

一种基于空频结构与空时结构权值转换的精确宽带波束赋形算法

王旭* 谢菊兰 何子述 李会勇

(电子科技大学信息与通信工程学院 成都 611731)

摘要: 该文提出一种空时结构下的精确宽带波束赋形算法。在空频结构下, 对各子带权值进行波束赋形优化。根据权值在满足共轭对称条件下, 阵列幅度响应可以转换为线性函数这一原理, 将波束赋形转换为凸优化问题。利用内点法得到最优权值后, 通过空频结构与空时结构之间的权值转换关系, 得到空时结构下的波束权值。该算法能够对宽带波束图进行精确地赋形, 同时保证在期望方向上阵列响应具有线性相位特性。仿真结果验证了算法的有效性。

关键词: 宽带波束赋形; 空频空时结构转换; 线性相位; 共轭对称权值; 2阶锥规划

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)05-1032-08

DOI: 10.11999/JEIT180545

An Accurate Wideband Beampattern Synthesis Method Based on the Space-frequency Structure and the Space-time Structure Conversion

WANG Xu XIE Julan HE Zishu LI Huiyong

(School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: An accurate wideband beampattern synthesis method based on the space-time structure is proposed. Making use of the property that the magnitude response can be translated into linear function under the condition of conjugate symmetric weights, the beampattern synthesis problem is transformed into the convex optimization problem. The weights of space-time structure can be obtained by utilizing the principle of relationship between the two structures, after the weights of space-frequency structure is calculated by the interior point method. The proposed method can realize the wideband beampattern synthesis accurately, meanwhile ensuring the linear phase characteristic of the array response. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: Wideband beampattern synthesis; Space-frequency structure and space-time structure conversion; Linear phase; Conjugate symmetric weights; Second Order Cone Programming (SOCP)

1 引言

阵列信号处理作为现代信号处理领域一个重要分支, 具有空间分辨率高、抗干扰能力强、波束指向控制灵活等特点, 广泛应用于雷达、声呐、通信、射电天文以及医学诊断等诸多领域^[1-5]。宽带波束形成按照信号处理结构的不同, 通常可以分为2类: 第1种为空时结构。这种结构以Frost波束形

成器为代表, 在每个阵元后面接入一系列抽头延迟线(Tapped Delay Lines, TDL), 从而建立起空时宽带波束形成模型^[6]。空时结构为实时处理, 输出频谱连续。第2种为空频结构。这种结构利用离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transformation, DFT)将宽带信号变换到频域并子带化, 然后每个子带信号按照窄带进行波束形成, 最终反变换到时域进行输出^[7]。由于各子带信号近似窄带信号, 因此, 许多窄带波束形成算法可以直接应用到空频结构当中, 波束赋形更为容易。但空频结构是一种块处理结构, 输出频谱并不连续, 并且实现较复杂、计算量较高^[8,9]。根据空时结构与空频结构各自的优点可以看出, 空频权值求解较容易而空时结构实时处理较简便。Compton^[10]提出在滑窗DFT处理模式下, 空频结构权值与空时结构权值互为DFT变换

收稿日期: 2018-06-04; 改回日期: 2018-12-03; 网络出版: 2018-12-11

*通信作者: 王旭 alienfrog@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61871085), 高校基本科研业务费(2672018ZYGX2018J010)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61871085), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (2672018ZYGX2018J010)

对。Godara^[11]进一步给出了两种结构下信号相关矩阵以及线性约束最小方差(Linealy Constrained Minimum Variance, LCMV)算法约束条件的转换关系。

波束赋形作为宽带波束形成理论中一个重要应用，通过对阵列权值进行设计，从而实现特定的空时响应。通常情况下，波束赋形是一个非线性、非凸的优化问题。文献[12,13]采用全局性寻优的遗传算法来实现窄带波束赋形。但这类方法计算量较大，并且初始种群的选择以及交叉变异概率将直接影响到算法的收敛性能。文献[14]研究了唯相位下的波束赋形算法，但该算法需要大量的迭代运算，并且初始条件的设定会直接影响到算法的收敛性。文献[15,16]利用迭代最小二乘的方法对空时结构下的宽带波束进行了赋形。这类方法首先需要定义理想空时响应函数，但该函数如何定义并没有最优的方法，而且此方法对波束旁瓣并不能做到精确控制。近年来，随着最优化理论的发展，越来越多的学者采用2阶锥规划(Second Order Cone Programming, SOCP)来解决波束形成中的波束赋形问题^[17-21]。SOCP优化问题最大的优点在于，可根据实际需要，增加额外的线性约束以及2次约束，只要可行域非空，则可以利用诸如CVX, SeDuMi等优化工具求解出最优权值。但利用SOCP解决波束赋形中的幅度设计问题时，幅度约束需要分别划分为实部约束和虚部约束，这样将大大增加权值优化时的计算量^[22]。

本文利用空频和空时结构之间的权值转换关系，将两种结构的优点相结合，从而提出一种空时结构下的精确宽带波束赋形算法。首先，对各子带波束进行赋形。利用共轭对称权值的性质，将幅度约束转化为线性约束，权值优化问题最终归结为SOCP问题。这种处理方式不仅减小了待优化权值的维度，而且大大减少了不等式约束条件的数量。

随后，利用空频结构与空时结构之间的权值转换关系，得到空时结构下的波束权值，最终实现空时结构下的波束赋形。

2 空频结构与空时结构的权值转换关系

空频结构是一种块处理结构，如图1(a)所示，接收信号首先进入输入缓冲器缓冲 N 个采样点后，再对这 N 个采样点进行DFT。利用DFT将接收信号分成 N 个子带，对每个子带分别进行加权处理。最后，将加权输出信号合成送入IDFT，将频域信号变换到时域信号输出。

