

传感器位置误差下外辐射源雷达三维定位代数解算法

左燕* 周夏磊 蒋陶然

(杭州电子科技大学自动化学院 杭州 310018)

摘要: 机载外辐射源雷达系统中, 部署在飞机上的观测站传感器位置无法精确获知, 观测站位置误差将严重影响目标定位精度。对此, 该文提出一种观测站位置误差下多基外辐射源雷达三维定位代数解算法。该算法首先利用辅助变量将非线性双基距离和差(BRD)观测方程进行线性化, 构造伪线性目标估计模型。然后将观测站位置量测噪声的统计特性融入定位算法, 提出一种改进两步加权最小二乘(TS-WLS)算法实现观测站位置误差下外辐射源雷达目标定位。最后推导了克拉美罗下界(CRLB)和算法的理论误差。仿真结果显示, 在适中的BRD量测误差和观测站位置误差下, 所提算法的目标定位性能能够达到CRLB。

关键词: 外辐射源雷达; 观测站位置误差; 双基距离和差(BRD); 两步加权最小二乘(TS-WLS)

中图分类号: TN958.97

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)03-0555-08

DOI: 10.11999/JEIT190292

Algebraic Solution for 3D Localization of Multistatic Passive Radar in the Presence of Sensor Position Errors

ZUO Yan ZHOU Xiaolei JIANG Taoran

(School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: An observer is placed on the airborne in the multistatic passive radar localization system. The error in observer position may seriously affect the localization accuracy. An algebraic closed-form solution is proposed for 3D localization of multistatic passive radar in the presence of sensor position errors. Firstly, the nonlinear Bistatic Range Difference (BRD) measurement equations are linearized by proper additional parameters and a pseudo-linear estimation model is given accordingly. Then a modified Two-Step Weighted Least Squares (TS-WLS) algorithm is developed with considering the statistic characteristics of the observer position measurement noises. Finally the Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) and the theoretical error of the algorithm are derived. Simulation results show that the proposed algorithm can achieve the CRLB in a moderate level of noises.

Key words: Multistatic passive radar; Sensor position error; Bistatic Range Difference (BRD); Two-Step Weighted Least Squares (TS-WLS)

1 引言

外辐射源雷达利用第三方(广播、电视、卫星、通信基站等外辐射源)发射的电磁信号辐射源实现对“无线电静默”目标的探测与定位, 具有隐蔽性高、抗干扰能力强、监视范围广、成本低等优点^[1]。因此, 近年成为雷达探测领域的研究热点^[2-4]。

基于外辐射源的无源定位方法, 又称为无源相干定位(Passive Coherent Location, PCL)。PCL系

统通过目标监测通道的回波信号和参考通道的直达波信号二者相关性处理得到信号的到达时差(Time Difference Of Arrival, TDOA), 到达频差(Frequency Difference Of Arrival, FDOA)和到达角度(Angle Of Arrival, AOA)量测, 并利用观测值对目标进行定位^[5-7]。其中, TDOA定位由于定位简单且精度高, 广泛应用于外辐射源雷达定位系统。

基于TDOA的目标定位求解过程就是从非线性TDOA量测方程中解算出目标的位置。目前, 基于TDOA的目标辐射源定位问题已得到广泛研究^[8-10]。在目标辐射源定位中, TDOA参数通常转化为目标距观测器和参考站之间的距离差(Range Difference, RD)量测。与目标辐射源定位体制不同, 外辐射源雷达采用双基/多基结构, TDOA参数转化为目标到达外辐射源与到达观测站的双基距与外辐射源与

收稿日期: 2019-04-29; 改回日期: 2019-11-18; 网络出版: 2019-11-25

*通信作者: 左燕 leftswallow@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61673146, 61973102), 浙江省自然科学基金(LY16F030009)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61673146, 61973102), The Natural Science Foundation of Zhejiang Province (LY16F030009)

观测站距离之差(Bistatic Range Difference, BRD)。与RD量测相比, BRD量测方程具有强非线性, 使得基于BRD的目标定位估计难度增加。近年来, 随着外辐射源雷达和MIMO雷达定位问题研究日益受到关注, 基于BRD的外辐射源目标定位算法相继出现。基于极大似然估计的直接定位算法^[11]可以获得最优目标定位, 但该算法计算量随着估计参数维数的增加显著增长。采用牛顿迭代法^[12]可以获得近似极大似然估计, 其收敛性和全局性能受初值影响大。为了避免上述问题, 一些基于BRD的目标定位代数解算法提出, 包括: 加权最小二乘算法(WLS)^[13,14]、两步加权最小二乘算法(TS-WLS)^[15,16]、约束加权最小二乘算法(CWLS)^[17,18]、三步加权最小二乘算法^[19,20]、约束总体最小二乘算法(CTLS)^[5,6]等。上述基于BRD的被动定位算法中均假设观测站位置状态信息精确已知。然而, 机载外辐射源定位系统中, 观测站往往安装在飞机或无人机等运动平台上, 受扰动影响其位置往往无法精确获知, 观测站位置存在扰动误差, 将严重影响目标定位算法性能。因此机载外辐射源定位算法设计时需要考虑观测站位置误差。

在文献^[9]的启发下, 本文引入辅助变量推导了观测站位置误差下多基结构BRD量测的伪线性估计方程。将观测站位置状态扰动量的统计特性融入到定位算法中进行权重设计, 并应用多步加权最小二乘思想提出了一种适用于单站外辐射源雷达3维定位问题的代数闭式解算法。最后推导其理论性能, 并验证算法的有效性。

2 定位问题

本文考虑如下3维定位场景(见图1), 假设场景中有 M 个外辐射源和1个观测站对目标进行定位(简称单站外辐射源雷达定位系统)。令目标位置为 $\mathbf{S}^{\text{tar}} = [x^{\text{tar}}, y^{\text{tar}}, z^{\text{tar}}]^T$, 第 m 个外辐射源位置为 $\mathbf{S}_t^m = [x_m, y_m, z_m]^T$ ($m = 1, 2, \dots, M$), 观测站的真实位置 $\mathbf{S}_r^0 = [x_0^0, y_0^0, z_0^0]^T$ 。由于观测站部署在机载平台, 受扰动误差的影响, 观测站位置无法精确获

