

基于多级阻塞的稳健相干自适应波束形成

唐敏* 齐栋 刘成城 赵拥军

(解放军战略支援部队信息工程大学数据与目标工程学院 郑州 450001)

摘要: 针对期望信号波达角(DOA)估计误差较大时相干波束形成性能下降的问题, 该文提出一种基于多级阻塞的稳健相干自适应波束形成算法。该算法首先定义阻塞矩阵, 推导多级阻塞原理, 并利用其滤除阵列接收信号中的期望信号; 然后给出空间中只存在期望信号时, 子阵与全阵间阵列流型的映射关系, 据此推导全阵扩展变换, 并证明其在干扰信号存在条件下的有效性; 最终利用扩展变换获取全阵最优权矢量, 实现相干波束形成。该算法对期望信号波达角估计误差稳健, 且无需干扰信号来向的先验信息, 同时可以有效避免阵列孔径的损失。仿真分析验证了算法的优越性和理论分析的有效性。

关键词: 信号处理; 稳健波束; 相干干扰; 波达角估计误差; 多级阻塞

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)07-1705-07

DOI: 10.11999/JEIT180332

New Adaptive Beamformer for Coherent Interference Based on Multistage Blocking

TANG Min QI Dong LIU Chengcheng ZHAO Yongjun

(School of Data and Target Engineering, PLA Strategic Support Force
Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: Since the performance of adaptive beamforming algorithm for coherent signals degrades when the estimation error in the Direction Of Arrival (DOA) of the desired signal is large, a new multistage blocking based beamforming algorithm for coherent interference suppression is proposed. Firstly, the blocking matrix is constructed and the principle of multistage blocking is derived, with which the received signal is processed to remove the desired signal component. Then the mapping between the array manifold of sub-aperture array and the full-aperture array is analyzed when only the desired signal exists in the space. On this basis, the extension transformation is derived with its effectiveness proved in the presence of interference signals. At last, the optimal weight vector of the adaptive beamformer for coherent interference is obtained by extension transformation. Requiring no prior information of the DOA of the interference signals, the new method is robust to the DOA estimation error, and can avoid the loss of array aperture. The effectiveness and superiority of the new algorithm are verified by simulation analysis.

Key words: Signal processing; Robust beamforming; Coherent interference; Direction Of Arrival (DOA) estimation error; Multistage blocking

1 引言

自适应波束形成算法可根据信号环境变化自适应地实现权向量寻优, 在增强期望信号的同时有效抑制干扰信号和噪声, 被广泛应用在信号处理的众多领域^[1,2]。在干扰信号和期望信号互不相关的理

想情况下, 传统自适应波束形成方法能够实现有效的空域滤波并最大化阵列接收系统的输出信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)。但在实际条件下, 空间中往往存在智能同频干扰、多径信号等相关、甚至相干干扰, 相关信号之间存在确定的相位关系会导致采样协方差矩阵缺秩^[3,4], 此时采用常规自适应波束形成会导致期望信号与相关干扰抵消, 使得算法性能急剧下降。

目前相关信号波束形成算法可分为多径信号合成和相关干扰抑制两类。前者从利用多径信号中的信源信息角度出发, 将各径信号作为期望信号进行

收稿日期: 2018-04-11; 改回日期: 2019-05-16; 网络出版: 2019-05-25

*通信作者: 唐敏 tangminmvp@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61703433)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61703433)

波束形成, 经典算法包括线性约束最小方差(Linearly Constrained Minimum Variance, LCMV)波束形成算法^[5]、迭代二次最大似然(Iterative Quadratic Maximum Likelihood, IQML)波束形成算法^[6]、基于特征空间的多径信号合成算法^[7]等。这类算法多要求各径信号波达角已知, 或各径信号的波达角可估计得到, 且无法应用于空间中存在相关干扰信号的场景。

相关干扰抑制算法将相关信号作为干扰进行抑制, 得到了广泛的研究。文献^[8]在相干干扰信号上设置强制0陷约束, 并利用输出最大信干噪比准则对非相干干扰实现自适应抑制。文献^[9]提出Duvall算法, 其通过空域变换消去期望信号得到仅含干扰和噪声的数据, 再利用常规波束形成得到最优权矢量。文献^[10]在文献^[9]的基础上, 利用参考阵元接收数据的相关矢量估计干扰子空间, 并将期望信号导向矢量在信号干扰子空间中的投影作为最优权矢量。文献^[11]设计出一种裂相变换矩阵, 通过虚拟陷零方式实现对多个相干干扰的抑制。

