自适应时频同步压缩算法研究

李 林* 王 林 韩红霞 姬红兵 江 莉
(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

摘 要：提高时频分辨率对多分量非平稳信号的分析与重建具有至关重要的作用。传统的时频分析方法由于窗口固定，分析频率变化较快的信号时存在时频聚集性不高的问题，无法自适应分辨多分量信号。该文针对频率快速变化信号，利用信号的局部信息特征，提出一种自适应的时频同步压缩变换算法。该方法有效提升了已有同步压缩变换时频分辨率，特别适用于频率接近且快速变换的多分量信号。同时，利用可分性条件，该文提出利用局部瑞利熵值对自适应窗口参数进行估计。最后，通过对合成信号和实测信号分析，证明了所提方法的可行性，对分析和重建复杂非平稳信号具有重要意义。

关键词：信号处理；多分量信号；时频分析；同步压缩；自适应窗口

中图分类号：TN911.7 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2020)02-0438-07

DOI: 10.11999/JEIT190146

Research on the Adaptive Synchrosqueezing Algorithm

LI Lin WANG Lin HAN Hongxia JI Hongbing JIANG Li
(*School of Electronic Engineering*, *Xidian University*, *Xi'an* 710071, *China*)

Abstract: The improvement of time-frequency resolution plays a crucial role in the analysis and reconstruction of multi-component non-stationary signals. For traditional time-frequency analysis methods with fixed window, the time-frequency concentration is low and hardly to distinguish the multi-component signals with fast-varying frequencies. In this paper, by adopting the local information of the signal, an adaptive synchrosqueezing transform is proposed for the signals with fast-varying frequencies. The proposed method is with high time-frequency resolution, superior to existing synchrosqueezing methods, and particularly suitable for multi-component signals with close and fast-varying frequencies. Meanwhile, by using the separability condition, the adaptive window parameters are estimated by local Rényi entropy. Finally, experiments on synthetic and real signals demonstrate the correctness of the proposed method, which is suitable to analyze and recover complex non-stationary signals.

Key words: Signal processing; Multi-component signal; Time-frequency analysis; SynchroSqueezing Transform (SST); Adaptive window

1 引言

自然界存在着各种各样的信号，比如机械振动信号、语言信号、地震信号等，这些都是典型的非平稳信号。作为传统信号处理领域最常用的分析方法，傅里叶变换(Fourier Transform, FT)由于忽略信号的局部时间信息，无法满足对非平稳信号的分析[1]。因此，时频分析方法[2,3]应运而生，为非平稳信号分析提供了有力的支撑工具。目前，时频分析方法已有很多，如短时傅里叶变换(Short-Time Fourier Transform, STFT)、魏格纳-威利分布(Wigner-Ville Distribution, WVD)、连续小波变换(Continuous Wavelet Transform, CWT)等已被普遍使用。STFT受不确定性原理限制，时频聚集性差；WVD可以获得高的时频分辨率，但在分析多分量信号时存在交叉项；CWT虽实现了多分辨分析，但时频聚集性依然不足，不能直观反映信号频率随时间的变化关系。2011年，Daubechies等人[4]提出了同步压缩小波变换(SynchroSqueezing Transform, SST)。SST是一种类似于经验模式分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)[5]和时频重排(Reassignment Method, RM)[6]的新方法，在CWT的基础上，对变换后的小波系数重新分配。这样既提高了时频图的能量聚集性，又保留了信号可重建的特性。同样，基于STFT的同步压缩(STFT-based

收稿日期：2019-03-13；改回日期：2019-05-27；网络出版：2019-08-23
*通信作者： 李林 lilin@xidian.edu.cn
基金项目：国家自然基金项目(61803294)
Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61803294)

SST, FSST)[7]也可以提高时频聚集性。文献[8,9]提出了2阶甚至更高阶的FSST。现在，SST已在医学检测、地质气候分析、油气检测、地震信号提取方面得到广泛应用[10–12]。

SST和FSST在分析频率接近的多分量非平稳信号时，很难确定一个固定窗口参数使得信号的各个分量分离。针对这一问题，本文根据信号可分性条件，提出一种自适应FSST算法。针对频率快速变化信号，重点研究了自适应2阶FSST，并给出了详细的理论推导。同时，基于信号局部特征，提出利用局部瑞利熵得到自适应窗口参数的方法，实现基于数据驱动的参数估计。最后，仿真信号和实测信号实验结果证明该方法的有效性和优越性。

2 时频同步压缩理论

为方便对多分量非平稳信号$x(t)$进行分析，可以将其看作多个分量信号的线性组合，各分量信号具有时变的幅度与固定或时变的频率，信号模型为[13]

$$x(t)=\sum_{k=1}^{K}x_k(t)=\sum_{k=1}^{K}A_k(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\phi_k(t)} \tag{1}$$