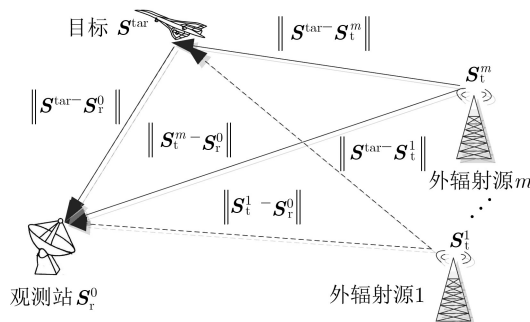


图1 单站外辐射源雷达3维定位场景图

知, 只能获得包含噪声的位置向量 $\mathbf{S}_r = [x_0, y_0, z_0]^T$, 且满足 $\mathbf{S}_r = \mathbf{S}_r^0 + \Delta\mathbf{S}_r$, $\Delta\mathbf{S}_r$ 为观测站位置误差, 服从零均值高斯分布, 其协方差为 $E[\Delta\mathbf{S}_r \Delta\mathbf{S}_r^T] = \mathbf{Q}_s$ 。

定义目标到观测站的距离为

$$R = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\| \quad (1)$$

其中, $\|\cdot\|$ 为2-范数。

定义目标到外辐射源源 m 的距离为

$$r_m = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_t^m\| \quad (2)$$

定义外辐射源 m 到观测站的距离为

$$d_m = \|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0\| \quad (3)$$

则外辐射源 m 发射信号经目标反射后到达观测站的回波信号与直达波信号时间差TDOA为

$$t_m = \frac{(R + r_m - d_m)}{c} + e_m \quad (4)$$

其中, c 为信号的传播速度; e_m 为对应的TDOA量测误差, 服从均值为0, 均方差为 $\sigma_{t_m}^m$ 的高斯分布。

将上述TDOA量测转化为目标到达外辐射源与到达观测站的距离和与外辐射源到观测站距离之差, 即BRD量测, 形式为

$$u_m = R + r_m - d_m + n_m \quad (5)$$

其中, $n_m = ce_m$ 为对应的量测噪声, 服从均值为0, 均方差为 $\sigma_n^m = c\sigma_{t_m}^m$ 的高斯分布。单站外辐射源系统包含 M 个外辐射源和1个观测站, 对同一目标有 M 个BRD量测。观测站位置误差下单站外辐射源定位问题是联合上述 M 个BRD量测估计目标位置。

3 定位算法

3.1 第1步加权最小二乘估计

BRD量测与目标位置为非线性, 难以直接得到目标位置的代数解。首先选择目标到观测站的距离 $R = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\|$ 为辅助变量, 则式(5)可转化为式(6)所示的伪线性方程

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(u_m^0)^2 + u_m^0 d_m + (\mathbf{S}_r^0)^T \mathbf{S}_r^0 - (\mathbf{S}_t^m)^T \mathbf{S}_r^0 \\ & = (\mathbf{S}_r^0 - \mathbf{S}_t^m)^T \mathbf{S}^{\text{tar}} + (u_m^0 + d_m) R \end{aligned} \quad (6)$$

其中, u_m^0 为BRD真实值, $u_m^0 = u_m - n_m$ 。

将 $u_m^0 = u_m - n_m$ 和 $\mathbf{S}_r^0 = \mathbf{S}_r - \Delta\mathbf{S}_r$ 代入式(6)。由于 $d_m = \|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0\|$ 和 $R = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\|$ 包含了观测站真实位置, 在 \mathbf{S}_r^0 处1阶泰勒展开, 推导得到

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}u_m^2 + u_m \tilde{d}_m + \mathbf{S}_r^T \mathbf{S}_r - (\mathbf{S}_t^m)^T \mathbf{S}_r \\ & - \left\{ (\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^m)^T \mathbf{S}^{\text{tar}} + (u_m + \tilde{d}_m) \tilde{R} \right\} \\ & = (u_m + \tilde{d}_m - \tilde{R}) n_m + \left((2\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}^{\text{tar}})^T \right. \\ & \left. + (\tilde{R} - u_m) \boldsymbol{\rho}_1^T + (\tilde{d}_m + u_m) \boldsymbol{\rho}_2^T \right) \Delta\mathbf{S}_r \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $d_m = \|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0\| \cong \tilde{d}_m + \boldsymbol{\rho}_1^T \Delta \mathbf{S}_r$, $\tilde{d}_m = \|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r\|$, $\boldsymbol{\rho}_1^T = (\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r)^T / \|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r\|$, $R = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\| \cong \tilde{R} + \boldsymbol{\rho}_2^T \Delta \mathbf{S}_r$, $\tilde{R} = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r\|$, $\boldsymbol{\rho}_2^T = (\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r)^T / \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r\|$ 。

将上述方程写成矩阵形式

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \mathbf{Z}_1 - \mathbf{H}_1 \mathbf{X}_1 \quad (8)$$

其中, $\mathbf{X}_1 = [(\mathbf{S}^{\text{tar}})^T \quad \tilde{R}]^T$,

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} (\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^1)^T & (u_1 + \tilde{d}_1) \\ (\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^2)^T & (u_2 + \tilde{d}_2) \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^M)^T & (u_M + \tilde{d}_M) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0.5u_1^2 + u_1\tilde{d}_1 + \mathbf{S}_r^T \mathbf{S}_t^1 - (\mathbf{S}_t^1)^T \mathbf{S}_r \\ 0.5u_2^2 + u_2\tilde{d}_2 + \mathbf{S}_r^T \mathbf{S}_t^2 - (\mathbf{S}_t^2)^T \mathbf{S}_r \\ \vdots \\ 0.5u_M^2 + u_M\tilde{d}_M + \mathbf{S}_r^T \mathbf{S}_t^M - (\mathbf{S}_t^M)^T \mathbf{S}_r \end{bmatrix}。$$

上述定位估计模型中有 M 个发射源, 1 个观测站。对每一目标可以获得 M 个量测数据。为满足可观性, 外辐射源数量 M 需满足条件 $M \geq 4$ 。

\mathbf{X}_1 的加权最小二乘估计值为

$$\hat{\mathbf{X}}_1 = (\mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{H}_1)^{-1} \mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{Z}_1 \quad (9)$$