上述方法都依赖于期望信号或干扰信号波达角(Direction Of Arrival, DOA)的先验信息, 对角度估计误差敏感^[12,13]。但实际工程中DOA估计偏差往往难以避免, 这就导致算法性能下降。为此有学者提出通过恢复采样协方差矩阵的秩解相关。文献^[14]利用子阵协方差矩阵的均值代替采样协方差矩阵, 提出一种空间平滑(Spatial-Smoothing, SS)算法, 通过平滑方法降低期望信号与干扰间的相关性。文献^[15]在对SS算法进行改进, 先将子阵输出的自相关矩阵进行互相关, 然后将前后向互相关矩阵平均后的协方差矩阵作为修正后的空间平滑矩阵。文献^[16]则采用变对角加载量方式以较小计算量的代价提高了空间平滑算法的稳健性。该类算法虽无需干扰信号DOA已知, 但牺牲了阵列孔径导致阵列增益损失^[17]。文献^[18]提出Toeplitz矩阵重构算法(Toeplitz algorithm, TOP), 将采样协方差矩阵沿对角斜线取平均, 恢复采样矩阵的Toeplitz性。文献^[19]进一步将各阵元接收数据与参考阵元接收数据的相关函数依序排列形成Hermitian Toeplitz矩阵作为采样协方差矩阵的估计。该算法虽然能在一定程度上解相关, 但可能引起噪声子空间的扰动, 产生较大方向图畸变, 导致主峰偏移, 因此波束形成增益较低。

针对现有相干波束形成算法存在的问题, 本文以Duvall结构为基础, 提出一种基于多级阻塞的相干波束形成算法。本方法利用多级阻塞提高算法对期望信号波达角估计误差的稳健性, 同时通过推导全阵扩展变换避免阵列孔径损失。

2 信号模型及Duvall算法

2.1 阵列信号模型

考虑 M 阵元的均匀直线阵, 假设阵元各向同性, 且不存在通道不一致性和阵元互耦等阵列误差, t 时刻波束形成器的输出可表示为

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$ 为阵列加权矢量, $[\cdot]^H$ 表示复共轭转置, $y(t)$ 为阵列输出, $\mathbf{x}(t)$ 为 $M \times 1$ 维阵列接收信号矢量, 有

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_{M,0} s_d + \sum_{q=1}^Q \mathbf{a}_{M,q} s_q + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

其中, $s_d, s_q, q=1, 2, \dots, Q$ 和 $\mathbf{n}(t)$ 分别为期望信号、干扰信号和高斯白噪声。 $\mathbf{a}_{M,i} = [1, e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_i}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d/\lambda \sin \theta_i}]^T, i=0, 1, \dots, Q$ 表示 M 元均匀直线阵对 θ_i 来向信号的导向矢量, d 表示阵元间距, λ 表示波长。

为方便表达, 将式(2)进一步表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}_M \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3)$$

其中, $\mathbf{s}(t) = [s_d, s_1, \dots, s_Q]^T$, 导向矢量矩阵 $\mathbf{A}_M = [\mathbf{a}_{M,0}, \mathbf{a}_{M,1}, \dots, \mathbf{a}_{M,Q}]$ 。

2.2 Duvall相干波束形成技术

Duvall算法首先利用均匀线阵的性质, 将阵列划分为两个子阵(如图1)。假设 $\mathbf{x}_i(t), i=1, 2, \dots, M$ 为第 i 个阵元的接收信号矢量, 两个子阵的接收矢量可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}^1(t) &= [\mathbf{x}_1(t) \mathbf{x}_2(t) \dots \mathbf{x}_{M-1}(t)]^T \\ \mathbf{x}^2(t) &= [\mathbf{x}_2(t) \mathbf{x}_3(t) \dots \mathbf{x}_M(t)]^T \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

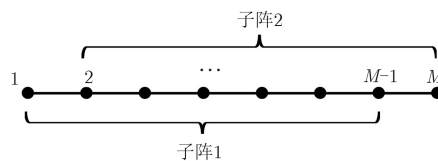


图1 Duvall阵列结构示意图

根据子阵间接收信号的相位关系, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\text{Sub}}(t) &= \mathbf{x}^1(t) - e^{j2\pi d/\lambda \sin \theta_0} \mathbf{x}^2(t) \\ &= \mathbf{A}_{M-1} \mathbf{s}(t) - e^{j2\pi d/\lambda \sin \theta_0} \mathbf{A}_{M-1} \mathbf{D} \mathbf{s}(t) \\ &\quad + \mathbf{n}^1(t) - e^{j2\pi d/\lambda \sin \theta_0} \mathbf{n}^2(t) \\ &= \mathbf{A}_{M-1} \left[\mathbf{I}_{1+Q} - e^{j2\pi d/\lambda \sin \theta_0} \mathbf{D} \right] \mathbf{s}(t) \\ &\quad + \mathbf{n}^1(t) - e^{j2\pi d/\lambda \sin \theta_0} \mathbf{n}^2(t) \\ &= \mathbf{A}_{M-1}^1 \mathbf{D}_1 [s_1, s_2, \dots, s_Q]^T + \mathbf{n}^1(t) \\ &\quad - e^{j2\pi d/\lambda \sin \theta_0} \mathbf{n}^2(t) \end{aligned} \quad (5)$$