其中，$A_k(t)>0$是幅度函数，$\phi_k(t)>0$是相位函数，K表示分量个数。

对于信号$x(t)$,STFT可表示为

$$V_x(t,\xi)=\int_{-\infty}^{+\infty}[x(\tau+t)g(\tau)]\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi\xi\tau}\mathrm{d}\tau \tag{2}$$

其中，$g(t)$为窗函数。同时，STFT又可以表示为

$$V_x(t,\xi)=\int_{-\infty}^{+\infty}[X(\eta)G(\xi-\eta)]\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\eta t}\mathrm{d}\eta \tag{3}$$

其中，$X(\eta)$是$x(t)$的傅里叶变换，$G(\eta)$是$g(t)$的傅里叶变换。

由于STFT的时频图能量聚集性差，将SST应用于STFT，即FSST，可以达到增强时频聚集性的效果。FSST利用时频平面各点瞬时频率的估计值来锐化STFT表示，瞬时频率估计公式为

$$\omega_x(t,\xi)=\mathrm{Re}\left[\frac{\partial_t V_x(t,\xi)}{2\pi\mathrm{i}V_x(t,\xi)}\right] \tag{4}$$

其中，Re[·]表示取实部。

在时频域，FSST将STFT系数$V_x(t,\xi)$按照映射关系$(t,\xi)\rightarrow(t,\omega_x(t,\xi))$对频率方向的系数进行重新分配，即

$$R_x(t,\omega)=\int_{\{\xi:V_x(t,\xi)\neq 0\}}V_x(t,\xi)\delta\left(\omega_x(t,\xi)-\omega\right)\mathrm{d}\xi \tag{5}$$

例如，给定一个固定时刻t_1，如果$\omega_x(t_1,\xi_1)=\omega_x(t_1,\xi_2)=\omega_x(t_1,\xi_3)=a$，则

$$R_x(t_1,a)=V_x(t_1,\xi_1)+V_x(t_1,\xi_2)+V_x(t_1,\xi_3) \tag{6}$$

由于只是对STFT系数在频率方向上重新分配，因此可以从FSST中还原信号，即

$$x(t)=\frac{1}{g(0)}\int_{|\omega-\omega_x(t,\xi)|<d}R_x(t,\omega)\mathrm{d}\omega \tag{7}$$

其中，$d>0$是预先设置的门限。

3 自适应同步压缩算法

当多分量信号的各分量很接近时，很难确定一个固定窗口参数使得全局的FSST时频效果很好。针对这一问题，基于信号可分性条件，本文提出一种时变参数下的自适应FSST算法。为了适应瞬时频率变化较快的信号，重点研究了自适应2阶FSST，并给出了时变参数的估计方法。

3.1 自适应FSST

由不确定性原理[2]可知，对任意信号，若能量有限，那么有以下关系

$$\varDelta_{\mathrm{t}}\varDelta_{\mathrm{f}}\geq 0.5 \tag{8}$$

其中，$\varDelta_{\mathrm{t}}$表示时间分辨率，$\varDelta_{\mathrm{f}}$表示频率分辨率。由式(8)可知，信号不可能同时具有任意窄的时宽和任意窄的带宽，因此用两者的乘积作为衡量窗函数性能的标准。当窗函数为高斯函数时，乘积最小，故本文采用高斯窗函数来进行实验和分析。

已知标准高斯函数$g(t)=\left(1/\sqrt{2\pi}\right)\mathrm{e}^{-t^2/2}$，定义一般的高斯窗函数$g_\sigma(t)=\dfrac{1}{\sigma}g\left(\dfrac{t}{\sigma}\right)$,$\sigma>0$。假设$g(t)$的窗宽为$\varDelta$，则$g_\sigma(t)$的窗宽为$\varDelta_{g_\sigma}=\sigma\varDelta$。

对于信号$x(t)$，其自适应STFT定义为

$$V_x\left(t,\xi,\sigma(t)\right)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[x(\tau+t)g_{\sigma(t)}(\tau)\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi\xi\tau}\mathrm{d}\tau \tag{9}$$

其中，$\sigma(t)$是t的函数。与固定窗口参数下的FSST相同，为了锐化自适应STFT的结果，需要估计每个(t,ξ)点的瞬时频率。

对于单频信号$s(t)=A\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi \mathrm{c}t}$, c为常数，其自适应STFT为

$$\begin{aligned}V_s\left(t,\xi,\sigma(t)\right)&=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[s(\tau+t)g_{\sigma(t)}(\tau)\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi\xi\tau}\mathrm{d}\tau\\&=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[A\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi \mathrm{c}(\tau+t)}\frac{1}{\sigma(t)}g\left(\frac{\tau}{\sigma(t)}\right)\right]\\&\quad\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi\xi\tau}\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{10}$$