其中, \mathbf{W}_1 为加权矩阵, 具体形式如式(10)

$$\mathbf{W}_1 = [\mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1^T)]^{-1} = (\mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_n \mathbf{A}_1^T + \mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_s \mathbf{B}_1^T)^{-1} \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} (u_1 + \tilde{d}_1 - \tilde{R}) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (u_2 + \tilde{d}_2 - \tilde{R}) & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (u_M + \tilde{d}_M - \tilde{R}) \end{bmatrix}$$

\mathbf{B}_1

$$= \begin{bmatrix} (2\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^1 - \mathbf{S}^{\text{tar}})^T + (\tilde{R} - u_1)\boldsymbol{\rho}_1^T + (\tilde{d}_1 + u_1)\boldsymbol{\rho}_2^T \\ (2\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^2 - \mathbf{S}^{\text{tar}})^T + (\tilde{R} - u_2)\boldsymbol{\rho}_1^T + (\tilde{d}_2 + u_2)\boldsymbol{\rho}_2^T \\ \vdots \\ (2\mathbf{S}_r - \mathbf{S}_t^M - \mathbf{S}^{\text{tar}})^T + (\tilde{R} - u_M)\boldsymbol{\rho}_1^T + (\tilde{d}_M + u_M)\boldsymbol{\rho}_2^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_M]^T, \mathbf{E}[\mathbf{n}^T \mathbf{n}] = \mathbf{Q}_n,$$

$$\mathbf{E}[\Delta \mathbf{S}_r \Delta \mathbf{S}_r^T] = \mathbf{Q}_s。$$

权重 \mathbf{W}_1 计算所需的系数矩阵 \mathbf{A}_1 和 \mathbf{B}_1 包含未知目标位置参数 \mathbf{S}^{tar} 。初始时选取 $\mathbf{W}_1 = \mathbf{I}$ 获得初始解 \mathbf{S}^{tar} 并计算 \mathbf{A}_1 和 \mathbf{B}_1 。由式(10)得到更好的权重 \mathbf{W}_1 ,

从而产生更准确的目标位置估计值。此过程迭代多次可改进 \mathbf{S}^{tar} 的估计精度。通常, 迭代计算 1~2 次即可得到足够精度的解, 后续仿真迭代次数 $N = 2$ 。

对 $\hat{\mathbf{X}}_1$ 作 1 阶小扰动分析, 令 $\hat{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{X}_1 + \Delta \mathbf{X}_1$, 可得 $\hat{\mathbf{X}}_1$ 的估计误差和协方差为

$$\Delta \mathbf{X}_1 = (\mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{H}_1)^{-1} \mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad (11)$$

$$\text{cov}(\mathbf{X}_1) = \mathbf{E}[\Delta \mathbf{X}_1 \Delta \mathbf{X}_1^T] = (\mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{H}_1)^{-1} \quad (12)$$

3.2 第2步加权最小二乘估计

在第 1 步加权最小二乘估计的基础上, 考虑辅助变量 $\tilde{R} = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r\|$ 和目标位置 \mathbf{S}^{tar} 的相关性进行改进。选择目标与观测站位置的平方 $(x^{\text{tar}} - x_0)^2$, $(y^{\text{tar}} - y_0)^2$ 和 $(z^{\text{tar}} - z_0)^2$ 为变量, 构建关联最小二乘估计模型如式(13)

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2 = \mathbf{Z}_2 - \mathbf{H}_2 \mathbf{X}_2 = \mathbf{A}_2 \Delta \mathbf{X}_1 + \mathbf{B}_2 \Delta \mathbf{S}_r \quad (13)$$

式中, $\mathbf{X}_2 = [(x^{\text{tar}} - x_0)^2 \quad (y^{\text{tar}} - y_0)^2 \quad (z^{\text{tar}} - z_0)^2]^T$,

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{X}}_1(1) - x_0)^2 & (\hat{\mathbf{X}}_1(2) - y_0)^2 \\ (\hat{\mathbf{X}}_1(3) - y_0)^2 & \hat{\mathbf{X}}_1(4)^2 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{A}_2 = 2 \text{diag} \left\{ (\hat{\mathbf{X}}_1(1) - x_0) (\hat{\mathbf{X}}_1(2) - y_0) \right. \\ \left. (\hat{\mathbf{X}}_1(3) - z_0) \hat{\mathbf{X}}_1(4) \right\},$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{B}_2 = 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \hat{\mathbf{X}}_1(1) - x_0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\mathbf{X}}_1(2) - y_0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\mathbf{X}}_1(3) - z_0 \end{bmatrix}$$

采用加权最小二乘估计求解式(13), 得到

$$\hat{\mathbf{X}}_2 = (\mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2)^{-1} \mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{Z}_2 \quad (14)$$

其中, \mathbf{W}_2 为加权矩阵。具体形式为

$$\mathbf{W}_2 = [\mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_2^T)]^{-1} \\ = (\mathbf{A}_2 \text{cov}(\mathbf{X}_1) \mathbf{A}_2^T + \mathbf{B}_2 \mathbf{Q}_s \mathbf{B}_2^T)^{-1} \\ = \left(\mathbf{A}_2 (\mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{H}_1)^{-1} \mathbf{A}_2^T + \mathbf{B}_2 \mathbf{Q}_s \mathbf{B}_2^T \right)^{-1} \quad (15)$$

对 $\hat{\mathbf{X}}_2$ 作 1 阶小扰动分析, 可得 $\hat{\mathbf{X}}_2$ 的估计误差和协方差为

$$\Delta \mathbf{X}_2 = (\mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2)^{-1} \mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_2 \quad (16)$$

$$\text{cov}(\mathbf{X}_2) = \mathbf{E}[\Delta \mathbf{X}_2 \Delta \mathbf{X}_2^T] = (\mathbf{H}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{H}_2)^{-1} \quad (17)$$

根据式(13)中 \mathbf{X}_2 的定义求解目标位置估计为

$$\mathbf{S}^{\text{tar}} = \Phi \left[\sqrt{\widehat{\mathbf{X}}_2(1)}, \sqrt{\widehat{\mathbf{X}}_2(2)}, \sqrt{\widehat{\mathbf{X}}_2(3)} \right]^T + \mathbf{S}_r \quad (18)$$