其中， $D = \text{diag}[e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_0}, e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_1}, \dots, e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_Q}]$ ， $A_{M-1}^1 = [\mathbf{a}_{M-1,1}, \mathbf{a}_{M-1,2}, \dots, \mathbf{a}_{M-1,Q}]$ ， $D_1 = I_Q - e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_0} \cdot \text{diag}[e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_1}, e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_2}, \dots, e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_Q}]$ 。

由式(5)可知 $\mathbf{x}_{\text{Sub}}(t)$ 去除了期望信号，仅含干扰和噪声信息，从而有效解决了期望信号与相干干扰的对消问题。波束形成器的加权矢量可通过最小方差无失真响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)方法求得

$$\left. \begin{aligned} & \min_w \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{\text{Sub}} \mathbf{w} \\ & \text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}_{M-1,0} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中， $\mathbf{R}_{\text{Sub}} = E[\mathbf{x}_{\text{Sub}}(t) \mathbf{x}_{\text{Sub}}^H(t)]$ 为 $\mathbf{x}_{\text{Sub}}(t)$ 的协方差矩阵。利用Lagrange乘子法得到相应的权值

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} 1 & -e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} & & & 0 \\ & 1 & -e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & 0 & & 1 & -e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} \end{bmatrix}_{(M-k) \times (M-k+1)} \quad (8)$$

设第 k 级阻塞的输出信号矢量为 $\mathbf{z}_k(t)$ ，则其为 $M-k$ 维的列向量，它同时也是第 $k+1$ 级阻塞的输入。以第 k 级阻塞为例，对具体过程进行说明。

依序取第 k 级阻塞的输入 $\mathbf{z}_{k-1}(t)$ 的前 $M-k$ 和后 $M-k$ 个元素分别构成信号矢量 $\mathbf{z}_{k-1}^1(t)$ 和 $\mathbf{z}_{k-1}^2(t)$ ，假设期望信号DOA估计值为 $\tilde{\theta}_0$ ，则 $\mathbf{z}_k(t)$ 表示为

$$\mathbf{z}_k(t) = \mathbf{z}_{k-1}^1(t) - e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} \mathbf{z}_{k-1}^2(t) \quad (9)$$

利用阻塞矩阵将式(9)进一步表示为

$$\mathbf{z}_k(t) = \mathbf{B}_k \mathbf{z}_{k-1}(t) \quad (10)$$

由此可知连续 k 级阻塞可表示为对应的 k 个阻塞矩阵连乘的形式，因此

$$\mathbf{z}_k(t) = \mathbf{B}_k \mathbf{B}_{k-1} \cdots \mathbf{B}_1 \mathbf{x}(t) \quad (11)$$

以下对算法原理进行推导：

设第 i 个信号的DOA真实值为 θ_i ，取 $\alpha_i = e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_i}$ ， $i=0, 1, \dots, Q$ ，则其对 $M-k$ 元阵列的阵列流型可表示为 $\mathbf{a}_{M-k,i} = [1, \alpha_i, \dots, \alpha_i^{M-k-1}]^T$ ，其中 $[\cdot]^T$ 表示矩阵转置。假设 $\beta_i = 1 - e^{-j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} \alpha_i$ ， $i=0, 1, \dots, Q$ ，忽略系统噪声，第1级阻塞的输出 $\mathbf{z}_1(t)$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1(t) &= \mathbf{B}_1 \mathbf{x}(t) = \mathbf{B}_1 [\mathbf{a}_{M,0}s_0 + \mathbf{a}_{M,1}s_1 + \cdots + \mathbf{a}_{M,Q}s_Q] \\ &= (1 - e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} \alpha_0) \mathbf{a}_{M-1,0}s_0 + \cdots \\ &\quad + (1 - e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} \alpha_Q) \mathbf{a}_{M-1,Q}s_Q \\ &= \beta_0 \mathbf{a}_{M-1,0}s_0 + \beta_1 \mathbf{a}_{M-1,1}s_1 \\ &\quad + \cdots + \beta_Q \mathbf{a}_{M-1,Q}s_Q \end{aligned} \quad (12)$$

继续对 $\mathbf{z}_1(t)$ 进行第2级阻塞得到

$$\mathbf{w}_{\text{Duvall}} = \mathbf{R}_{\text{Sub}}^{-1} \mathbf{a}_{M-1,0} \quad (7)$$

$\mathbf{w}_{\text{Duvall}}$ 在准确已知 θ_0 时可取得很好的输出性能，但当 θ_0 存在误差时，期望信号无法被完全消除，导致其泄露到干扰噪声子空间中与相干干扰产生对消，造成波束形成性能下降。为此本文提出一种基于多级阻塞的相干波束形成算法，以提高对期望信号波达角估计误差的稳健性。