分别在式(10)两端对t求导，得

$$\begin{aligned}\partial_t V_s\left(t,\xi,\sigma(t)\right)=&\mathrm{i}2\pi \mathrm{c}V_s\left(t,\xi,\sigma(t)\right)\\&-\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}V_s\left(t,\xi,\sigma(t)\right)\\&-\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}V_s^{g_2}\left(t,\xi,\sigma(t)\right)\end{aligned} \tag{11}$$

其中，$V_s^{g_2}$表示在$g_2=\left(\tau/\sigma^2(t)\right)g'\left(\tau/\sigma(t)\right)$下的自适应STFT。

当$V_s(t,\xi,\sigma(t))\neq 0$时，可得

$$\frac{\partial_t V_s(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi \mathrm{i} V_s(t,\xi,\sigma(t))}=\mathrm{c}-\frac{\sigma'(t)}{2\pi\mathrm{i}\sigma(t)}-\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}\frac{V_s^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))} \tag{12}$$

因此，信号$s(t)$的瞬时频率可以通过式(13)得到

$$\mathrm{c}=\mathrm{Re}\left[\frac{\partial_t V_s(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right]+\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}\mathrm{Re}\left[\frac{V_s^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right] \tag{13}$$

同理，对于一般信号$x(t)$，可用式(13)估计信号自适应瞬时频率函数$\omega_x^{(1)}(t,\xi,\sigma(t))$

$$\omega_x^{(1)}(t,\xi,\sigma(t))=\mathrm{Re}\left[\frac{\partial_t V_x(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_x(t,\xi,\sigma(t))}\right]+\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}\mathrm{Re}\left[\frac{V_x^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_x(t,\xi,\sigma(t))}\right],\quad V_x(t,\xi,\sigma(t))\neq 0 \tag{14}$$

则信号$x(t)$的自适应FSST定义为

$$T_x^{(1)}(t,\omega,\sigma(t))=\int_{\{\xi:V_x(t,\xi,\sigma(t))\neq 0\}}V_x(t,\xi,\sigma(t))\cdot\delta\left(\omega_x^{(1)}(t,\xi,\sigma(t))-\omega\right)\mathrm{d}\xi \tag{15}$$

同理如式(7)，信号也可以从其自适应FSST中重建。重建公式为

$$x(t)=\frac{\sigma(t)}{g(0)}\int_{\left|\omega-\omega_x^{(1)}(t,\xi,\sigma(t))\right|<d}T_x^{(1)}(t,\omega,\sigma(t))\,\mathrm{d}\omega \tag{16}$$

其中，$d>0$是预先设置的门限。

3.2 自适应2阶FSST

在分析频率快速变化的信号时，为了进一步提高时频聚集性，本文给出时变参数下2阶瞬时频率估计表达式，利用自适应2阶瞬时频率在频率轴上对自适应STFT进行压缩。

对于线性调频信号$s(t)=A\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\phi(t)}$，其中$\phi(t)=\mathrm{a}+\mathrm{b}t+0.5\mathrm{c}t^2$,a, b, c均为常数，则信号的瞬时频率为$\phi'(t)=\mathrm{b}+\mathrm{c}t$，调频斜率为$\phi''(t)=\mathrm{c}$。信号自适应STFT为

$$V_s(t,\xi,\sigma(t))=\int_{-\infty}^{+\infty}\left[A\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi\left[\mathrm{a}+\mathrm{b}(\tau+t)+0.5\mathrm{c}(\tau+t)^2\right]}\cdot\frac{1}{\sigma(t)}g\left(\frac{\tau}{\sigma(t)}\right)\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi\xi\tau}\mathrm{d}\tau \tag{17}$$

分别在式(17)两端对t求导，得

$$\begin{aligned}\partial_t V_s(t,\xi,\sigma(t))&=\mathrm{i}2\pi(\mathrm{b}+\mathrm{c}t)V_s(t,\xi,\sigma(t))+\mathrm{i}2\pi\mathrm{c}V_s^{g_1}(t,\xi,\sigma(t))-\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}V_s(t,\xi,\sigma(t))\\&\quad-\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}V_s^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))\end{aligned} \tag{18}$$

其中，$V_s^{g_1}$表示在$g_1=(\tau/\sigma(t))\,g(\tau/\sigma(t))$下的自适应STFT。

当$V_s(t,\xi,\sigma(t))\neq 0$时，则有

$$\frac{\partial_t V_s(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))}=\mathrm{b}+\mathrm{c}t+\frac{\mathrm{c}V_s^{g_1}(t,\xi,\sigma(t))}{V_s(t,\xi,\sigma(t))}-\frac{\sigma'(t)}{2\pi\mathrm{i}\sigma(t)}-\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}\frac{V_s^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))} \tag{19}$$