其中, $\Phi = \text{diag} \left\{ \text{sgn}(\widehat{\mathbf{X}}_1(1) - x_0), \text{sgn}(\widehat{\mathbf{X}}_1(2) - y_0), \text{sgn}(\widehat{\mathbf{X}}_1(3) - z_0) \right\}$, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。

4 理论分析

4.1 定位误差克劳美罗下界(CRLB)

假设BRD量测 $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_M]^T$ 和观测站位置量测 \mathbf{S}_r 为相互独立的高斯分布, 在观测站误差存在条件下, 定位的观测模型可以联立表示为

$$\left. \begin{aligned} u_m &= R + r_m - d_m + n_m \\ \mathbf{S}_r &= \mathbf{S}_r^0 + \Delta \mathbf{S}_r \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

令观测向量 $\mathbf{V} = [\mathbf{u}^T \ \mathbf{S}_r^T]^T$, 未知参数 ϕ 为目标位置和观测站真实位置 $\phi = [\mathbf{S}^{\text{tar}} \ \mathbf{S}_r^0]^T$, 待估参数 $\theta = \mathbf{S}^{\text{tar}}$, 则基于式(19)中的观测模型, 未知参数 ϕ 估计方差的克拉美罗下界CRLB可以表示为

$$\text{CRLB}(\phi) = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix}^{-1} \quad (20)$$

其中,

$$\mathbf{X} = \mathbf{G}_1(\theta)^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1(\theta) \quad (21)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}_1(\theta)^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_2(\theta) \quad (22)$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{G}_2(\theta)^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_2(\theta) + \mathbf{Q}_s^{-1} \quad (23)$$

$$\mathbf{G}_1(\theta) = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{S}^{\text{tar}}} = [\mathbf{G}_1^1(\theta) \ \mathbf{G}_1^2(\theta) \ \dots \ \mathbf{G}_1^M(\theta)]^T$$

$$\mathbf{G}_1^m(\theta) = \frac{\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_t^m}{\|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_t^m\|} + \frac{\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0}{\|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\|} \quad (24)$$

$$\mathbf{G}_2(\theta) = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{S}_r^0} = [\mathbf{G}_2^1(\theta) \ \mathbf{G}_2^2(\theta) \ \dots \ \mathbf{G}_2^M(\theta)]^T$$

$$\mathbf{G}_2^m(\theta) = \frac{\mathbf{S}_r^0 - \mathbf{S}^{\text{tar}}}{\|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\|} - \frac{\mathbf{S}_r^0 - \mathbf{S}_t^m}{\|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0\|} \quad (25)$$

则目标位置估计误差的CRLB为

$$\text{CRLB}(\theta) = \mathbf{X}^{-1} + \mathbf{X}^{-1} \mathbf{Y} (\mathbf{Z} - \mathbf{Y}^T \mathbf{X}^{-1} \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{X}^{-1} \quad (26)$$

式(26)为考虑观测站位置误差时目标位置估计的CRLB, 其中第1项是未考虑观测站位置误差时目标位置估计的CRLB, 第2项则反映了观测站位置误差对目标定位精度的影响。

4.2 未考虑观测站位置误差下目标定位MSE

由式(5)给出测量变量

$$g_m(\mathbf{S}^{\text{tar}}) = \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_t^m\| + \|\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\| - \|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0\| \quad (27)$$

设目标初始位置 $\mathbf{S}_0^{\text{tar}}$, 在 $\mathbf{S}_0^{\text{tar}}$ 作1阶泰勒展开

$$g(\mathbf{S}^{\text{tar}}) \approx g(\mathbf{S}_0^{\text{tar}}) + \mathbf{G}_1(\mathbf{S}_0^{\text{tar}}) (\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_0^{\text{tar}}) \quad (28)$$

其中, $\mathbf{G}_1(\mathbf{S}_0^{\text{tar}}) = \partial g / \partial \mathbf{S}^{\text{tar}} |_{\mathbf{S}^{\text{tar}} = \mathbf{S}_0^{\text{tar}}}$

则量测误差为

$$\mathbf{e} = \mathbf{u} - \mathbf{g}(\mathbf{S}_0^{\text{tar}}) - \mathbf{G}_1(\mathbf{S}_0^{\text{tar}}) (\mathbf{S}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_0^{\text{tar}}) \quad (29)$$

最小化 $\xi = \mathbf{e}^T \mathbf{Q}_n \mathbf{e}$, 得到最小二乘估计为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{\text{tar}} &= \mathbf{S}_0^{\text{tar}} + \left[\mathbf{G}_1(\mathbf{S}_0^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1(\mathbf{S}_0^{\text{tar}}) \right]^{-1} \\ &\quad \cdot \mathbf{G}_1(\mathbf{S}_0^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{g}(\mathbf{S}_0^{\text{tar}})) \end{aligned} \quad (30)$$

当初始值 $\mathbf{S}_0^{\text{tar}}$ 接近真实值 $\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}}$, 估计误差为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{\text{tar}} - \bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}} &= \left[\mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}}) \right]^{-1} \\ &\quad \cdot \mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}})) \end{aligned} \quad (31)$$

式(31)中 $\mathbf{u} - \mathbf{g}(\theta^0)$ 展开可得

$$\begin{aligned} u_m - g_m(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}}) \\ = n_m + \left(\frac{(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0)}{\|\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\|} - \frac{(\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0)}{\|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0\|} \right) \Delta \mathbf{S}_r \end{aligned} \quad (32)$$

将上述方程写成矩阵形式

$$\mathbf{u} - \mathbf{g}(\theta^0) = \mathbf{n} - \mathbf{P} \Delta \mathbf{S}_r \quad (33)$$

且 $\mathbf{P} = [\mathbf{P}_1 \ \mathbf{P}_2 \ \dots \ \mathbf{P}_M]^T$, $\mathbf{P}_m = \frac{(\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0)}{\|\mathbf{S}_t^m - \mathbf{S}_r^0\|} - \frac{(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0)}{\|\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}} - \mathbf{S}_r^0\|}$