3 基于多级阻塞的稳健相干自适应波束形成

3.1 多级阻塞矩阵的构造及稳健性分析

基于多级阻塞的相干波束形成在Duvall结构的基础上，为充分消去期望信号采用多级阻塞方法对输入信号进行预处理。定义第 k 级阻塞的阻塞矩阵 \mathbf{B}_k 如式(8)

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_2(t) &= \mathbf{B}_2 \mathbf{z}_1(t) = \mathbf{B}_2 [\beta_0 \mathbf{a}_{M-1,0}s_0 + \cdots \\ &\quad + \beta_Q \mathbf{a}_{M-1,Q}s_Q] = (1 - e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} \alpha_0) \\ &\quad \cdot \beta_0 \mathbf{a}_{M-2,0}s_0 + \cdots + (1 - e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} \alpha_Q) \\ &\quad \cdot \beta_Q \mathbf{a}_{M-2,Q}s_Q = \beta_0^2 \mathbf{a}_{M-2,0}s_0 + \beta_1^2 \mathbf{a}_{M-2,1}s_1 \\ &\quad + \cdots + \beta_Q^2 \mathbf{a}_{M-2,Q}s_Q \end{aligned} \quad (13)$$

同理可以推出 k 级阻塞后所得信号矢量 $\mathbf{z}_k(t)$ 的表达式

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k(t) &= \beta_0^k \mathbf{a}_{M-k,0}s_0 + \beta_1^k \mathbf{a}_{M-k,1}s_1 + \cdots \\ &\quad + \beta_Q^k \mathbf{a}_{M-k,Q}s_Q \end{aligned} \quad (14)$$

设期望信号DOA估计误差为 $\Delta\theta_0$ ，则 $\theta_0 = \tilde{\theta}_0 + \Delta\theta_0$ ，可得

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= 1 - e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} e^{-j2\pi d/\lambda \sin(\tilde{\theta}_0 + \Delta\theta_0)} \\ &= 1 - e^{j2\pi d/\lambda [\sin \tilde{\theta}_0 - \sin(\tilde{\theta}_0 + \Delta\theta_0)]} \\ \beta_i &= 1 - e^{j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0} e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_i} \\ &= 1 - e^{j2\pi d/\lambda (\sin \tilde{\theta}_0 - \sin \theta_i)}, i=1, 2, \dots, Q \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

虽然 $\tilde{\theta}_0$ 存在误差但 $\Delta\theta_0$ 值较小，同时与 θ_i ($i=1, 2, \dots, Q$)相比 $\tilde{\theta}_0$ 更接近于 θ_0 ，则

$$1 > |\beta_i| > |\beta_0|, i=1, 2, \dots, Q \quad (16)$$

因此随 k 的增加 β_0^k 迅速收敛到0，且干扰信号系数 β_i^k 减小幅度有限。当 k 取值适当时预处理后的信号 $\mathbf{z}_k(t)$ 中几乎不含期望信号，仅包含干扰和噪声信息。由此可知算法在抑制期望信号的同时能保持干扰空域特性不变，稳健性得到提高。

此时 $\mathbf{z}_k(t)$ 的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_k &= \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{z}_k(t) \mathbf{z}_k^H(t) = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{B}_k \mathbf{B}_{k-1} \cdots \\ &\quad \cdot \mathbf{B}_1 \mathbf{z}(t) \mathbf{z}^H(t) \mathbf{B}_1^H \cdots \mathbf{B}_{k-1}^H \mathbf{B}_k^H \\ &= \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L \mathbf{B} \mathbf{z}(t) \mathbf{z}^H(t) \mathbf{B}^H \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_k \mathbf{B}_{k-1} \cdots \mathbf{B}_1 \quad (18)$$

在此基础上根据MVDR准则构建波束形成器

$$\min_w \mathbf{w}^H \mathbf{R}_k \mathbf{w}, \quad \text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}_{M-k,0} = 1 \quad (19)$$

3.2 最优权矢量的获取

为充分抑制期望信号同时减小对干扰信号的衰减, 需要根据系统波达角估计误差最大值 $\Delta\theta$ 选择适当的阻塞级数 k 。原则上 $\Delta\theta$ 越大 k 越大, 根据实验取式(20)成立时 k 的最小值

$$\left| 1 - e^{j2\pi d/\lambda \sin(\Delta\theta)} \right|^k < 0.04, \quad \text{s.t. } k > 1 \quad (20)$$