其中，可得信号瞬时频率$\phi'(t)=\mathrm{b}+\mathrm{c}t$的加和项。同理，分别在式(19)两端对$\xi$求导，可得信号调频斜率$\phi''(t)=\mathrm{c}$的计算公式。考虑到a, b, c均为常数，则$s(t)$的瞬时频率估计公式为

$$\begin{aligned}\phi'(t)=\mathrm{b}+\mathrm{c}t=&\mathrm{Re}\left[\frac{\partial_t V_s(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right]+\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}\mathrm{Re}\left[\frac{V_s^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right]\\&-\mathrm{Re}\left[\frac{P_s(t,\xi,\sigma(t))V_s^{g_1}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right]\end{aligned} \tag{20}$$

其中$V_s(t,\xi,\sigma(t))\neq 0$, $\partial_\xi\left(V_s^{g_1}(t,\xi,\sigma(t))/V_s(t,\xi,\sigma(t))\right)\neq 0$，且

$$P_s(t,\xi,\sigma(t))=\frac{1}{\partial_\xi\left(\dfrac{V_s^{g_1}(t,\xi,\sigma(t))}{V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right)}\cdot\left[\partial_\xi\left(\frac{\partial_t V_s(t,\xi,\sigma(t))}{V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right)+\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}\partial_\xi\left(\frac{V_s^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))}{V_s(t,\xi,\sigma(t))}\right)\right] \tag{21}$$

对于一般信号$x(t)$，将其局部采用LFM信号近似，可得自适应2阶瞬时频率函数$\omega_x^{(2)}(t,\xi,\sigma(t))$为

$$\begin{aligned}\omega_x^{(2)}(t,\xi,\sigma(t))=&\mathrm{Re}\left[\frac{\partial_t V_x(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_x(t,\xi,\sigma(t))}\right]+\frac{\sigma'(t)}{\sigma(t)}\mathrm{Re}\left[\frac{V_x^{g_2}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_x(t,\xi,\sigma(t))}\right]\\&-\mathrm{Re}\left[\frac{P_x(t,\xi,\sigma(t))V_x^{g_1}(t,\xi,\sigma(t))}{2\pi\mathrm{i}V_x(t,\xi,\sigma(t))}\right]\end{aligned} \tag{22}$$

其中，$P_x(t,\xi,\sigma(t))$与式(21)类似。因此，信号$x(t)$的自适应2阶FSST定义为

$$T_x^{(2)}(t,\omega,\sigma(t))=\int_{\{\xi:V_x(t,\xi,\sigma(t))\neq 0\}}V_x(t,\xi,\sigma(t))\cdot\delta\left(\omega_x^{(2)}(t,\xi,\sigma(t))-\omega\right)\mathrm{d}\xi \tag{23}$$

同理，信号$x(t)$的还原公式为

$$x(t)=\frac{\sigma(t)}{g(0)}\int_{\left|\omega-\omega_x^{(2)}(t,\xi,\sigma(t))\right|<d}T_x^{(2)}(t,\omega,\sigma(t))\,\mathrm{d}\omega \tag{24}$$

需要注意的是，对式(1)中的多分量信号，可

由式(22)估计每个分量的瞬时频率，再采用式(24)对每一个分量进行还原。利用自适应方法可以有效提高时频聚集性，并恢复出更精确的信号分量。

3.3 时变参数估计

3.1节和3.2节分别提出了时变参数下自适应FSST、自适应2阶FSST的基础理论，在缺乏信号先验知识的情况下如何获得时变参数是一个问题。这里提出一种基于瑞利熵的时变参数估计算法，通过比较局部瑞利熵值大小来筛选局部参数。

瑞利熵最早由Stankovic[14]提出，用于评价时频聚集性。本文采用一种局部瑞利熵的评价方法。对于信号$x(t)$，设时频分布函数为$\mathrm{TFR}_x(t,\xi)$，在固定时刻t_1的u邻域(t_1-u,t_1+u)内，其对应的α阶局部瑞利熵为

$$R_{\alpha,u}(t_1)=\frac{1}{1-\alpha}\log_2\frac{\displaystyle\int_0^{+\infty}\int_{t_1-u}^{t_1+u}|\mathrm{TFR}_x(t,\xi)|^{2\alpha}\mathrm{d}t\mathrm{d}\xi}{\left(\displaystyle\int_0^{+\infty}\int_{t_1-u}^{t_1+u}|\mathrm{TFR}_x(t,\xi)|^{2}\mathrm{d}t\mathrm{d}\xi\right)^{\alpha}},\quad \alpha>2 \tag{25}$$