联立式(30)、式(31)和式(33), 得到未考虑观测站位置误差下目标定位MSE为

$$\begin{aligned} \text{cov}(\mathbf{S}^{\text{tar}}) &= \left[\mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}}) \right]^{-1} \\ &\quad + \left[\mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}}) \right]^{-1} \\ &\quad \cdot \mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{P} \\ &\quad \cdot \mathbf{Q}_s \mathbf{P}^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}}) \\ &\quad \cdot \left[\mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}})^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1(\bar{\mathbf{S}}^{\text{tar}}) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (34)$$

式(34)第1项与式(26)第1项相等, 式(34)第2项为观测站位置不确定性产生的额外误差。

4.3 考虑观测站位置误差下目标定位MSE

建立所提算法目标位置估计MSE, 将其与CRLB进行比较分析。对 \mathbf{X}_2 取微分, 可得

$$\Delta \mathbf{S}^{\text{tar}} = \mathbf{B}_3^{-1} \Delta \mathbf{X}_2 \quad (35)$$

其中 $\mathbf{B}_3 = 2 \begin{bmatrix} (\widehat{\mathbf{X}}_1(1) - x_0) & 0 & 0 \\ 0 & (\widehat{\mathbf{X}}_1(2) - y_0) & 0 \\ 0 & 0 & (\widehat{\mathbf{X}}_1(3) - z_0) \end{bmatrix}$ 。

作1阶小扰动分析, 得到目标估计误差下界

$$\text{cov}(\mathbf{S}^{\text{tar}}) = \mathbf{B}_3^{-1} \text{cov}(\mathbf{X}_2) (\mathbf{B}_3^{-1})^T \quad (36)$$

将 $\text{cov}(\mathbf{X}_1)$, $\text{cov}(\mathbf{X}_2)$ 和 \mathbf{W}_2 代入式(36), 可得

$$\begin{aligned} \text{cov}(\mathbf{S}^{\text{tar}})^{-1} &= \mathbf{B}_3^T \text{cov}(\mathbf{X}_2)^{-1} \mathbf{B}_3 \\ &= \mathbf{B}_3^T \mathbf{H}_2^T (\mathbf{A}_2^{-1})^T (\mathbf{H}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{H}_1) \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{H}_2 \mathbf{B}_3 \end{aligned} \quad (37)$$

根据矩阵求逆公式, \mathbf{W}_1 可以表示为

$$\begin{aligned}
W_1 &= (\mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_n \mathbf{A}_1^T + \mathbf{B}_1 \mathbf{Q}_s \mathbf{B}_1^T)^{-1} \\
&= (\mathbf{A}_1 \mathbf{Q}_n \mathbf{A}_1^T)^{-1} - (\mathbf{A}_1^{-1})^T \mathbf{Q}_n^{-1} \\
&\quad \cdot \mathbf{H}_4 (\mathbf{Q}_s^{-1} + \mathbf{H}_4^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{H}_4)^{-1} \mathbf{H}_4^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{A}_1^{-1}
\end{aligned} \quad (38)$$

其中, $\mathbf{H}_4 = \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{B}_1$ 。

将式(38)式代入式(37)中可得

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\mathbf{S}^{\text{tar}})^{-1} &= (\mathbf{H}_3^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{H}_3) - \mathbf{H}_3^T \mathbf{Q}_n^{-1} \\
&\quad \cdot \mathbf{H}_4 (\mathbf{Q}_s^{-1} + \mathbf{H}_4^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{H}_4)^{-1} \\
&\quad \cdot \mathbf{H}_4^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{H}_3
\end{aligned} \quad (39)$$

其中, $\mathbf{H}_3 = \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{H}_1 \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{H}_2 \mathbf{B}_3$ 。

根据矩阵求逆公式, 式(26)中CRLB的逆为

$$\begin{aligned}
\text{CRLB}(\theta)^{-1} &= (\mathbf{G}_1^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1) - \mathbf{G}_1^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_2 (\mathbf{Q}_s^{-1} \\
&\quad + \mathbf{G}_2^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{G}_1
\end{aligned} \quad (40)$$

对比式(39)和式(40)可知: 当观测站位置噪声适中 $\mathbf{H}_3 = \mathbf{G}_1$ 且 $\mathbf{H}_4 = \mathbf{G}_2$, 本文算法的理论误差MSE可以达到CRLB。

5 仿真实验

本节通过仿真测试评估所提算法的定位性能, 仿真场景设置如下: 3维场景中, 有6个外辐射源, 1个观测站, 1个固定目标。观测站的位置为原点; 外辐射源的位置为[300, 100, 150; 400, 50, 100; 300, 500, 200; 350, 200, 100; -100, -100, -100; 200, -300, -200] m。根据目标距离外辐射源雷达的远近分为近场目标和远场目标。研究算法对近场目标和远场目标的定位性能。设近场目标位置为[600, 650, 600] m, 远场目标位置为[2000, 2500, 3000] m。

观测站位置误差设置服从零均值的高斯分布, 协方差矩阵为 $\mathbf{Q}_s = \sigma_s^2 \mathbf{I}$ 。BRD量测误差服从零均值的高斯分布, 方差取决于信噪比(SNR)。BRD量测标准差与外辐射源和目标距离 r_m 相关, 取 $\sigma_n^m = 10^{-8} R r_m$ ($m = 1, 2, \dots, M$)^[13,14], 令BRD量测方差矩阵为 $\mathbf{Q}_n = \sigma_n^2 \mathbf{J}$ 。对近场目标, \mathbf{J} 对角线上各元素分别为 $\mathbf{J}(m, m) = (r_m / \min\{r_m\})^2$; 对远场目标, 外辐射源与目标的距离相近, \mathbf{J} 对角线元素为1, 其余为0.5^[10,19]。在不同的测量误差条件下, 利用算法进行蒙特卡洛仿真定位实验, 蒙特卡洛次数设置为1000。

仿真1 考虑/未考虑观测站误差下定位CRLB

首先, 令观测站位置量测误差为 $\sigma_s^2 = 0.01 \text{ m}^2$, 给出不同BRD量测误差下近场目标和远场目标位置估计CRLB如图2所示。由图2可知, 目标位置估计CRLB随着BRD量测方差的增加而增大。当 σ_n^2 小于 0.001 m^2 (近场目标) 或 0.01 m^2 (远场目标), 未考