其中, $|\cdot|$ 表示取模。

上述过程中每进行一级阻塞操作, 输出信号 $\mathbf{z}_k(t)$ 的维数就下降1维, k 级阻塞后得到的波束形成权矢量 \mathbf{w} 为 $M-k$ 维, 只能对 $M-k$ 元子阵的接收信号进行加权合成, 存在阵列孔径损失。为此有必要根据子阵的权矢量 \mathbf{w} 获取全阵波束形成权矢量 \mathbf{w}_{opt} , 弥补孔径损失。

忽略噪声, 空间中只存在期望信号时阵元之间存在确定的相位关系, 即相邻阵元之间的相位差为 $\gamma = e^{j2\pi d/\lambda \sin \theta_0}$ 。此时子阵与全阵阵列流型间的关系可用一个等式表达

$$c \mathbf{A}_{M-k} = \mathbf{F} \mathbf{A}_M \quad (21)$$

其中 c 为非0常数, 且

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & \cdots & \gamma^k & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \gamma & \cdots & \gamma^k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \gamma & \cdots & \gamma^k \end{bmatrix}_{(M-k) \times M}$$

噪声忽略不计, 此时利用全阵与子阵的归一化权矢量的加权输出相等

$$\mathbf{y}_{\text{opt}}(t) = \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}_{\text{part}}(t) \quad (22)$$

其中, $\mathbf{x}_{\text{part}}(t)$ 表示子阵输入信号。假设全阵扩展变换矩阵为 \mathbf{T} , 即

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{T} \mathbf{w} \quad (23)$$

根据式(21)–式(23)可得

$$\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{A}_M \mathbf{s}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{A}_{M-k} \mathbf{s}(t) \quad (24)$$

根据假设可知此时空间中只存在期望信号, 结合式(24)可以得到

$$(\mathbf{T} \mathbf{w})^H \mathbf{a}_{M,0} \mathbf{s}(t) = \mathbf{w}^H (1/c \mathbf{F} \mathbf{a}_{M,0}) \mathbf{s}(t) \quad (25)$$

因此忽略常数 c 可得变换矩阵 \mathbf{T} 为

$$\mathbf{T} = \mathbf{F}^H \quad (26)$$

空间中存在干扰信号时, 仍采用式(23)将子阵权矢量扩展变换为全阵权矢量, 以下对全阵波束形成性能进行分析, 验证其有效性。

忽略噪声, 干扰存在时扩展变换后全阵波束形成的输出为

$$\mathbf{y}_{\text{opt}}(t) = \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{w}^H (\mathbf{T}^H \mathbf{A}_M) \mathbf{s}(t) \quad (27)$$

令 $\mathbf{A}_{M,m}$ 表示阵列流型矩阵 \mathbf{A}_M 的第 m 行, 可得

$$\mathbf{T}^H \mathbf{A}_M = \mathbf{T}^H \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{M,1} \\ \mathbf{A}_{M,2} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{M,M} \end{bmatrix} \quad (28)$$

由3.1节 $\alpha_i = e^{-j2\pi d/\lambda \sin \theta_i}$, $i=0, 1, \dots, Q$ 有 $\mathbf{A}_{M,m} = [\alpha_0^{m-1}, \alpha_1^{m-1}, \dots, \alpha_Q^{m-1}]$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{M,1} \\ \mathbf{A}_{M,2} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{M,M-k} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \alpha_0^{2-1} & \alpha_1^{2-1} & \cdots & \alpha_Q^{2-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_0^{M-k-1} & \alpha_1^{M-k-1} & \cdots & \alpha_Q^{M-k-1} \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{a}_{M-k,0}, \mathbf{a}_{M-k,1}, \dots, \mathbf{a}_{M-k,Q}] \end{aligned} \quad (29)$$

因此式(28)可进一步表示为

$$\mathbf{T}^H \mathbf{A}_M = \mathbf{A}_{M-k} \begin{bmatrix} u_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & u_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_Q \end{bmatrix} \quad (30)$$

其中,

$$\begin{aligned} u_i &= 1 + \gamma^{-1} \alpha_i + (\gamma^{-1} \alpha_i)^2 + \cdots \\ &\quad + (\gamma^{-1} \alpha_i)^k, \quad i=0, 1, \dots, Q \end{aligned} \quad (31)$$

又 $\gamma = e^{-j2\pi d/\lambda \sin \tilde{\theta}_0}$, 故

$$\left. \begin{aligned} \gamma^{-1} \alpha_0 &= e^{-j2\pi d/\lambda (\sin \theta_0 - \sin \tilde{\theta}_0)} \\ \gamma^{-1} \alpha_i &= e^{-j2\pi d/\lambda (\sin \theta_i - \sin \tilde{\theta}_0)}, \quad i=1, 2, \dots, Q \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

与 θ_i 相比, $\tilde{\theta}_0$ 更接近于 θ_0 , 因此 $|u_0| \approx k+1$ 且 $|u_0| \gg |u_i|$, $i=1, 2, \dots, Q$ 。可见存在干扰信号时全阵扩展变换仍能有效增强期望信号, 提高输出信干噪比。