假设，当前时刻为 t_0 ，则第 m 阵元DFT模块的输入信号可以表示为

$$x_{mn}(t_0) = x_m(t_0 - (n - 1)T_s),$$

$$n = 1, 2, \dots, N, m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

其中， N 为DFT位数， T_s 为采样间隔， $T_s = 1/f_s$ ， f_s 为采样频率。于是，经过DFT处理后的输出信号可以表示为

$$\tilde{X}_m(k) = \sum_{n=1}^N x_{mn}(t_0) e^{-j\frac{2\pi}{N}(n-1)(k-1)},$$

$$m = 1, 2, \dots, M, k = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

接下来，将每个子带数据分别进行加权处理，如式(3)

$$Y(k) = \sum_{m=1}^M h_m^*(f_k) \tilde{X}_m(k), k = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

其中， $h_m(f_k)$ 和 f_k 分别为第 k 个子带权值以及中心频率，“*”表示求共轭。最后，将加权输出信号进行IDFT运算变换到时域，可以得到

$$y_q(t_0) = y(t_0 - (q - 1)T_s)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y(k) e^{j\frac{2\pi}{N}(k-1)(q-1)}, q = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

式(4)给出的是具有输入缓冲器结构的输出表

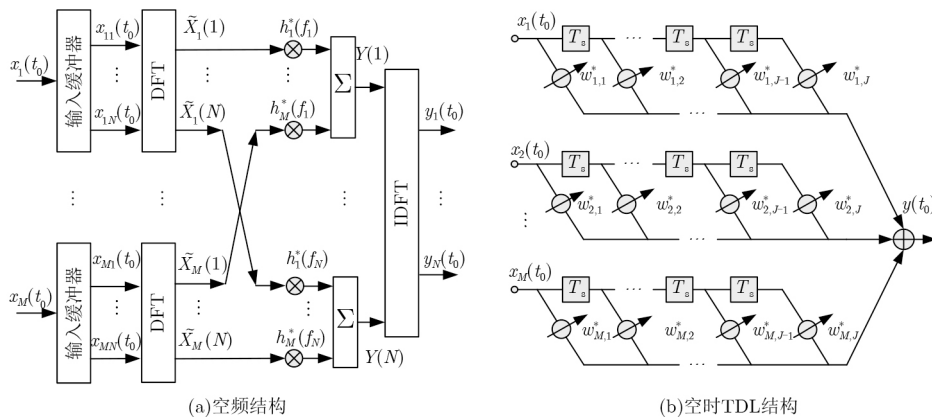


图1 常用宽带阵列结构

达式,若采用滑窗处理器,每一次取 N 点数据进行DFT处理,然后,向后滑动1个采用点,重复进行DFT处理,以此往下不断进行,则每个时刻均只有1点输出^[1]。由此可得 $q = 1$,如式(5)

$$y(t_0) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y(k) \quad (5)$$

由此可见,在滑窗处理下,各子带信号经过加权之后不用进行IDFT,直接求和便可得当前时刻的时域输出信号^[2]。利用式(5)可以给出空频结构与空时结构之间权值的对应关系。假设空时TDL结构如图1(b)所示,阵元数为 M ,抽头数为 J 。对于当前时刻 t_0 ,阵列加权输出可以表示为

$$y(t_0) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^J w_{mi}^* x_m(t_0 - (i-1)T_s) \quad (6)$$

将式(5)代入式(6)可得

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^J w_{mi}^* x_m(t_0 - (i-1)T_s) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k) \quad (7)$$

再根据式(1)–式(3)可得

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^J w_{mi}^* x_m(n - (i-1)T_s) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^M h_m^*(k) \\ & \quad \cdot \sum_{i=1}^J x_m(t_0 - (i-1)T_s) e^{-j(2\pi/N)(i-1)(k-1)} \\ &= \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^J \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N h_m^*(k) e^{-j(2\pi/N)(i-1)(k-1)} \right) \\ & \quad \cdot x_m(t_0 - (i-1)T_s) \end{aligned} \quad (8)$$

若令 $J = N$,从式(8)可以得出空频结构与空时结构波束形成权值之间的转换关系,即

$$w_{mi} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N h_m^*(k) e^{j(2\pi/N)(i-1)(k-1)}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

说明空时结构下任意阵元的各抽头权值可以通过对该阵元各子带权值进行IDFT得到。值得注意的是,上文中假设了空频结构子带数量 N 与空时结构的时域抽头数量 J 相同。当两者数量不相同,可以分为2种情况:(1)子带数大于抽头数,即 $N > J$ 。这种情况下,对空频结构权值进行 J 点IDFT,相当于对它的 J 点截断数据进行IDFT,这与上文中讨论的 $N = J$ 的情况并无区别。因此,当 $N > J$ 时,本文

方法同样适用。(2)子带数小于抽头数,即 $N < J$ 。此时,对空频结构权值进行 J 点IDFT,首先需要将频域权值进行补零,但是补零处理会使得原有的对应关系不再成立,因此,本文方法并不适用。

3 基于2阶锥规划的空时宽带波束赋形

在非自适应阵列信号处理当中,常常需要对波束进行一定的赋形,例如控制波束旁瓣电平从而抑制压制性干扰、形成零陷以抑制强转发干扰。面对高速运动目标时,还需对主瓣进行展宽处理。因此,众多学者针对基于空时结构的宽带波束赋形算法进行了深入研究^[15-21]。以图1(b)所示的宽带TDL阵列结构为例,则波束赋形问题可以归结为如式(10)的优化问题