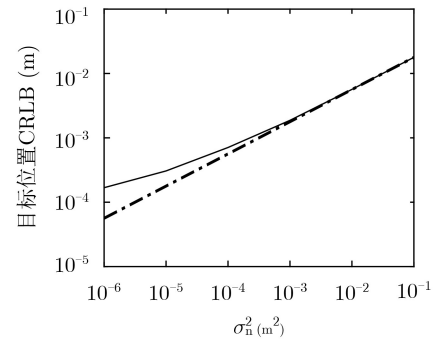
虑观测站位置误差下CRLB偏离考虑观测站位置误差下CRLB; 随着BRD量测误差增加, 两者CRLB接近。对比图2(a)和图2(b), 相同仿真条件下, 远场目标比近场目标的位置估计CRLB大。

其次, 令BRD量测误差为 $\sigma_n^2 = 0.01 \text{ m}^2$, 给出不同观测站位置误差下近场目标和远场目标位置估计CRLB如图3所示。由图3可知, 当存在观测站位置误差时, 忽略观测站位置误差下目标位置估计CRLB严重偏离考虑观测站位置误差下目标位置估计CRLB, 因此算法设计时不能忽略观测位置误差。类似, 对比图3(a)和图3(b), 相同仿真条件下, 远场目标比近场目标的位置估计CRLB大。

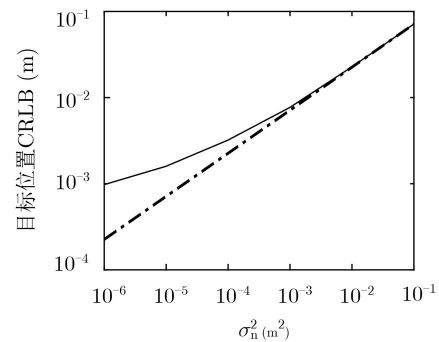
仿真2 外辐射源个数对目标定位性能影响

分析外辐射源个数 M ($M \geq 4$) 对目标定位性能, 在不同的量测误差和观测站位置误差条件下, 进行定位仿真。给出不同外辐射源个数下近场目标和远场目标位置估计CRLB如图4和图5所示。

由图4和图5可知, 目标位置估计CRLB随外辐射源个数增加而降低。相同仿真参数下, 远场目标比近场目标定位估计误差大。由图4(b)和图5(b)可知, 当观测站位置量测方差大于 0.1 m^2 时, 不同外辐射源个数对目标定位的影响差异显著增加, 适当增加外辐射源个数可提高目标定位精度。



(a) 近场目标



(b) 远场目标

—— 考虑观测站位置误差
- - - 不考虑观测站位置误差

图2 不同BRD量测误差下目标定位CRLB

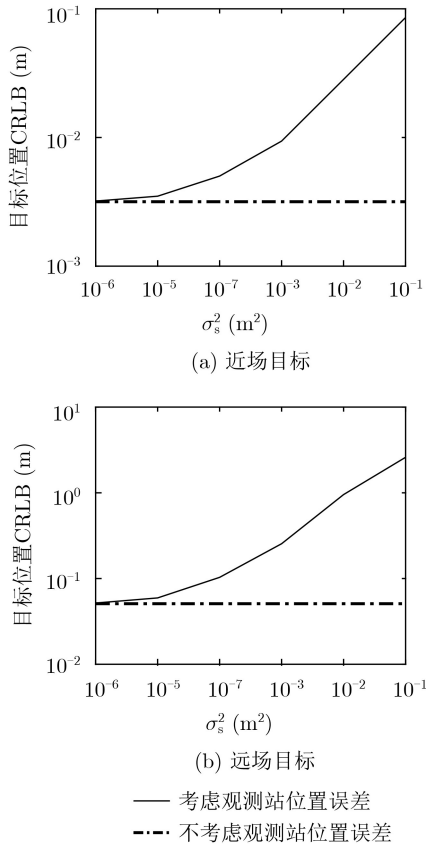


图3 不同观测站位置误差下目标定位CRLB

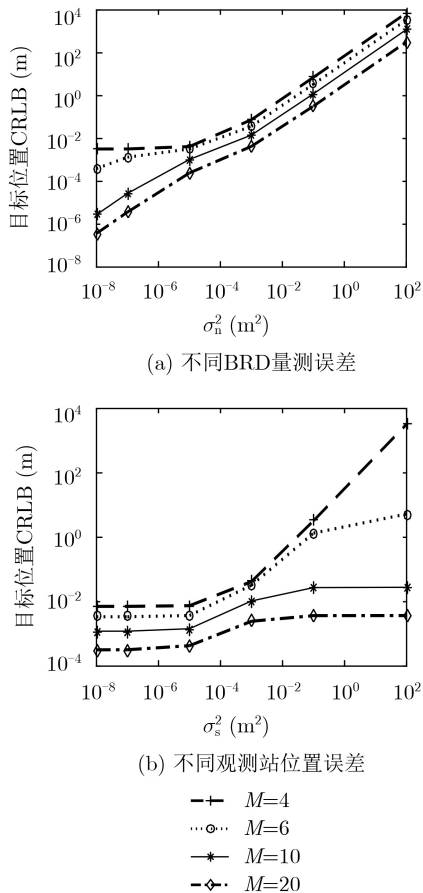


图4 不同外辐射源个数M下近场目标定位CRLB

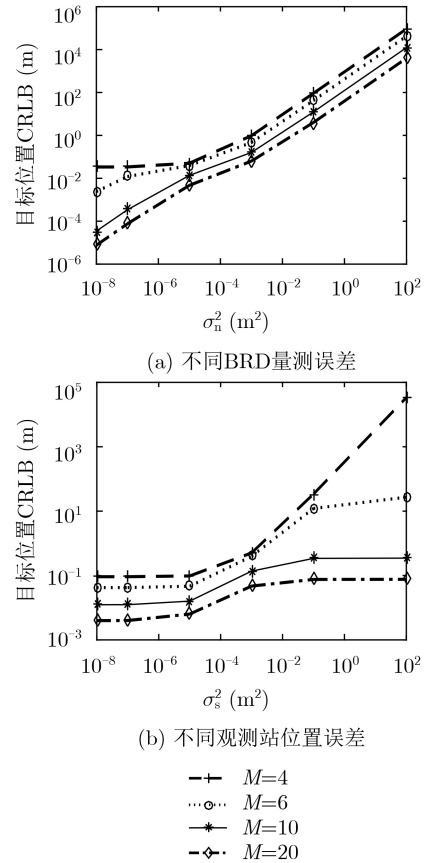


图5 不同外辐射源个数M下远场目标定位CRLB

仿真3 算法对近场和远场目标的定位性能比较
 为了测试本文所提改进TS-WLS算法的定位性能，将本文算法与一步加权最小二乘(WLS)算法以及CRLB进行比较。在不同的测量误差条件下分别对近场目标和远场目标进行仿真测试。