4 仿真实验

考虑间隔半波长的15元均匀线阵, 以阵列法线为参考方向, 1个期望信号、2个相干干扰信号、2个不相关干扰信号分别从 $[20^\circ, -30^\circ, 70^\circ, -50^\circ, 40^\circ]$

入射。其中相干干扰与期望信号的相关系数为1, 干扰信号的信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)为20 dB, 阵元噪声采用高斯白噪声。实验中快拍数取200, 输出SINR的实验结果由200次Monte-Carlo仿真平均得到。

4.1 阻塞级数确定方法的有效性分析

本节通过仿真实验分析所提阻塞级数确定方法的有效性。将期望信号信噪比设置为10 dB, 并将其波达角估计误差 $\Delta\theta$ 从 0° 变化到 5° 。分别取 $k=1, 2, \dots, 5$, 绘制不同 k 的取值时输出SINR随波达角估计误差的变化曲线。将不同条件下输出SINR最大时的 k 值作为最优值 k_e , 并根据式(20)得到相应条件下 k 的估计值 \hat{k} 。通过比较 \hat{k} 和 k_e 的值可验证 k 的估计方法是否有效, \hat{k} 的值越接近 k_e 则式(20)的有效性越好。

从图2中曲线可看出, 同一实验条件下, 阻塞级数过高时阵列系统输出信干噪比损失较大, 这是由于阵列孔径损失造成。当阻塞级数取值过小时, 因算法稳健性有限, 在角度失配较大时算法的输出信干噪比下降较多。由于多级阻塞和全阵扩展变换对系统输出信干噪比的综合作用效果不是线性的, 因此本文根据多次仿真实验的结果建立阻塞级数与输出信干噪比关系的数学模型, 据此得到多级阻塞的级数的取值方法。且从图2中可以发现, 多级阻塞算法的输出信干噪比始终高于采用单级阻塞的传统Duvall算法, 体现出本文算法对系统输出性能的改善。

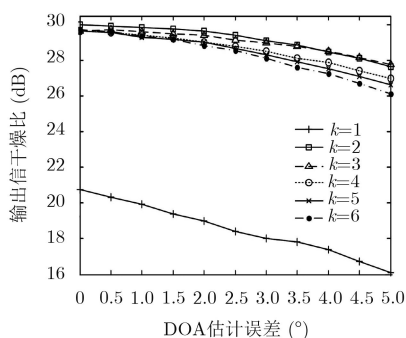


图2 不同 k 值下输出SINR随DOA估计误差的变化曲线

根据图2可知, 仿真条件下 $\Delta\theta \in [0^\circ, 3^\circ]$ 时 $k_e=2$, $\Delta\theta \in [3^\circ, 5^\circ]$ 时 $k_e=3$ 。同时根据式(20)可得, $\Delta\theta \in [0^\circ, 3.5^\circ]$ 时 $\hat{k}=2$, $\Delta\theta \in [3.5^\circ, 5^\circ]$ 时 $\hat{k}=3$ 。比较 \hat{k} 和 k_e 的值可以发现绝大多数情况下 $\hat{k}=k_e$ 。当 $\Delta\theta=3^\circ$ 时虽然有 $\hat{k} \neq k_e$, 但此时两者的输出SINR只相差了0.1 dB, k 取值造成的算法性能变化可以忽略不计, 因此实验验证表明文中估计阻塞级数 k 的方法具有一定有效性及合理性。

4.2 算法性能分析

本节通过仿真实验对所提算法的性能进行验证和分析。假设系统波达角估计误差最大值为 5° , 取 $k=3$ 。将变对角加载量的前后向空间平滑算法^[15]、Toeplitz协方差矩阵重构算法^[20]、Duvall算法、部分波束形成的多级阻塞相干波束形成算法作为对比, 进行性能比较。其中用于对比的前后向空间平滑算法采用4个9元子阵的形式。

实验1 波束形成图分析 期望信号信噪比取10 dB, DOA估计误差取 2° , 仿真得到自适应阵列方向图。

由图3可知, 在期望信号方向上Duvall算法及本文算法仍保持较大增益值, 在干扰信号来向上本文算法均可形成0陷, 且全阵算法0陷最深、旁瓣电平最低。因此基于重复阻塞的相干波束形成算法能形成有效的波束和0陷, 能够在相干干扰和波达角估计误差的条件下保持较强稳健性, 在增强期望信号的同时有效地抑制干扰。