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}} \|\mathbf{w}\|_2 \\ & \text{s.t. } l \leq |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f)| \leq u, \theta \in \Theta_{\text{ML}} \\ & \quad |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f)| \leq \delta, \theta \in \Theta_{\text{SL}} \\ & \quad |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f)| \leq \mu, \theta \in \Theta_{\text{NULL}} \\ & \quad \mathbf{w}^H(\theta_0, f) \mathbf{a}(\theta_0, f) = e^{-j\pi f(J-1)T_s}, f \in [f_L, f_H] \end{aligned} \right\} (10)$$

其中, \mathbf{w} 为空时结构的权值, $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1^T, \mathbf{w}_2^T, \dots, \mathbf{w}_J^T]^T$, $\mathbf{w}_i = [w_{1,i}, w_{2,i}, \dots, w_{M,i}]^T$, θ 为方位角。

式(10)中的等式约束保证了当波束指向为非法线方向时,阵列空时响应具有线性相位。 $[f_L, f_H]$ 表示阵列通带范围, $\mathbf{a}(\theta, f) = \mathbf{a}_t(f) \otimes \mathbf{a}_s(\theta, f)$ 为空时导向矢量, \otimes 代表Kronecker积。其中,空域维导向矢量和时域维导向矢量分别表示为

$$\mathbf{a}_s(\theta, f) = \left[1, e^{-j2\pi f \frac{d \sin \theta}{c}}, \dots, e^{-j2\pi f(M-1) \frac{d \sin \theta}{c}} \right]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{a}_t(f) = \left[1, e^{-j2\pi f T_s}, \dots, e^{-j2\pi f(J-1)T_s} \right]^T \quad (12)$$

其中, d 为阵元间距, c 为光速, θ_0 为波束指向。 Θ_{ML} 表示主瓣区域, l 和 u 表示主瓣内的电平起伏程度; Θ_{SL} 表示旁瓣区域, δ 表示峰值旁瓣电平; Θ_{NULL} 表示零陷区域, μ 表示零陷电平。式(10)的约束条件非凸,无法直接利用凸优化求解工具进行计算。对此,许多文献将其转化为2阶锥规划问题进而运用内点法求得最优权值^[17-19],即

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}} \varepsilon \\ & \text{s.t. } \text{Re} \{ \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f) \} \geq l, \text{Im} \{ \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f) \} = 0 \\ & \quad |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f)| \leq u, \theta \in \Theta_{\text{ML}} \\ & \quad |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f)| \leq \delta, \theta \in \Theta_{\text{SL}} \\ & \quad |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f)| \leq \mu, \theta \in \Theta_{\text{NULL}} \\ & \quad \mathbf{w}^H(\theta_0, f) \mathbf{a}(\theta_0, f) = e^{-j\pi f(J-1)T_s}, \|\mathbf{w}\|_2 \leq \varepsilon, \\ & \quad f \in [f_L, f_H] \end{aligned} \right\} (13)$$

然而，额外增加的等式约束将使内点法的迭代次数大量增加^[22]。实际运用时，需要对各空域的角度范围进行离散化，而角度和频率的离散化程度，取决于对空时响应约束的精确程度。文献[17–19]引入频率响应变化函数(Response Variation, RV)，将各频点处的空时响应向参考频率处聚焦。于是，针对波束主瓣的赋形，仅需要对参考频点的空时响应进行约束，便可以实现对整个通带的约束。令 Θ_{rv} 代表频率响应不变的角度区域，具体的优化问题如式(14)所示

$$\left. \begin{aligned} \min_w \quad & \varepsilon \\ \text{s.t.} \quad & \text{Re} \{ \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f_r) \} \geq l, \text{Im} \{ \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f_r) \} = 0 \\ & | \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f_r) | \leq u, \theta \in \Theta_{ML} \\ & | \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f) | \leq \delta, \theta \in \Theta_{SL} \\ & | \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta, f) | \leq \mu, \theta \in \Theta_{NULL}, f \in [f_L, f_H] \\ & \mathbf{w}^H(\theta_0, f_r) \mathbf{a}(\theta_0, f_r) = e^{-j\pi f_r (J-1) T_s}, \\ & \| \mathbf{Q}_{srv}^{1/2} \mathbf{w} \|_2 \leq \varepsilon \end{aligned} \right\} (14)$$

其中， f_r 为参考频率，且

$$\mathbf{Q}_{srv} = \int_{f_L}^{f_H} \int_{\Theta_{rv}} [\mathbf{a}(\theta, f) - \mathbf{a}(\theta, f_r)] \cdot [\mathbf{a}(\theta, f) - \mathbf{a}(\theta, f_r)]^H df d\theta \quad (15)$$

对 \mathbf{Q}_{srv} 进行特征值分解 $\mathbf{Q}_{srv} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^H$ ，而 $\mathbf{Q}_{srv}^{1/2} = \mathbf{\Lambda}^{1/2} \mathbf{V}^H$ 。可见，式(14)较式(13)约束条件的数量更少，导致内点法的迭代次数以及每次迭代的运算量均相应降低。