首先，令观测站位置量测误差为 $\sigma_s^2=0.01 \text{ m}^2$ ，给出不同BRD量测误差下近场目标和远场目标位置估计RMSE如图6所示。由图6可知，本文所提算法定位精度高，其估计RMSE达到CRLB。随着BRD量测误差增大，目标估计RMSE增加，而WLS算法只能在BRD量测误差较小时(σ_n^2 小于 0.01 m^2)时才能达到CRLB，这是由于WLS算法忽略辅助变量与目标位置之间的关联造成一定的估计误差。与近场目标相比，相同的BRD测量误差条件下，算法对远场目标的定位误差更大。

其次，令BRD量测误差为 $\sigma_n^2=0.01 \text{ m}^2$ ，图7给出不同观测站位置量测误差下近场目标和远场目标位置估计RMSE。由图7可知，本文所提TS-WLS算法性能优于WLS算法。随着观测站位置量测误差增大，目标位置RMSE也随之增加。当观测站位置量测噪声适中时，本文所提TS-WLS算法目标位置估计RMSE可达到CRLB。当观测站位置量测方差 σ_s^2 大于 10 m^2 时，TS-WLS算法定位误差偏离

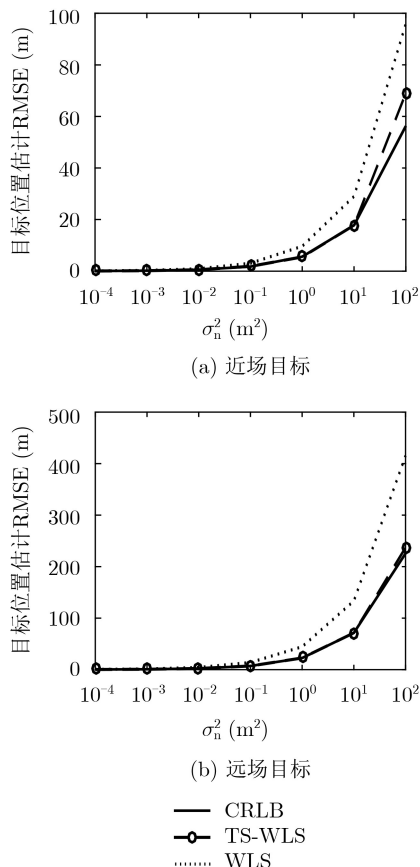


图6 不同BRD量测误差下定位算法估计性能

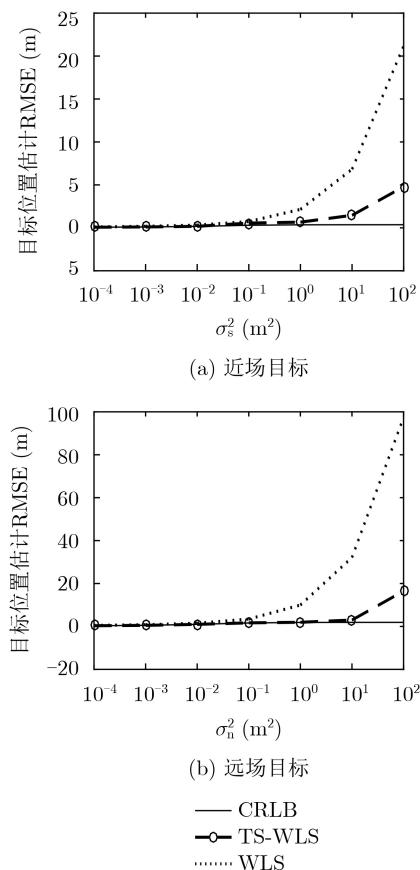


图7 不同观测站位置误差下定位算法估计性能

CRLB；而当观测站位置量测方差 σ_s^2 小于 0.1m^2 时，WLS算法定位RMSE偏离CRLB。与近场目标相比，相同的观测站位置量测误差条件下，算法对远场目标的定位误差更大。

最后，比较所提TS-TWLS算法和WLS算法的计算复杂度。本文所提TS-TWLS算法计算复杂度为 $O\{N(8P(MP)^2 + 32P^2(MP) + 64P^3 + 4P(MP)) + 6P(4P)^2 + 18P^2(4P) + 3P^3 + 3P(4P)\}$ ，WLS算法为 $O\{N(8P(MP)^2 + 32P^2(MP) + 64P^3 + 4P(MP))\}$ ，其中 N 为计算加权矩阵的迭代次数，本文仿真设置为 $N = 2$ 。与WLS算法相比，TS-TWLS算法运算量略有增加，但定位性能则有显著提高。

6 结束语

本文研究了观测站位置误差下机载外辐射源雷达BRD定位问题。借鉴目标辐射源定位中多步加权最小二乘思想，将观测站位置量测噪声统计特性融入到定位算法，提出了一种改进的TS-WLS算法。理论分析和仿真结果表明：

(1) 改进的TS-WLS算法将观测站位置误差统计特性融入定位算法中，解决观测站位置误差下外辐射源雷达定位问题，提高算法对扰动的鲁棒性。

(2) 改进的TS-WLS算法无需初始值，获得闭式解析解，避免了迭代类算法的局部收敛问题，具有较好的稳健性。

(3) 改进的TS-WLS算法，在BRD测量噪声和观测站位置量测噪声适中情况下，算法定位精度能达到CRLB。

本文算法针对的是观测站位置误差下单站多外辐射源定位场景，观测站位置误差下多站多外辐射源定位问题、观测站位置和速度误差下多基外辐射源定位是进一步需要研究的问题。

参考文献

[1] LIU Jun, LI Hongbin, and HIMED B. On the performance of the cross-correlation detector for passive radar applications[J]. *Signal Processing*, 2015, 113: 32-37. doi: [10.1016/j.sigpro.2015.01.006](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.01.006).

