子矩阵检验节点的度分布尽量均匀.}$$

基于差分进化算法的边扩展优化方法的具体步骤如下:

(1) 初始化: 设定最大迭代次数  $G_{\max}$ 。给定具有良好译码门限的基础矩阵  $\mathbf{B}$ , 基于上述条件进行  $P$  种不同的边扩展方式; 利用所拆分的子矩阵在给定截断因子  $L$  的情况下, 构造截断式原模图LDPC卷积码的基础矩阵  $\mathbf{B}_L^{(i, G=0)}$  ( $i = 0, 1, \dots, P-1$ ) 作为初代成员, 其中参数  $G$  表示代数; 计算每一个成员基础矩阵的译码门限记为  $T(i, G=0)$  ( $i = 0, 1, \dots, P-1$ ), 搜索找出这一代  $P$  个成员基础矩阵中具有最小译码门限的矩阵记为  $\mathbf{B}_{\text{best}}$ , 其相应门限记为  $T_{\text{best}}$  为全局最小门限。

(2) 进化: 从  $P$  个成员基础矩阵随机抽取两个基础矩阵, 分别记为  $\mathbf{B}_{L1}^{(i, G)}$  和  $\mathbf{B}_{L2}^{(i, G)}$ , 直到进化得到满足给定条件的基础矩阵

$$\mathbf{V}_L^{(i, G+1)} = \mathbf{B}_{\text{best}} + \left[0.5 \times \left(\mathbf{B}_{L1}^{(i, G)} - \mathbf{B}_{L2}^{(i, G)}\right)\right],$$

$$i = 0, 1, \dots, P-1 \quad (7)$$

其中  $[\cdot]$  为取整函数。

(3) 交叉: 基于给定交叉概率  $\text{CR}$ , 生成待选成员基础矩阵

$$\mathbf{U}_L^{(i, G+1)} = \begin{cases} \mathbf{V}_L^{(i, G+1)}, & p_c \leq \text{CR} \\ \mathbf{B}_L^{(i, G)}, & p_c > \text{CR} \end{cases}, i = 0, 1, \dots, P-1 \quad (8)$$

其中  $p_c$  服从  $[0, 1]$  上均匀分布。

(4) 选择: 计算每个待选成员矩阵  $\mathbf{U}_L^{(i, G+1)}$  的译码门限记为  $T_U(i, G+1)$  ( $i = 0, 1, \dots, P-1$ )。更新下一代的成员矩阵, 更新规则为

$$\mathbf{B}_L^{(i, G+1)} = \begin{cases} \mathbf{U}_L^{(i, G+1)}, & T_U(i, G+1) < T(i, G) \\ \mathbf{B}_L^{(i, G)}, & T_U(i, G+1) \geq T(i, G) \end{cases},$$

$$i = 0, 1, \dots, P-1 \quad (9)$$

在更新的这一代成员基础矩阵中选择具有最小译码门限的矩阵用来更新  $\mathbf{B}_{\text{best}}$ , 作为下一代的基本矩阵; 同时更新全局最小译码门限  $T_{\text{best}}$ 。

(5) 停止: 重复步骤2~4, 直到达到最大迭代次数, 所得的最优基础矩阵  $\mathbf{B}_{\text{best}}$  对应的组合子矩阵即是最优的边扩展方法。

考虑到有可能未达到最大迭代次数  $G_{\max}$  就已经得到最优的边扩展方式, 那么在这一代后的搜索是不必要的, 为此设定一个阈值  $S$ , 如果连续  $S$  代所搜索到的  $\mathbf{B}_{\text{best}}$  是相同的, 则停止迭代, 返回当前的最优基础矩阵。

## 4 仿真结果与分析

R4JA码与累积重复4参差累积(Accumulate-Repeat-by-4-Jagged-Accumulate, AR4JA)码是广泛应用的非删余与删余的原模图LDPC码, 具有性能良好、码率可扩展等特性。本节将以这两种码型1/2码率的基础矩阵构造截断式原模图LDPC卷积码, 对比不同边扩展方法的性能。

如上所述, 当记忆长度为  $m_s = 1$ , 基于公约数分解法的子矩阵组合如式(4)所示; 作为目前具有较好性能的边扩展方法, 对角分解法的子矩阵组合为

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

在给定截断因子  $L = 3$  时, 所构造的截断式原模图LDPC卷积码的基础矩阵大小为  $8 \times 12$ , 码率为1/3。针对本文所提边扩展优化方法, 在  $m_s = 1$  与  $L = 3$  时, 设定最大迭代次数  $G_{\max} = 100$ , 交叉概率  $\text{CR} = 0.9$ , 阈值  $S = 3$ , 则基于所提的差分进化优化方法的子矩阵组合为