4 基于空频空时结构权值转换的宽带波束赋形

上节论述了空时结构下的宽带波束赋形算法。虽然利用SOCP将原本非凸的优化问题，转化为了凸优化问题，进而得到最优权值。但是，幅度约束的转化是以增加额外的等式约束条件为代价，大大增加了权值优化时的计算量。因此，本节提出一种基于空频空时结构权值转换的宽带波束赋形算法。

$$\begin{aligned} | \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) | &= \left| h_1^*(k) e^{j \frac{M-1}{2} (2\pi/\lambda_k) d \sin \theta} + h_2^*(k) e^{j \left(\frac{M-1}{2} - 1 \right) (2\pi/\lambda_k) d \sin \theta} + \dots \right. \\ &\quad \left. h_{M-1}^*(k) e^{j \left[\frac{M-1}{2} - (M-2) \right] (2\pi/\lambda_k) d \sin \theta} + h_M^*(k) e^{j \left[\frac{M-1}{2} - (M-1) \right] (2\pi/\lambda_k) d \sin \theta} \right| \\ &= 2 \text{Re} \left\{ h_1^*(k) e^{j \frac{M-1}{2} (2\pi/\lambda_k) d \sin \theta} + h_2^*(k) e^{j \left(\frac{M-1}{2} - 1 \right) (2\pi/\lambda_k) d \sin \theta} + \dots + h_{\frac{M+1}{2}}^*(k) \right\} \\ &= \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) \end{aligned} \quad (19)$$

为推导方便，假设阵列中心阵元为参考阵元且阵元数为奇数。同理，当阵元数为偶数时，以阵列几何中心作为参考相位点，推导过程与本节内容相同。则第 $k(k=0, 1, \dots, N-1)$ 个子带的阵列响应可以表示为

$$\mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) = \sum_{m=1}^M h_m^*(k) e^{j \left(\frac{M-1}{2} - m + 1 \right) \frac{2\pi f_k}{c} d \sin \theta} \quad (16)$$

其中， f_k 为第 k 个子带中心频率，则

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(k) &= [h_1(k), h_2(k), \dots, h_M(k)]^T, \\ \mathbf{s}(\theta, f_k) &= \left[e^{j \frac{M-1}{2} (2\pi f_k/c) d \sin \theta}, e^{j \left(\frac{M-1}{2} - 1 \right) (2\pi f_k/c) d \sin \theta}, \dots, \right. \\ &\quad \left. e^{j \left[\frac{M-1}{2} - (M-1) \right] (2\pi f_k/c) d \sin \theta} \right]^T \end{aligned} \quad (17)$$

于是，可以用类似式(10)的方式进行子带波束赋形优化。然而，对幅度约束条件的转化同样会增加计算量。因此，为解决幅度约束转化为SOCP问题时，约束条件过多问题，许多学者进行了深入研究。各种幅度约束算法(Magnitude Response Constraints, MRC)应运而生^[23–26]。文献[25]利用共轭对称权值的性质，将幅度约束条件转化为线性约束，进而将原问题转化为凸优化问题。本文借用其原理并且结合空时-空频结构权值转换关系实现宽带波束赋形。新的优化问题可以表示如式(18)所示

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{h}(k)} \quad & \| \mathbf{h}(k) \|_2 \\ \text{s.t.} \quad & l \leq | \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) | \leq u, \theta \in \Theta_{ML} \\ & | \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) | \leq \delta, \theta \in \Theta_{SL} \\ & | \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) | \leq \mu, \theta \in \Theta_{NULL} \\ & \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta_0, f_k) = 1, h_m(k) = h_{M-m+1}^*(k) \end{aligned} \right\} (18)$$

可以证明，式(18)中增加的权值共轭对称约束条件，不会降低原问题的最优输出信干噪比(证明略)。由权值的共轭对称性，可以将式(18)中的非凸约束转化为线性约束。同样以第 k 个子带的阵列响应为例，其幅度响应可以表示为

由此可见,利用共轭对称权值结构,可将阵列幅度响应转化为线性函数,而式(18)中的约束条件则相应转化为线性约束条件。于是,新的优化问题可以表示为

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{h}(k)} \|\mathbf{h}(k)\|_2 \\ & \text{s.t. } l \leq \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) \leq u, \theta \in \Theta_{\text{ML}} \\ & \quad \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) \leq \delta, \theta \in \Theta_{\text{SL}} \\ & \quad \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta, f_k) \leq \mu, \theta \in \Theta_{\text{NULL}} \\ & \quad \mathbf{h}^H(k) \mathbf{s}(\theta_0, f_k) = 1, h_m(k) = h_{M-m+1}^*(k) \\ & \quad m = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

令 $\mathbf{b} = [1, \mathbf{0}_{1 \times M}]^T$, $\mathbf{h}'(k) = [\varepsilon, \mathbf{h}^T(k)]^T$, $\mathbf{P} = [\mathbf{0}_{M \times 1}, \mathbf{I}_{M \times M}]$ 以及 $\mathbf{s}'(\theta, f_k) = [0, \mathbf{s}^T(\theta, f_k)]^T$, 则式(20)可以表示为典型的SOCP问题,即

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{h}'(k)} \mathbf{b}^H \mathbf{h}'(k) \\ & \text{s.t. } l \leq \mathbf{h}'^H(k) \mathbf{s}'(\theta, f_k) \leq u, \theta \in \Theta_{\text{ML}} \\ & \quad \mathbf{h}'^H(k) \mathbf{s}'(\theta, f_k) \leq \delta, \theta \in \Theta_{\text{SL}} \\ & \quad \mathbf{h}'^H(k) \mathbf{s}'(\theta, f_k) \leq \mu, \theta \in \Theta_{\text{NULL}} \\ & \quad \mathbf{h}'^H(k) \mathbf{s}'(\theta_0, f_k) = 1, \|\mathbf{P} \mathbf{h}'(k)\|_2 \leq \varepsilon \\ & \quad h_m(k) = h_{M-m+1}^*(k), m = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