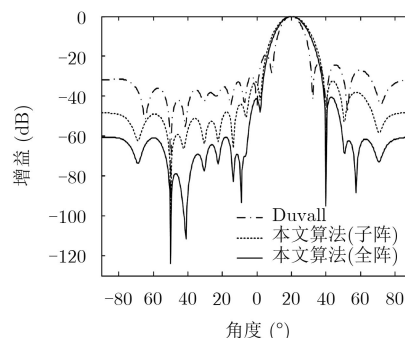


图3 波束形成图

实验2 算法性能分析 期望信号SNR取10 dB, 其DOA误差从 0° 变化到 5° , 仿真输出SINR与期望信号DOA误差的关系曲线; DOA误差取 0° , 仿真输出SINR随快拍数变化的关系曲线; DOA误差取 0° , SNR取10 dB, 仿真输出SINR与快拍数的关系曲线。

分析图4(a)可知, 变加载量对角加载空间平滑算法(VL-SS)对DOA误差敏感, 在DOA失配时输出SINR损失较大。协方差矩阵重构算法(TOP)虽然对角度失配稳健性较好, 但输出信噪比不高。Duvall具有输出性能较好, 但其输出SINR随着DOA误差的增大而下降。这说明本文算法的输出性能较好, 重复阻塞能够显著提高对DOA误差的稳健性, 在DOA误差较大时该优势尤为明显。且其中全阵算法输出SINR高于子阵算法, 验证了扩展变换的有效性。

由图4(b)可看出, 除空间平滑算法在输入信号

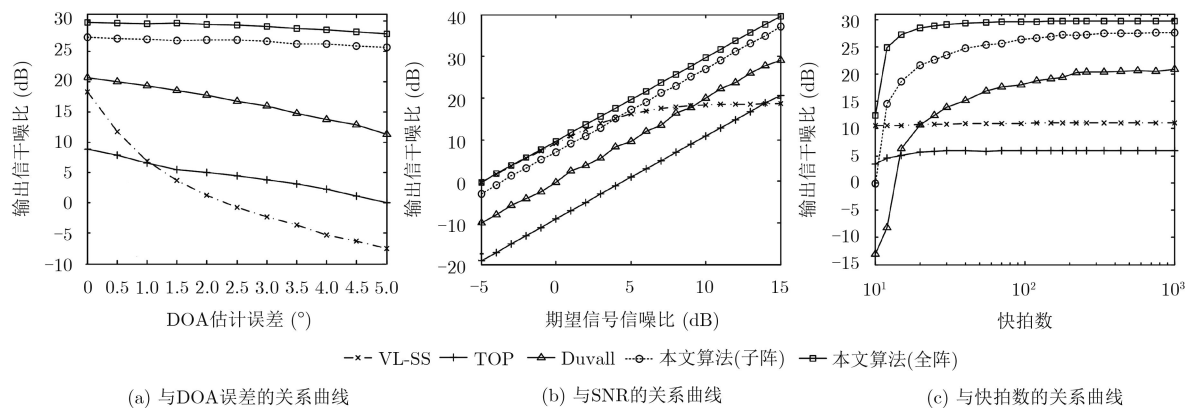


图4 输出SINR的关系曲线

SNR大于一定值时输出SINR会达到稳定状态外,其余算法输出SINR均始终随输入期望信号SNR的增加而增大,且本文算法的输出SINR最大。

图4(c)给出了不同快拍数条件下波束形成器输出SINR的变化。总体看变加载量空间平滑算法和Toeplitz矩阵重构的收敛性较好,其余3种算法收敛性相近,且相比于Duvall算法本文算法能够更快收敛。

5 结论

本文提出了一种基于多级阻塞的相干波束形成算法。与传统相干波束形成算法相比,本文方法无需干扰信号来向的先验信息,利用多级阻塞方法提高了对波达角估计误差的稳健性,并通过全阵扩展变换降低了输出信噪比的损失。在期望信号波达角误差较大情况下,本文算法可以有效解决波束形成中主峰偏移、副瓣较高等问题,能够实现对于相干干扰和非相干干扰的有效抑制,使系统输出性能得到改善。