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

表1所示为R4JA码3种不同的边扩展方法在截断因子  $L = 3$  所构造的基础矩阵在加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道下的译码门限, 从表1可以看出, 所提边扩展优化方法相比于公约数分解法与对角分解法分别具有1.1 dB与0.2 dB左右的增益。

图1所示为R4JA码3种不同的边扩展方法所构造的截断式原模图LDPC卷积码在AWGN信道下的仿真结果, 其相应的仿真构造参数如表2所示。从图1中可以看出所提差分进化优化方法在  $\text{BER} = 10^{-5}$  比公约数分解法与对角分解法分别好大约0.9 dB与0.2 dB, 基本吻合P-EXIT理论分析的结果。

AR4JA码1/2码率的基础矩阵为

$$\mathbf{B}_{\text{AR4JA}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

表1 R4JA码不同边扩展方法在  $L = 3$  的基础矩阵的译码门限(dB)

边扩展方法	公约数分解法	对角分解法	差分进化优化方法
译码门限	2.010	1.070	0.905

对于AR4JA码, 为了实现线性距离增长, 基础矩阵中的第1行可以不进行拆分; 此外, 鉴于原模图基础矩阵的预编码变量节点能够降低译码门限, 其所对应的列(第1列)也不进行拆分<sup>[3]</sup>。假设记忆长度为 $m_s = 1$ , Mitchell等人给出的子矩阵组合为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

在给定截断因子 $L = 3$ 时, 所构造的截断式原模图LDPC卷积码的基础矩阵(删除全0行)大小 $11 \times 15$ , 其中第2, 7和12列度数最高的变量节点需进行删余, 故码率为 $1/3$ 。

在同样的参数设定(最大迭代次数 $G_{\max} = 100$ , 交叉概率 $CR = 0.9$ , 阈值 $S = 3$ )下, 基于所提差分进化优化方法的子矩阵组合为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

表3所示为AR4JA码两种不同边扩展方法在截断因子 $L = 3$ 所构造的基础矩阵在AWGN信道下的

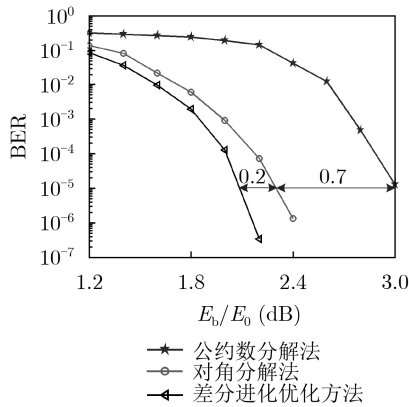


图1 R4JA码不同边扩展方法的BER性能

表2 R4JA码构造截断式原模图LDPC卷积码参数

边扩展方法	差分进化优化方法、公约数分解法、对角分解法
原模图	1/2码率R4JA码
记忆长度	1
终止因子 $L$	3
码率 $R$	1/3
信源码长	6000
是否删余	否

译码门限, 从表3可以看出, 所提边扩展优化方法具有更低的译码门限, 大约有0.2 dB的增益。

图2所示为AR4JA码两种不同的边扩展方法所构造的截断式原模图LDPC卷积码在AWGN信道下的仿真结果, 其相应的仿真构造参数如表4所示。从图2中可以看出所提出的差分进化优化方法具有明显的性能优势, 与P-EXIT理论分析结果基本一致。

为了验证不同截断因子 $L$ , 所提差分进化优化方法的性能优势, 表5所示为两种不同的边扩展方法在不同的截断因子 $L$ 的译码门限。从表5中发现, 不管截断因子 $L$ 取多少, 差分进化优化方法的译码门限均较低, 只不过随着截断因子 $L$ 的增大,

表3 AR4JA码不同边扩展方法在 $L = 3$ 的基础矩阵的译码门限(dB)