从式(21)可以看出,当权值满足共轭对称,使得待估计的权值元素数量减少了1/2,且不需要增加额外的等式约束。式(21)为凸优化问题,只要可行域非空便可利用内点法或者凸优化求解工具,例如CVX,求出其最优解 $\mathbf{h}_{\text{opt}}(k)$,其它子带的权值可以用同样的方法计算得到。然后,再根据空频结果与空时结构权值转换关系式,即式(9),得到空时结构各抽头权值。综上所述,本文所提宽带波束赋形算法可以总结为2个步骤:步骤1:赋形波束各项参数,即 l , u , δ 以及 μ , 并且,利用式(21)计算出各个子带的波束权值;步骤2:利用式(9)得到最优空时权值 \mathbf{w}_{opt} 。

5 运算量分析

考虑到波束赋形算法的主要运算量在于优化问题的计算上,本节分别给出了式(13)、式(14)和式(21)的运算量。假设 Θ_{ML} , Θ_{SL} 和 Θ_{NULL} 区域的离散

点数分别为 K_1 , K_2 和 K_3 , 式(13)中整个通带的离散点数为 K_4 , 且令 $J = N$, 则有表1的结果。

式(13)和式(14)所示方法直接针对空时结构进行波束赋形,因此,为约束通带内各个频点的空时响应,频率离散点的数量 K_4 较大。而本文方法,频率离散点的数量等于子带数量,通常情况下小于 K_4 。经过IDFT转换,离散频点处的空时响应约束平均扩散到了整个通带内,从而实现整个通带内的波束赋形。从表1可以看出,本文方法的迭代次数以及每次迭代式的运算量均大大降低。

6 仿真实验

本文利用共轭对称权值的特性,将阵列响应函数转化为线性函数,进而利用凸优化算法对空频结构子带波束进行了赋形。最后,借助空频结构与空时结构波束权值转换关系,得到了空时结构权值。本节对该算法进行仿真实验。假设,阵列通带带宽 $B = 500$ MHz,中心频率为5 GHz,采样率为1 GHz,阵元数 $M = 16$,空时结构抽头数与空频结构子带数均为20,阵元间距为最高频率对应波长的1/2。

试验1 基础仿真实验:本仿真将对空频空时波束权值转换的可行性进行验证。假设频域采用静态波束权值,波束指向为 0° 。图2分别给出了子带静态波束图以及经过权值转换所得空时结构波束图。

仿真结果验证了空时结构与空频结构权值相互转换的可行性。值得说明的是,许多经典的波束(例如,加窗处理)赋形手段均可以利用该转换关系应用到宽带波束赋形当中。本文方法能够做到精确控制波束主瓣平顶宽度、旁瓣电平以及零陷宽度和深度,并且,整个波束赋形归结为一个凸优化问题,可以利用凸优化求解工具得到最优权值。

试验2 低旁瓣仿真实验:针对式(13)、式(14)以及式(21)所示方法的低旁瓣性能进行仿真实验。令峰值旁瓣归一化电平(Peak Sidelobe Level, PSL)为 -30 dB, $\delta = 10^{\text{PSLL}/20}$ 。波束指向为 20° ,主瓣范围 $\Theta_{\text{ML}} = [8^\circ, 32^\circ]$,式(14)中空域响应不变范围 $\Theta_{\text{srv}} = [8^\circ, 32^\circ]$ 。为使仿真实验结果具有可比性,在本节试验以及后续试验中,3种方法采用相同的空域离散点数。仿真结果如图3所示。

从图3可以看出,3种方法在低旁瓣波束性能上

表1 3种方法的计算量比较

方法	迭代次数	每次迭代的运算量
式(13)	$O(\sqrt{K_4(2K_1 + K_2 + K_3) + 2})$	$O\{(MN)^2[K_4(6K_1 + 3K_2 + 3K_3) + 2K_4 + 1]\}$
式(14)	$O(\sqrt{2K_1 + K_4(K_2 + K_3) + 2})$	$O\{(MN)^2[6K_1 + 3K_4(K_2 + K_3) + MN + 3]\}$
式(21)	$O(\sqrt{2N})$	$O\{(M/2)^2[N(4K_1 + 2K_2 + 2K_3) + MN + 3M]\}$