其中，α和u为局部参数。瑞利熵值越小，时频分布的聚集程度就越高。在每个固定时刻，窗口参数σ在区间$(0,1)$内连续取值，可得集合$\{\sigma_j,j=1,2,\cdots,N_\sigma\}$,$N_\sigma$表示区间内$\sigma$的个数。通过对比各$\sigma_j$下局部瑞利熵来估计每个时刻的最优$\sigma$参数，具体步骤为：

步骤 1　给定一个固定时刻t_1，根据式(25)，在t_1的u邻域内求所有σ_j下的局部瑞利熵，得到熵值集合$\{R_{\alpha,u}(t_1,\sigma_j),j=1,2,\cdots,N_\sigma\}$；

步骤 2　选取最小熵值对应的σ_j作为t_1时刻的最优参数σ_{t_1}，即

$$\sigma_{t_1}=\arg\min_{\sigma_j}\{R_{\alpha,u}(t_1,\sigma_j),j=1,2,\cdots,N_\sigma\} \tag{26}$$

步骤 3　遍历所有时刻，重复步骤1和步骤2，并用低通滤波器对各个时刻的最优参数进行平滑处理，即为最终估计出来的时变参数$\sigma(t)$。

4　仿真分析

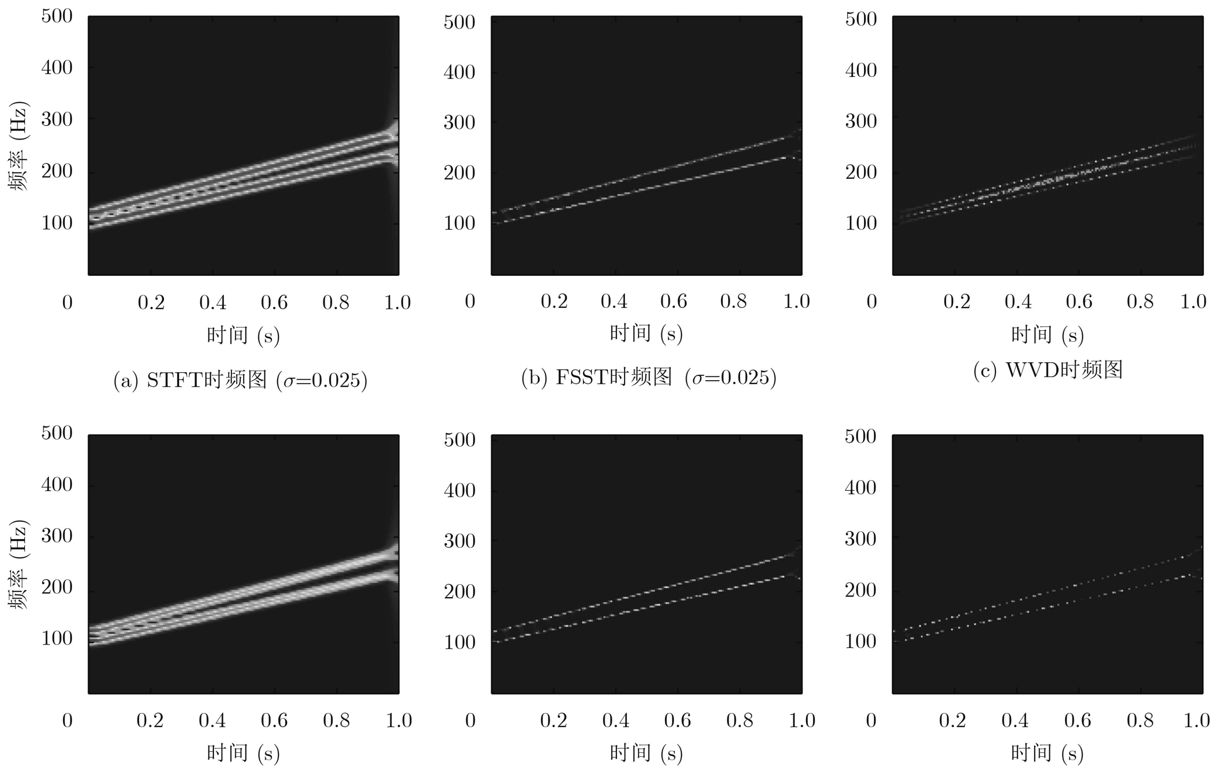
4.1 合成信号分析

首先，分析两分量线性调频信号

$$s(t)=s_1(t)+s_2(t)=\cos\left(2\pi(100t+70t^2)\right)+\cos\left(2\pi(120t+80t^2)\right) \tag{27}$$

其中$t\in[0,1]$，采样频率为1024。信号$s_1(t)$和$s_2(t)$的瞬时频率分别为$\phi_1{}'(t)=100+140t$, $\phi_2{}'(t)=120+160t$。