边扩展方法	Mitchell等给的方式	差分进化优化方法
译码门限	0.594	0.410

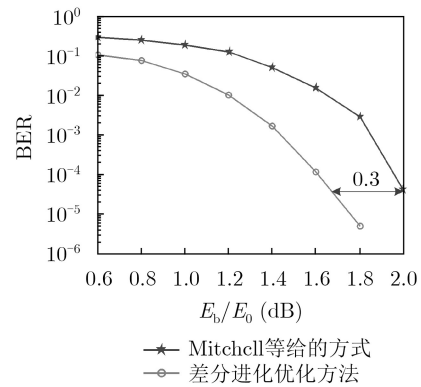


图2 AR4JA码不同边扩展方法的BER性能

表4 AR4JA码构造截断式原模图LDPC卷积码参数

边扩展方法	差分进化优化方法、Mitchell等给的方式
原模图	1/2码率AR4JA码
记忆长度	1
终止因子 $L$	3
码率 $R$	1/3
信源码长	2000
是否删余	是

表5 AR4JA码在不同截断因子 $L$ 的基础矩阵的译码门限 (dB)

$L$	码率 $R$	差分进化优化方法	Mitchell等给的方式	差值
2	1/4	0.377	0.651	0.274
3	1/3	0.410	0.594	0.184
4	3/8	0.551	0.617	0.066
5	2/5	0.596	0.632	0.036
6	5/12	0.614	0.636	0.022
7	3/7	0.616	0.629	0.013



两种方法的译码门限差异逐渐变小。这是因为随着截断因子 $L$ 的增大,趋向无穷大时,所构造的截断式原模图LDPC卷积码的基础矩阵即使采用的边扩展方法不同,均将趋近于非截断的半无限长结构,其译码门限均将逼近于香农限。为此,可以推断,当截断因子继续增大,两种边扩展方法的译码门限将趋向一样,逼近于香农限,与文献[13]的结论一致。

## 5 结论

针对截断式原模图LDPC卷积码的边扩展步骤,本文提出一种优化方法。本方法以最小化译码门限为目标,基于给定的条件利用差分进化算法搜索最优的边扩展方式。相比于现有的边扩展方法,P-EXIT理论分析与系统仿真结果均表明所提出的边扩展优化方法在给定的截断因子具有更好的性能。