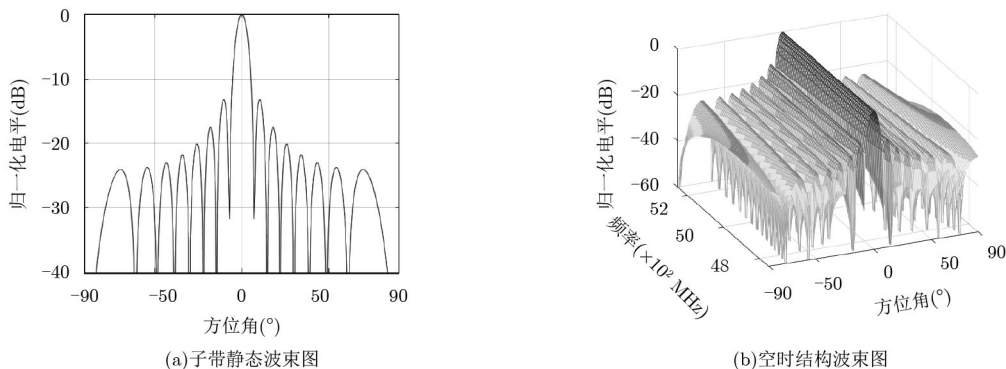


图2 未赋形时的波束图

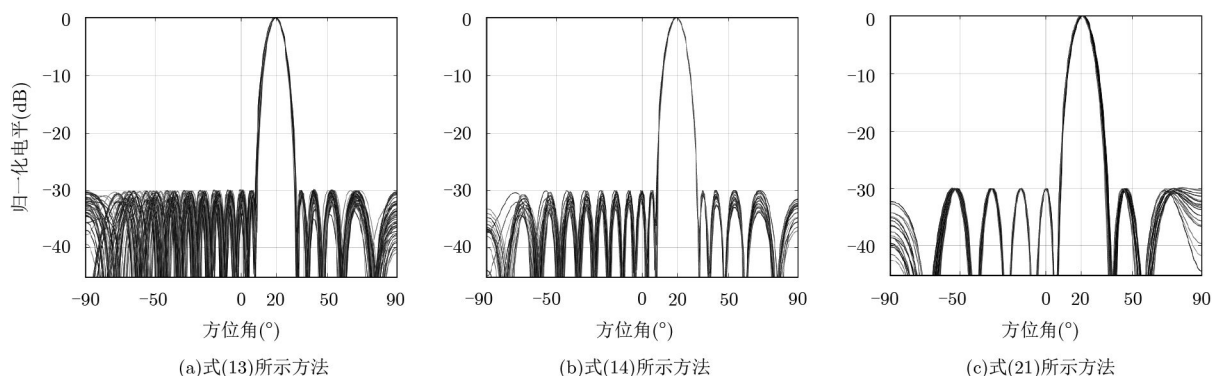


图3 低旁瓣波束图

差距较小。式(14)对频率响应不变函数进行了约束，因此，波束频率响应不变性略好。

试验3 宽零陷仿真验证：本节针对宽零陷波束赋形进行仿真试验。波束指向 20° ，零陷区域为 $\Theta_{\text{NULL}} = [-35^\circ, -25^\circ]$ ，峰值零陷归一化电平(Peak Null Normalized Level, PNNL)为 -50 dB， $\mu = 10^{\text{PNNL}/20}$ 。式(14)中的频率响应不变区域为 $\Theta_{\text{rv}} = [-60^\circ, 60^\circ]$ ，其余仿真条件与试验1相同。仿真结果如图4所示。

图4所示的宽零点波束赋形仿真结果与图3类似，本方法在波束宽度上有一定展宽，但展宽程度较小。式(21)的频率响应不变性较好，但式(13)、

式(14)所示方法需要对整个通带离散化，离散点数量 K_4 决定了波束赋形的精确程度。通常情况下， K_4 远大于子带数量，因此，计算量也远大于本方法。图5给出了本文方法的宽主瓣、宽零陷赋形波束图。平顶主瓣范围 $\Theta_{\text{ML}} = [10^\circ, 30^\circ]$ ，零陷区域 $\Theta_{\text{NULL}} = [-35^\circ, -45^\circ]$ 。

从仿真结果可见，本文方法能对宽带波束图的旁瓣电平、零陷宽度以及深度进行灵活控制，同时也具有形成平顶主瓣的能力。值得注意的是，理论上讲本文方法能够对宽带波束图进行任意赋形，但是复杂的波束形状需要消耗较多的自由度，而本文方法的自由度仅由空域自由度提供。因此，当阵元

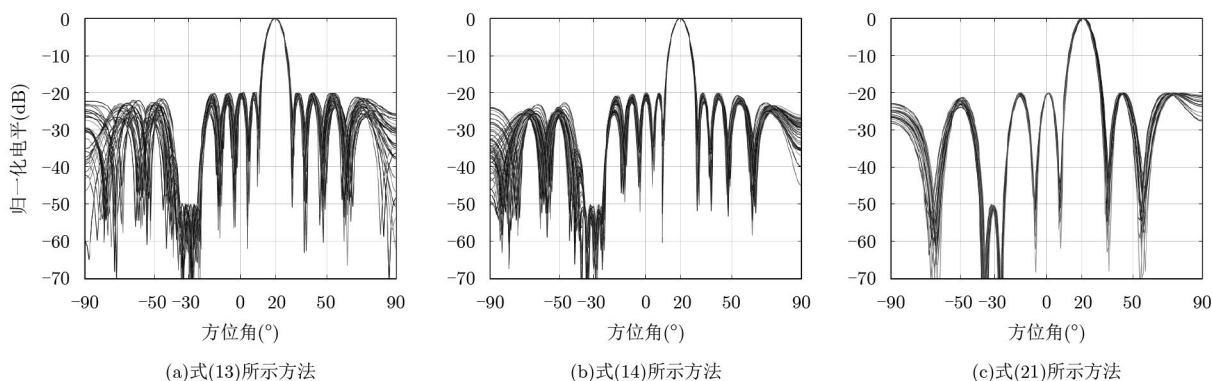


图4 宽零点波束图

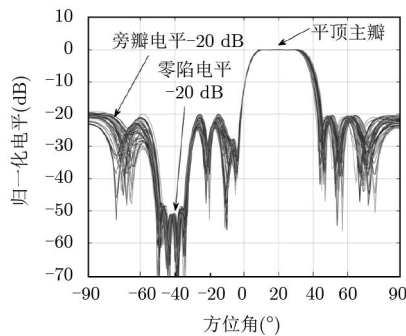


图5 宽主瓣、宽零陷波束图

数较少时,波束赋形性能会相应下降。

综上所述,本文利用空频结构下的权值共轭对称性,将幅度约束转化为线性约束,进而避免传统处理方法中,SOCP问题转化时约束条件过多的问题。从计算量上分析,本文方法较式(13)、式(14)具有优势。并且,这种优势在大阵列的背景下尤为明显。从波束性能上来看,式(14)所示方法由于对频率响应变化函数进行了约束,因此在频率响应不变上,性能较好。而由于本文方法并非直接从空时结构入手,因此,在权值转换过程中会造成一定波束性能损失,但这种损失较小,考虑到计算量上的优势,在工程应用中具有实用性。