[2] INGGS M, TONG C, NADJIANGAR R, et al. Planning and design phases of a commensal radar system in the FM broadcast band[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2014, 29(7): 50-63. doi: [10.1109/MAES.2014.130165](https://doi.org/10.1109/MAES.2014.130165).

[3] CHOI S, CROUSE D, WILLETT P, et al. Multistatic target tracking for passive radar in a DAB/DVB network: Initiation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and*

- Electronic Systems*, 2015, 51(3): 2460–2469. doi: [10.1109/TAES.2015.130270](https://doi.org/10.1109/TAES.2015.130270).
- [4] GASSIER G, CHABRIEL G, BARRÈRE J, *et al.* A unifying approach for disturbance cancellation and target detection in passive radar using OFDM[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(22): 5959–5971. doi: [10.1109/TSP.2016.2600511](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2600511).
- [5] 王鼎, 魏帅. 基于外辐射源的约束总体最小二乘定位算法及其理论性能分析[J]. *中国科学: 信息科学*, 2015, 45(11): 1466–1489. doi: [10.1360/N112014-00397](https://doi.org/10.1360/N112014-00397).
WANG Ding and WEI Shuai. The constrained-total-least-squares localization algorithm and performance analysis based on an external illuminator[J]. *Scientia Sinica Informationis*, 2015, 45(11): 1466–1489. doi: [10.1360/N112014-00397](https://doi.org/10.1360/N112014-00397).
- [6] MALANOWSKI M and KULPA K. Two methods for target localization in multistatic passive radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 572–580. doi: [10.1109/TAES.2012.6129656](https://doi.org/10.1109/TAES.2012.6129656).
- [7] NOROOZI A and SEBT M A. Target localization in multistatic passive radar using SVD approach for eliminating the nuisance parameters[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(4): 1660–1671. doi: [10.1109/TAES.2017.2669558](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2669558).
- [8] CHAN Y T and HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(8): 1905–1915. doi: [10.1109/78.301830](https://doi.org/10.1109/78.301830).
- [9] WANG Yue and HO K C. TDOA source localization in the presence of synchronization clock bias and sensor position errors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(18): 4532–4544. doi: [10.1109/TSP.2013.2271750](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2271750).
- [10] 曲付勇, 孟祥伟. 基于约束总体最小二乘方法的到达时差到达频差无源定位算法[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(5): 1075–1081. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01019](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01019).
QU Fuyong and MENG Xiangwei. Source localization using TDOA and FDOA measurements based on constrained total least squares algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(5): 1075–1081. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.01019](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.01019).
- [11] GODRICH H, HAIMOVICH A M, and BLUM R S. Target localization accuracy gain in MIMO radar-based systems[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(6): 2783–2803. doi: [10.1109/tit.2010.2046246](https://doi.org/10.1109/tit.2010.2046246).
- [12] ALAM M and JAMIL K. Maximum likelihood (ML) based localization algorithm for multi-static passive radar using range-only measurements[C]. 2015 IEEE Radar Conference, Johannesburg, South Africa, 2015: 180–184. doi: [10.1109/RadarConf.2015.7411876](https://doi.org/10.1109/RadarConf.2015.7411876).
- [13] NOROOZI A and SEBT M A. Target localization from bistatic range measurements in multi-transmitter multi-receiver passive radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(12): 2445–2449. doi: [10.1109/LSP.2015.2491961](https://doi.org/10.1109/LSP.2015.2491961).
- [14] NOROOZI A and SEBT M A. Weighted least squares target location estimation in multi-transmitter multi-receiver passive radar using bistatic range measurements[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2016, 10(6): 1088–1097. doi: [10.1049/iet-rsn.2015.0446](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2015.0446).
- [15] AMIRI R, BEHNIA F, and ZAMANI H. Asymptotically efficient target localization from bistatic range measurements in distributed MIMO radars[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(3): 299–303. doi: [10.1109/LSP.2017.2660545](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2660545).
- [16] AMIRI R and BEHNIA F. An efficient weighted least squares estimator for elliptic localization in distributed MIMO radars[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(6): 902–906. doi: [10.1109/LSP.2017.2697500](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2697500).
- [17] NOROOZI A, OVEIS A H, and SEBT M A. Iterative target localization in distributed MIMO radar from bistatic range measurements[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(11): 1709–1713. doi: [10.1109/LSP.2017.2747479](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2747479).
- [18] AMIRI R, BEHNIA F, and SADR M A M. Exact solution for elliptic localization in distributed MIMO radar systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(2): 1075–1086. doi: [10.1109/TVT.2017.2762631](https://doi.org/10.1109/TVT.2017.2762631).
- [19] 赵勇胜, 赵拥军, 赵闯, 等. 一种新的分布式MIMO雷达系统运动目标定位代数解算法[J]. *电子与信息学报*, 2018, 40(3): 548–556. doi: [10.11999/JEIT170510](https://doi.org/10.11999/JEIT170510).
ZHAO Yongsheng, ZHAO Yongjun, ZHAO Chuang, *et al.* New algebraic algorithm for moving target localization in distributed MIMO radar systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(3): 548–556. doi: [10.11999/JEIT170510](https://doi.org/10.11999/JEIT170510).
- [20] ZHAO Yongsheng, ZHAO Yongjun, and ZHAO Chuang. A novel algebraic solution for moving target localization in multi-transmitter multi-receiver passive radar[J]. *Signal Processing*, 2018, 143: 303–310. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.09.014](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.09.014).
- 左 燕: 女, 1980年生, 博士, 副教授, 研究方向为无源定位、智能信息处理和信息融合。
周夏磊: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为无源定位。
蒋陶然: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为无源定位。