## 参考文献

- [1] GIORDANI M, POLESE M, MEZZAVILLA M, *et al.* Toward 6G networks: Use cases and technologies[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2020, 58(3): 55–61. doi: [10.1109/MCOM.001.1900411](https://doi.org/10.1109/MCOM.001.1900411).
- [2] TOMKOS I, KLONIDIS D, PIKASIS E, *et al.* Toward the 6G network Era: Opportunities and challenges[J]. *IT Professional*, 2020, 22(1): 34–38. doi: [10.1109/MITP.2019.2963491](https://doi.org/10.1109/MITP.2019.2963491).
- [3] MITCHELL D G M, LENTMAIER M, and COSTELLO D J. New families of LDPC block codes formed by terminating irregular protograph-based LDPC convolutional codes[C]. 2010 IEEE International Symposium on Information Theory, Austin, USA, 2010: 824–828. doi: [10.1109/ISIT.2010.5513633](https://doi.org/10.1109/ISIT.2010.5513633).
- [4] MITCHELL D G M, PUSANE A E, ZIGANGIROV K S, *et al.* Asymptotically good LDPC convolutional codes based on protographs[C]. 2008 IEEE International Symposium on Information Theory, Toronto, Canada, 2008: 1030–1034. doi: [10.1109/ISIT.2008.4595143](https://doi.org/10.1109/ISIT.2008.4595143).
- [5] LENTMAIER M and FETTWEIS G P. On the thresholds of generalized LDPC convolutional codes based on protographs[C]. 2010 IEEE International Symposium on Information Theory, Austin, USA, 2010: 709–713. doi: [10.1109/ISIT.2010.5513595](https://doi.org/10.1109/ISIT.2010.5513595).
- [6] PAPALEO M, IYENGAR A R, SIEGEL P H, *et al.* Windowed erasure decoding of LDPC convolutional codes[C]. 2010 IEEE Information Theory Workshop on Information Theory, Cairo, Egypt, 2010: 1–5. doi: [10.1109/ITWIKSPS.2010.5503166](https://doi.org/10.1109/ITWIKSPS.2010.5503166).
- [7] IYENGAR A R, PAPALEO M, SIEGEL P H, *et al.* Windowed decoding of protograph-based LDPC convolutional codes over erasure channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(4): 2303–2320. doi: [10.1109/TIT.2011.2177439](https://doi.org/10.1109/TIT.2011.2177439).
- [8] ALI I, KIM J H, KIM S H, *et al.* Improving windowed decoding of SC LDPC codes by effective decoding termination, message reuse, and amplification[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 9336–9346. doi: [10.1109/ACCESS.2017.2771375](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2771375).
- [9] 吴皓威, 武小飞, 邹润秋, 等. 空间耦合LDPC码的分层译码算法[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(8): 1881–1887. doi: [10.11999/JEIT190626](https://doi.org/10.11999/JEIT190626).
- WU Haowei, WU Xiaofei, ZOU Runqiu, *et al.* A layered decoding algorithm for spatially-coupled LDPC codes[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(8): 1881–1887. doi: [10.11999/JEIT190626](https://doi.org/10.11999/JEIT190626).
- [10] 张娅妹, 周林, 陈辰, 等. 窗口可变的空间耦合LDPC码滑窗译码算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2020, 47(3): 128–134. doi: [10.19665/j.issn1001-2400.2020.03.018](https://doi.org/10.19665/j.issn1001-2400.2020.03.018).
- ZHANG Yamei, ZHOU Lin, CHEN Chen, *et al.* Sliding window decoding algorithm for spatially coupled LDPC codes with a variable window[J]. *Journal of Xidian University*, 2020, 47(3): 128–134. doi: [10.19665/j.issn1001-2400.2020.03.018](https://doi.org/10.19665/j.issn1001-2400.2020.03.018).
- [11] MITCHELL D G M, LENTMAIER M, and COSTELLO D J. Spatially coupled LDPC codes constructed from protographs[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, 61(9): 4866–4889. doi: [10.1109/TIT.2015.2453267](https://doi.org/10.1109/TIT.2015.2453267).
- [12] MITCHELL D G M, PUSANE A E, and COSTELLO D J. Minimum distance and trapping set analysis of protograph-based LDPC convolutional codes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(1): 254–281. doi: [10.1109/TIT.2012.2211995](https://doi.org/10.1109/TIT.2012.2211995).
- [13] LENTMAIER M, MITCHELL D G M, FETTWEIS G P, *et al.* Asymptotically regular LDPC codes with linear distance growth and thresholds close to capacity[C]. 2010 Information Theory and Applications Workshop, San Diego, USA, 2010: 1–8. doi: [10.1109/ITA.2010.5454141](https://doi.org/10.1109/ITA.2010.5454141).
- [14] 房明. LDPC码构造方法和编码算法研究[D]. [硕士论文], 北京邮电大学, 2014.
- [15] 余鑫沅. 终止的原模图LDPC卷积码的性能分析和优化[D]. [硕士论文], 厦门大学, 2017.
- YU Xinyuan. The performance analysis and optimization of terminated protograph-based LDPC convolutional codes[D]. [Master dissertation], Xiamen University, 2017.
- [16] JIMENEZ FELSTROM A and ZIGANGIROV K S. Time-varying periodic convolutional codes with low-density parity-check matrix[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1999, 45(6): 2181–2191. doi: [10.1109/18.782171](https://doi.org/10.1109/18.782171).
- [17] DAS S and SUGANTHAN P N. Differential evolution: A

- survey of the state-of-the-art[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, 15(1): 4–31. doi: [10.1109/TEVC.2010.2059031](https://doi.org/10.1109/TEVC.2010.2059031).
- [18] CHEN Qiwan, WANG Lin, HONG Shaohua, *et al.* Integrated design of JSCC scheme based on double protograph LDPC codes system[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 23(2): 218–221. doi: [10.1109/LCOMM.2018.2890243](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2018.2890243).
- [19] CHEN Qiwan, HONG Shaohua, and CHEN Yifan. Design of linking matrix in JSCC scheme based on double protograph LDPC codes[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 92176–92183. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2927864](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2927864).
- [20] LIU Sanya, CHEN Chen, WANG Lin, *et al.* Edge connection optimization for JSCC system based on DP-LDPC codes[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2019, 8(4): 996–999. doi: [10.1109/LWC.2019.2903442](https://doi.org/10.1109/LWC.2019.2903442).
- 洪少华: 男, 1983年生, 副教授, 研究方向为信息论与编码, 图像压缩与处理, 非线性信号处理.
- 马文卓: 男, 1994年生, 硕士生, 研究方向为信息论与编码.
- 王 琳: 男, 1963年生, 教授, 研究方向为信息论与编码, 宽带无线通信.

责任编辑: 余 蓉