7 结论

空时结构的宽带波束形成,具有实时、连续处理的特点,并且不需要对接收信号进行DFT,计算量较空频处理结构低。本文首先对空频结构的波束权值进行了设计,利用共轭对称权值的性质,将幅度响应函数转换为线性函数,解决了波束赋形优化问题中约束条件数量过多导致计算量大的问题。然后,利用空时结构与空频结构波束权值的转换关系,将优化得到的频域权值转换为空时结构权值,最终实现了空时结构的宽带波束赋形。本赋形方法,能够对波束旁瓣、零陷宽度和深度、主瓣宽度进行灵活控制,同时也适用于非法线方向上的波束赋形。

参考文献

- [1] KNIGHT W C, PRIDHAM R G, and KAY S M. Digital signal processing for sonar[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1981, 69(11): 1451–1506. doi: [10.1109/PROC.1981.12186](https://doi.org/10.1109/PROC.1981.12186).
- [2] GINI F, FARINA A, and GERCO M. Selected list of references on radar signal processing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 329–359. doi: [10.1109/7.913696](https://doi.org/10.1109/7.913696).
- [3] GIANNAKIS G B. Highlights of signal processing for communications[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1999, 16(2): 14–50. doi: [10.1109/MSP.1999.752038](https://doi.org/10.1109/MSP.1999.752038).
- [4] ELLINGSON S W and HAMPSON G A. Subspace-tracking approach to interference nulling for phased array-based radio telescopes[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2002, 50(1): 25–30. doi: [10.1109/8.992558](https://doi.org/10.1109/8.992558).
- [5] KARAMAN M, ATALAR A, and KOYMEN H. VLSI circuits for adaptive digital beamforming in ultrasound imaging[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1993, 12(4): 711–720. doi: [10.1109/42.251122](https://doi.org/10.1109/42.251122).
- [6] FROST O L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1972, 60(8): 926–935. doi: [10.1109/PROC.1972.8817](https://doi.org/10.1109/PROC.1972.8817).
- [7] DENTINO M, MCCOOL J, and WIDROW B. Adaptive filtering in the frequency domain[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1978, 66(12): 1658–1659. doi: [10.1109/PROC.1978.11177](https://doi.org/10.1109/PROC.1978.11177).
- [8] HAMID U, QAMAR R A, and WAQAS K. Performance comparison of time-domain and frequency-domain beamforming techniques for sensor array processing[C]. *Proceedings of 2014 11th International Bhurban Conference on Applied Science & Technology, Islamabad, Pakistan, 2014: 379–385*. doi: [10.1109/IBCAST.2014.6778172](https://doi.org/10.1109/IBCAST.2014.6778172).
- [9] GODARA L C and JAHROMI M R S. Limitations and capabilities of frequency domain broadband constrained beamforming schemes[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(9): 2386–2395. doi: [10.1109/78.782182](https://doi.org/10.1109/78.782182).
- [10] COMPTON R T. The relationship between tapped delay-line and FFT processing in adaptive arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, 36(1): 15–26. doi: [10.1109/8.1070](https://doi.org/10.1109/8.1070).
- [11] GODARA L C. Application of the fast fourier transform to broadband beamforming[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1995, 98(1): 230–240. doi: [10.1121/1.413765](https://doi.org/10.1121/1.413765).
- [12] 王力, 何丙发, 孙庆锋. 一种阵列天线快速波束赋形方法[J]. *现代雷达*, 2016, 38(8): 70–74. doi: [10.16592/j.cnki.1004-7859.2016.08.016](https://doi.org/10.16592/j.cnki.1004-7859.2016.08.016).
WANG Li, HE Bingfa, and SUN Qingfeng. Synthesis of the shaped-beam array antennas using a fast algorithm[J]. *Modern Radar*, 2016, 38(8): 70–74. doi: [10.16592/j.cnki.1004-7859.2016.08.016](https://doi.org/10.16592/j.cnki.1004-7859.2016.08.016).
- [13] 郑占旗, 阎跃鹏, 张立军, 等. 增加副瓣抑制机制的阵列天线波束赋形遗传算法研究[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(3): 690–696. doi: [10.11999/JEIT160466](https://doi.org/10.11999/JEIT160466).
ZHENG Zhanqi, YAN Yuepeng, ZHANG Lijun, et al. Research on genetic algorithm of antenna arrays beam shaping with side lobe suppression[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(3): 690–696. doi: [10.11999/JEIT160466](https://doi.org/10.11999/JEIT160466).
- [14] LIANG Junli, FAN Xuhui, FAN Wen, et al. Phase-only