图1所示为采用不同方法对两分量线性调频信号的时频处理结果。其中，图1(a)和图1(b)分别为传统STFT和FSST时频图，窗口参数为$\sigma=0.025$；



(a) STFT时频图 (σ=0.025)　(b) FSST时频图 (σ=0.025)　(c) WVD时频图

(d) 自适应STFT时频图　(e) 自适应FSST时频图　(f) 自适应2阶FSST时频图

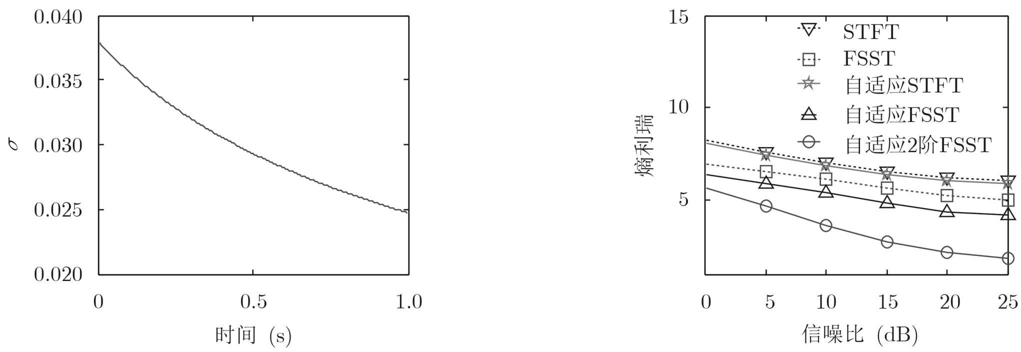
图 1 两分量线性调频信号的各种时频处理结果图

图1(c)为WVD时频图；图1(d)—图1(f)分别为自适应STFT、自适应FSST和自适应2阶FSST时频图。可以看出，自适应STFT具有时变的分辨特性，自适应FSST和自适应2阶FSST均比固定参数下的FSST能量聚集程度高，且自适应2阶FSST效果最佳。而WVD虽可以提高能量聚集性，但是存在交叉项干扰。

图2(a)为由本文时频参数估计算法的处理结果，与图1(d)—图1(f)的结果相对应。观察图2(a)，可以发现，窗口参数与时间呈负相关关系，即窗口在频率低的部分长，在频率高的部分短，实现了自适应分析信号。同时，为了进一步说明提出方法的可靠性，给信号加入不同强度的噪声，信噪比分别为0 dB, 5 dB, 10 dB, 15 dB, 20 dB和25 dB。对比不同信噪比环境下各方法的全局瑞利熵值，其结果如图2(b)所示。可以看出，本文提出的自适应同步压缩算法具有较高的能量聚集性。