参考文献

- [1] GABRIEL W F. Adaptive arrays-an introduction[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1976, 64(2): 239-272. doi: [10.1109/proc.1976.10095](https://doi.org/10.1109/proc.1976.10095).
- [2] RUAN Hang and DE LAMARE R C. Robust adaptive beamforming based on low-rank and cross-correlation techniques[C]. *Proceedings of 2015 European Signal Processing Conference, Nice, France, 2015*: 854-858. doi: [10.1109/eusipco.2015.7362504](https://doi.org/10.1109/eusipco.2015.7362504).
- [3] SINGH H and JHA R M. Trends in adaptive array processing[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2012, 2012: 361768. doi: [10.1155/2012/361768](https://doi.org/10.1155/2012/361768).
- [4] BRESLER Y, REDDY V U, and KAILATH T. Optimum beamforming for coherent signal and interferences[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1988, 36(6): 833-843. doi: [10.1109/29.1594](https://doi.org/10.1109/29.1594).
- [5] ZHANG Linrang, SO H C, PING L, *et al.* Adaptive multiple-beamformers for reception of coherent signals with known directions in the presence of uncorrelated interferences[J]. *Signal Processing*, 2004, 84(10): 1861-1873. doi: [10.1016/j.sigpro.2004.06.012](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2004.06.012).
- [6] AGRAWAL M, ABRAHAMSSON R, and ÅHGREN P. Optimum beamforming for a nearfield source in signal-correlated interferences[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(5): 915-923. doi: [10.1016/j.sigpro.2005.07.017](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2005.07.017).
- [7] WANG Cheng, TANG Jun, and WU Ying. Eigenspace-based beamforming technique for multipath coherent signals reception[J]. *Signal Processing*, 2016, 128: 150-154. doi: [10.1016/j.sigpro.2016.03.028](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.03.028).
- [8] LEE T S and LIN T T. Coherent interference suppression with complementally transformed adaptive beamformer[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1998, 46(5): 609-617. doi: [10.1109/8.668901](https://doi.org/10.1109/8.668901).
- [9] WIDROW B, DUVAL K, GOOCH R, *et al.* Signal cancellation phenomena in adaptive antennas: Causes and cures[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1982, 30(3): 469-478. doi: [10.1109/TAP.1982.1142804](https://doi.org/10.1109/TAP.1982.1142804).
- [10] CHOI Y H. Duvall-structure-based fast adaptive beamforming for coherent interference cancellation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(10): 739-741. doi: [10.1109/LSP.2007.898322](https://doi.org/10.1109/LSP.2007.898322).
- [11] 路鸣. 窄带相干干扰自适应抑制的裂相变换法[J]. *电子学报*, 1993, 21(4): 13-20. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.1993.04.003](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.1993.04.003).
LU Ming. Coherent interference suppression by using split-polarity transformation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 1993, 21(4): 13-20. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.1993.04.003](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.1993.04.003).
- [12] 黄磊. 非理想条件下的自适应波束形成算法研究[D]. [博士学位论文], 中国科学技术大学, 2016: 7-8.
HUANG Lei. Adaptive beamforming algorithms under nonideal conditions[D]. [Ph.D. dissertation], University of Science and Technology of China, 2016: 7-8.

- [13] 黄超, 张剑云, 朱家兵, 等. 一种相干信号自适应波束形成零陷展宽算法[J]. 现代雷达, 2016, 38(10): 23–28.
HUANG Chao, ZHANG Jianyun, ZHU Jiabing, *et al.* Adaptive beamforming of coherent signals with null widening[J]. *Modern Radar*, 2016, 38(10): 23–28.
- [14] MAHESWARA REDDY K and REDDY V U. Analysis of spatial smoothing with uniform circular arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(6): 1726–1730. doi: [10.1109/78.765150](https://doi.org/10.1109/78.765150).
- [15] 吴向东, 马仑, 梁中华. 一种改进的加权空间平滑算法[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(4): 824–829.
WU Xiangdong, MA Lun, and LIANG Zhonghua. Improved weighted spatial smoothing algorithm[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2015, 30(4): 824–829.
- [16] ZHUANG Jie, YE Qian, TAN Qiushi, *et al.* Low-complexity variable loading for robust adaptive beamforming[J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(5): 338–340. doi: [10.1049/el.2015.3844](https://doi.org/10.1049/el.2015.3844).
- [17] 周围, 张德民, 吴波, 等. 相干环境下LCMV自适应阵列抗干扰问题研究[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(7): 1604–1607.
ZHOU Wei, ZHANG Demin, WU Bo, *et al.* Study on interference suppression for LCMV adaptive array in coherent environment[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(7): 1604–1607.
- [18] KUNG S, LO C, and FOKA R. A Toeplitz approximation approach to coherent source direction finding[C]. Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Tokyo, Japan, 1986: 193–196. doi: [10.1109/ICASSP.1986.1169108](https://doi.org/10.1109/ICASSP.1986.1169108).
- [19] LIU Yanyan, SUN Xiaoying, and ZHAO Shishun. A covariance matrix shrinkage method with Toeplitz rectified target for DOA estimation under the uniform linear array[J]. *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 2017, 81: 50–55. doi: [10.1016/j.aeue.2017.06.026](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2017.06.026).
- [20] WU Xiaohuan, ZHU Weiping, and YAN Jun. A Toeplitz covariance matrix reconstruction approach for direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, 66(9): 8223–8237. doi: [10.1109/TVT.2017.2695226](https://doi.org/10.1109/TVT.2017.2695226).
- 唐 敏: 女, 1994年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理和波束形成技术.
- 齐 栋: 男, 1993年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理和DOA估计.
- 刘成城: 男, 1986年生, 讲师, 研究方向为数字波束形成技术.
- 赵拥军: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理.