- pattern synthesis for linear antenna arrays[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 3232–3235. doi: [10.1109/LAWP.2017.2771380](https://doi.org/10.1109/LAWP.2017.2771380).
- [15] 陈俊杰, 金荣洪, 耿军平. 一种基于牛顿下山法的宽带阵列方向图综合算法[J]. *上海交通大学学报*, 2007, 41(8): 1366–1369. doi: [10.3321/j.issn:1006-2467.2007.08.033](https://doi.org/10.3321/j.issn:1006-2467.2007.08.033).
- CHEN Junjie, JIN Ronghong, and GENG Junping. A wideband array beam pattern synthesis algorithm based on newton downhill method[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2007, 41(8): 1366–1369. doi: [10.3321/j.issn:1006-2467.2007.08.033](https://doi.org/10.3321/j.issn:1006-2467.2007.08.033).
- [16] 陈明建, 罗景青. 基于叠加变加权最小二乘的宽带波束赋形方法[J]. *宇航学报*, 2012, 33(6): 796–801. doi: [10.3873/j.issn.1000-1328.2012.06.016](https://doi.org/10.3873/j.issn.1000-1328.2012.06.016).
- CHEN Mingjian and LUO Jingqing. A method for broadband shaped beam based on iterative variably-weighted least squares[J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(6): 796–801. doi: [10.3873/j.issn.1000-1328.2012.06.016](https://doi.org/10.3873/j.issn.1000-1328.2012.06.016).
- [17] 贾深惠, 赵拥军, 陈沛, 等. 基于二阶锥规划的共形阵列宽带方向图综合[J]. *信息工程大学学报*, 2016, 17(4): 437–442. doi: [10.3969/j.issn.1671-0673.2016.04.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1671-0673.2016.04.011).
- JIA Shenhui, ZHAO Yongjun, CHEN Pei, *et al.* Conformal array beamforming for broadband signals based on second order cone programming[J]. *Journal of Information Engineering University*, 2016, 17(4): 437–442. doi: [10.3969/j.issn.1671-0673.2016.04.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1671-0673.2016.04.011).
- [18] 刘子龙, 丁淑娟, 孙广俊, 等. 基于二阶锥规划的宽带波束形成器设计[J]. *计算机工程与应用*, 2013, 49(5): 195–199. doi: [10.3778/j.issn.1002-8331.1107-0521](https://doi.org/10.3778/j.issn.1002-8331.1107-0521).
- LIU Zilong, DING Shujuan, SUN Guangjun, *et al.* Design of broadband beamformer based on second-order cone programming[J]. *Computer Engineering and Application*, 2013, 49(5): 195–199. doi: [10.3778/j.issn.1002-8331.1107-0521](https://doi.org/10.3778/j.issn.1002-8331.1107-0521).
- [19] YAN Shefeng, MA Yuanliang, and HOU Chaohuan. Optimal array pattern synthesis for broadband arrays[J]. *Journal of the Acoustical of America*, 2007, 122(5): 2686–2696. doi: [10.1121/1.2785037](https://doi.org/10.1121/1.2785037).
- [20] DUAN Huiping, NG B P, SEE C M S, *et al.* Application of the SRV constraint in broadband pattern synthesis[J]. *Signal Processing*, 2008, 88(4): 1035–1045. doi: [10.1016/j.sigpro.2007.11.001](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2007.11.001).
- [21] ZHANG Tongtong and SER W. Robust beam pattern synthesis for antenna arrays with mutual coupling effect[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(8): 2889–2895. doi: [10.1109/TAP.2011.2152329](https://doi.org/10.1109/TAP.2011.2152329).
- [22] BOYD S and VANDENBERGHE L. *Convex Optimization*[M]. New York, USA: Cambridge University Press, 2004: 127–189. doi: [10.1017/CBO9780511804441](https://doi.org/10.1017/CBO9780511804441).
- [23] 虞泓波, 冯大政, 解虎. 相位响应固定幅度响应约束的稳健波束形成方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(7): 1688–1694. doi: [10.11999/JEIT141513](https://doi.org/10.11999/JEIT141513).
- YU Hongbo, FENG Dazheng, and XIE Hu. Robust beamforming with phase response fixed and magnitude response constraint[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(7): 1688–1694. doi: [10.11999/JEIT141513](https://doi.org/10.11999/JEIT141513).
- [24] LIAO Bin, TSUI K M, and CHAN Shingchow. Robust beamforming with magnitude response constraints using iterative second-order cone programming[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2011, 59(9): 3477–3482. doi: [10.1109/TAP.2011.2161445](https://doi.org/10.1109/TAP.2011.2161445).
- [25] XU Dingjie, HE Rui, and SHEN Feng. Robust beamforming with magnitude response constraints and conjugate symmetric constraint[J]. *IEEE Communication Letters*, 2013, 17(3): 561–564. doi: [10.1109/LCOMM.2013.011513.122688](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2013.011513.122688).
- [26] ZHU Liangyu, SER W, ER M H, *et al.* Robust adaptive beamformers based on worst-case optimization and constraints on magnitude response[J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2009, 57(7): 2615–2628. doi: [10.1109/TSP.2009.2017004](https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2017004).
- 王旭: 男, 1987年生, 博士生, 研究方向为阵列空时信号处理和波束形成以及抗干扰技术。
- 谢菊兰: 女, 1981年生, 副教授, 博士, 研究方向为数字波束形成和DOA估计。
- 何子述: 男, 1962年生, 教授, 博士, 研究方向为阵列信号处理、自适应信号处理和MIMO雷达与通信。
- 李会勇: 男, 1975年生, 教授, 博士, 研究方向为阵列信号处理和自适应信号处理。