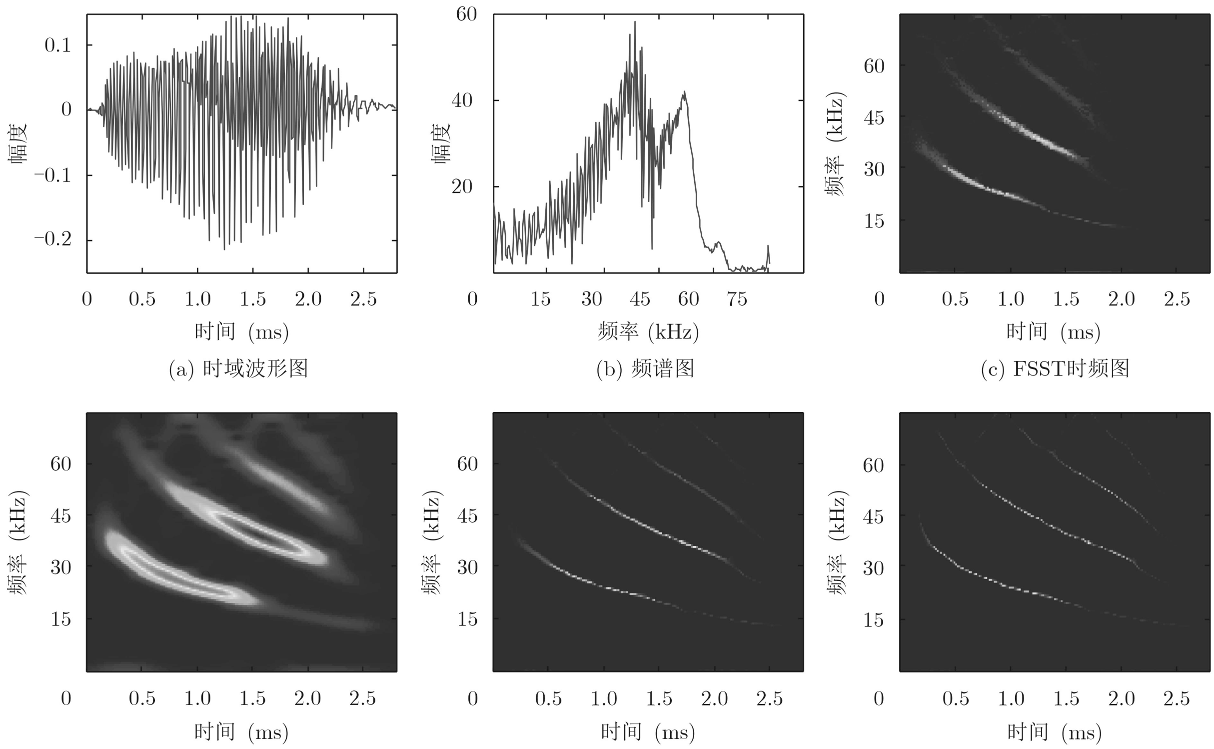
4.2 实测信号分析

为了验证方法的普适性，本文将其应用于实测信号——蝙蝠回波信号[15]。该信号包含400个数据采样点，采样间隔为7 μs，总采样时间为2.8 ms，波形如图3(a)所示，频谱如图3(b)所示。可以看出，蝙蝠回波信号频带较宽，无法从频谱图中得知信号频率随时间的变化关系。图3(c)—图3(f)为采用不同方法对蝙蝠回波信号的分析结果。可以看出，蝙蝠回波信号是一个多分量信号，包含4个非线性



(a) 时变参数 (b) 不同信噪比下各方法的瑞利熵

图 2 两分量线性调频信号的处理结果图



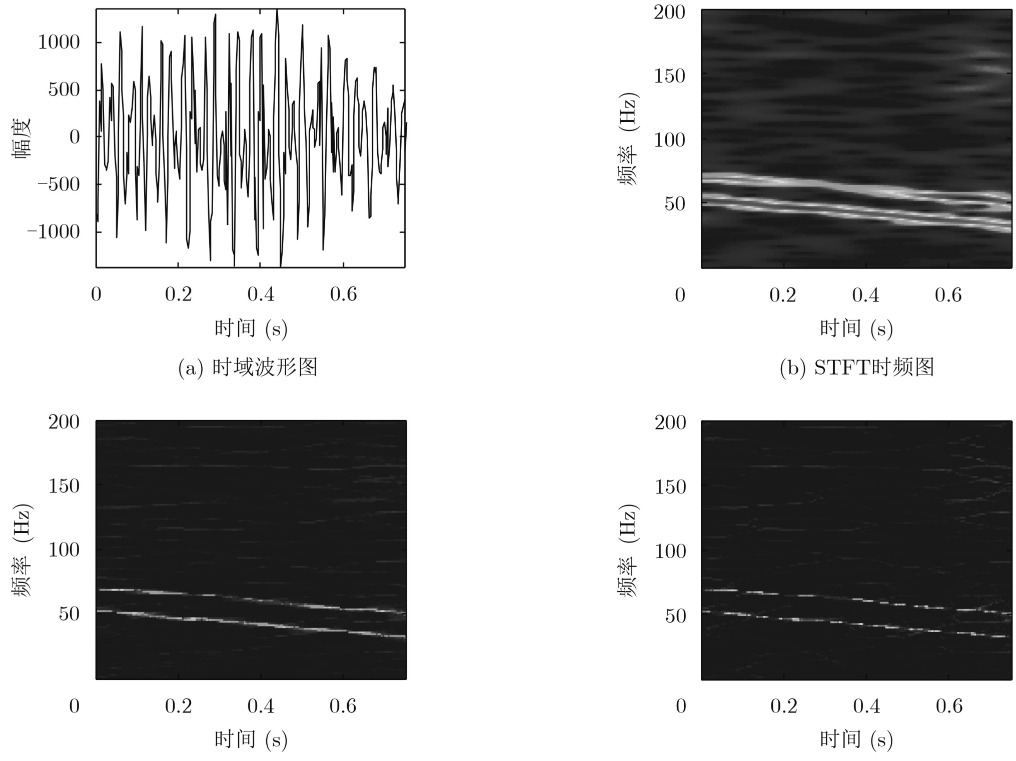
(a) 时域波形图 (b) 频谱图 (c) FSST时频图

(d) 自适应STFT时频图 (e) 自适应FSST时频图 (f) 自适应2阶FSST时频图

图 3 蝙蝠回波信号的处理结果图

频率调制的信号分量，每个分量的能量、起始时间和持续时间各不相同。与传统的时频方法对比，自适应的时频方法提高了时频聚集性，获得的各分量信号的时频变化更加清晰。其中，本文所提出的自适应2阶FSST的效果最为显著。

最后，对采集到的雷达编队目标信号进行分析。该雷达为常规低分辨率监视雷达，脉冲重复频率为400 Hz。由于低分辨率雷达距离模糊较大，无法分辨编队目标中的目标个数。对每一次回波进行匹配处理，截取目标所在的同一距离单元的300次回波数据，如图4(a)所示。图4(b)是STFT结果图，图4(c)和图4(d)分别是传统的FSST和本文自适应FSST的处理结果。可以看出，自适应FSST有效地提升了时频分辨率和能量聚集性，可以精确地估计出编队中两个目标的多普勒频率变化，进而估计出目标的运动速度和轨迹。



(a) 时域波形图 (b) STFT时频图

(c) FSST时频图 (d) 自适应FSST时频图

图 4 雷达编队目标信号的处理结果图

5 结束语

本文在对时频同步压缩算法的研究基础上，考虑非平稳多分量信号的局部变换特性，提出了一种自适应FSST算法。本文算法采用自适应窗口以自动匹配信号的局部变化，使得信号在任意局部都具有最优的时频分辨率。对仿真和实测信号的实验结果证明了本文算法的有效性和实用性。本文的研究方法对提升基于小波变换SST的时频聚集性有重要的参考意义。本文相关研究成果可推广至地震、海洋、宇宙、医学等非平稳多分量信号分析，具有较大的潜力。后续的研究可以针对更高阶的SST和FSST，推导出自适应高阶同步压缩算法。

参 考 文 献

[1] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998: 1–3.
ZHANG Xianda and BAO Zheng. Non-stationary Nonlinear Signal Analysis and Processing[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998: 1–3.

[2] COHEN L. Time-frequency Analysis[M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995: 44–195.

[3] FLANDRIN P. Time-Frequency/Time-Scale Analysis[M]. Cambridge: Academic Press, 1999: 1–386.

[4] DAUBECHIES I, LU Jianfeng, and WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 30(2): 243–261. doi: 10.1016/j.acha.2010.08.002.

[5] HUANG N E, SHEN Zheng, LONG S R, *et al*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903–995. doi: 10.1098/rspa.1998.0193.

[6] AUGER F and FLANDRIN P. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1068–1089. doi: 10.1109/78.382394.

[7] OBERLIN T, MEIGNEN S, and PERRIER V. The Fourier-based synchrosqueezing transform[C]. 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Florence, Italy, 2014: 315–319. doi: 10.1109/ICASSP.2014.6853609.

[8] PHAM D H and MEIGNEN S. High-order synchrosqueezing transform for multicomponent signals analysis—With an application to gravitational-wave signal[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(12): 3168–3178. doi: 10.1109/TSP.2017.2686355.

[9] OBERLIN T and MEIGNEN S. The second-order wavelet synchrosqueezing transform[C]. 2017 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, New Orleans, USA, 2017: 3994–3998. doi: 10.1109/ICASSP.2017.7952906.

[10] WANG Shibin, CHEN Xuefeng, SELESNICK I W, *et al*. Matching synchrosqueezing transform: A useful tool for characterizing signals with fast varying instantaneous frequency and application to machine fault diagnosis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 100: 242–288. doi: 10.1016/j.ymssp.2017.07.009.

[11] HERRY C L, FRASCH M, SEELY A J, *et al*. Heart beat classification from single-lead ECG using the synchrosqueezing transform[J]. *Physiological Measurement*, 2017, 38(2): 171–187. doi: 10.1088/1361-6579/aa5070.

[12] HE Kuanfang, LI Qi, and YANG Qing. Characteristic analysis of welding crack acoustic emission signals using synchrosqueezed wavelet transform[J]. *Journal of Testing and Evaluation*, 2018, 46(6): 2679–2691. doi: 10.1520/JTE20170218.

[13] LI Lin, CAI Haiyan, JIANG Qingtang, *et al*. An empirical signal separation algorithm for multicomponent signals based on linear time-frequency analysis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 121: 791–809. doi: 10.1016/j.ymssp.2018.11.037.

[14] STANKOVIĆ L. A measure of some time-frequency distributions concentration[J]. *Signal Processing*, 2001, 81(3): 621–631. doi: 10.1016/S0165-1684(00)00236-X.

[15] FUSCUS E. Digitized 2.5 microsecond echolocation pulse emitted by the Large Brown Bat[EB/OL]. https://www.ece.rice.edu/dsp/software/bat.shtml, 2017.

李 林：男，1980年生，博士，副教授，研究方向为雷达信号处理、信号检测与估值.

王 林：女，1995年生，硕士生，研究方向为非平稳信号处理.

韩红霞：1991年生，硕士，研究方向为非平稳信号分离与时频分析.

姬红兵：男，1963年生，博士，教授，研究方向为雷达信号处理、目标检测与跟踪.

江 莉：1982年生，博士，研究方向为非线性系统分析、振动信号处理.