

波束-多普勒酉 ESPRIT 多目标 DOA 估计

文 才^① 吴建新^② 王 彤^② 周 延^{*①} 彭进业^①

^①(西北大学信息科学与技术学院 西安 710069)

^②(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘 要: 高分辨波达方向(DOA)估计是地基/空基预警雷达实现主波束内多目标精细跟踪需要解决的关键问题。针对上述问题,该文提出一种波束-多普勒酉 ESPRIT 多目标 DOA 估计算法。该方法首先通过时域平滑技术构造多个快拍。然后采用中心共轭对称傅里叶变换矩阵将数据变换至波束-多普勒域,同时保留旋转不变结构。最后采用实值 ESPRIT 算法估计目标的 DOA。所提方法充分利用了信号的时域信息来改善空域参数估计性能,同时具有较低的计算复杂度。实验结果证明了所提方法的有效性。

关键词: 波达方向估计; 目标跟踪; 时域平滑技术; 波束空间 ESPRIT

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)05-1136-08

DOI: 10.11999/JEIT170707

Multi-target DOA Estimation Using Beam-Doppler Unitary ESPRIT

WEN Cai^① WU Jianxin^② WANG Tong^② ZHOU Yan^① PENG Jinye^①

^①(School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710069, China)

^②(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: High-resolution Direction Of Arrival (DOA) estimation is a critical issue for mainbeam multi-target tracking in ground-based or airborne early warning radar system. A Beam-Doppler Unitary ESPRIT (BD-UESPRIT) algorithm is proposed to deal with this problem. Firstly, multiple snapshots without spatial aperture loss are obtained using the technique of time-smoothing. Then the conjugate centrosymmetric Discrete Fourier Transform (DFT) matrix is used to transform the extracted data into beam-Doppler domain. Finally, the rotational invariance property of the space-time beam is exploited to estimate DOA. Since the proposed algorithm takes full advantage of temporal information and is implemented in low-dimensional beamspace, the DOA estimation accuracy can be improved greatly with dramatically reduced computational complexity. Numerical examples are given to verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: DOA estimation; Target tracking; Time-smoothing; Beamspace ESPRIT

1 引言

波束内多目标的分辨是地基/机载预警雷达对主波束内多个目标进行精细跟踪时需要解决的关键问题。多目标编队飞行时很容易落入同一距离单元或相邻距离单元,仅依靠脉冲压缩技术很难从距离上对这些目标进行分离。同时,由于预警雷达的相干积累时间通常较短,仅从多普勒维对径向速度接近的目标进行分离也很困难。本文考虑从空间维通过高精度的角度测量来分辨主瓣内的多个目标。

经典测角方法主要包括基于和差波束的比幅测角和多波束比幅测角等方法^[1]。但是,当波束内存在多个目标时,传统测角方法将失效。在不增加雷达系统硬件的前提下,可考虑采用空域超分辨技术来实现波束内多目标的分辨。经典的空域超分辨算法主要包括最大似然(Maximum Likelihood, ML)^[2]、多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)^[3]、旋转不变目标参数估计技术(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)^[4]及其相应的快速算法^[5-7]。这些超分辨算法只利用了 1 维空域信息,时域脉冲通常当作快拍来使用,当两信号波达方向之间的夹角变小时,角度估计性能会变差,尤其是在低信噪比、少快拍数时,其性能下降非常严重。实际上对

收稿日期: 2017-07-19; 改回日期: 2018-01-03; 网络出版: 2018-02-05

*通信作者: 周延 yanzhou@nwu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61471285, 61371233), 陕西省教育厅科研计划项目(17JK0789)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61471285, 61371233), The Scientific Research Plan of Education Department of Shanxi Province (17JK0789)

于预警雷达来说, 目标信号的时域信息(例如各目标多普勒频率的差异)是可以利用的。在波达方向估计中, 利用信号的时域信息, 本质上是将空域 1 维参数估计问题转化为空时 2 维参数估计问题, 一般情况下, 信源间的空间距离会增大。因此, 利用信号的时域结构信息, 有可能改善空域参数的估计性能, 特别是小夹角时的性能。

在空时 2 维数据结构下, 本文所涉及的问题本质上是单快拍多目标超分辨 DOA 估计问题。可以采用最大似然方法来联合估计目标的 DOA 和多普勒频率^[8], 但该方法需要进行 2 维参数搜索, 运算量很大。为了降低运算量, 文献[9]提出了降维最大似然方法, 该方法将 DOA 和多普勒频率联合估计问题解耦成两个 1 维顺序优化问题, 但是该方法仍然需要 1 维参数搜索, 并且容易收敛到局部最优解。实际上, 基于子空间的空域超分辨算法也可以扩展应用于空时 2 维参数估计, 例如 2 维 MUSIC 算法^[10], 但该算法也需要 2 维参数搜索。针对通信系统中多载频信号 DOA 估计问题, 文献[11]提出了基于 ESPRIT 的角度-频率联合估计 (Joint Angle-Frequency Estimation, JAFE) 方法, 相对于其他子空间方法, 该方法避免了 2 维参数搜索, 运算量得以降低。文献[12]紧接着又提出了基于实数运算的西 JAFE (Unitary JAFE, U-JAFE) 算法, 进一步降低了运算量。但传统 JAFE 和 U-JAFE 算法需要在阵元-脉冲域估计信号的协方差矩阵并且进行特征分解, 运算量仍然较大(特别当脉冲数或阵元数较多时)。近年来, 稀疏信号恢复技术^[13-15]已被广泛应用于阵列信号处理领域^[16-18]。虽然该技术可扩展应用于空时 2 维参数估计, 并且在低快拍数时具有较好的参数估计性能^[19], 但该类方法需要求解一个高维的优化问题, 计算量也比较大。

为了提高 DOA 估计精度同时兼顾运算量, 在单快拍空时 2 维数据模型下, 本文提出了一种基于时域平滑技术的波束-多普勒域 ESPRIT 算法。所提方法首先采用时域平滑技术获得多个空时 2 维快拍数据, 然后利用预警雷达目标检测阶段提供的空时 2 维参数粗分辨信息, 形成少量指向目标潜在区域的空时 2 维波束, 这样参数估计可在低维空间进行, 运算复杂度将显著降低。在形成空时 2 维波束时, 我们采用的是中心共轭对称傅里叶变换矩阵, 可将数据变换到波束-多普勒域的同时保留旋转不变结构。最后采用实值 ESPRIT 算法估计目标的 DOA, 进一步降低了运算量。仿真结果表明, 相对于没有利用时域信息的 DOA 估计方法, 本文方法在运算量少量增加的情况下能够显著提高 DOA 估计精度。

2 信号模型

考虑一采用矩形平面相控阵的窄带预警雷达系统, 如图 1 所示, 其发射端的探测波束由整个阵面合成, 相干积累脉冲数为 K , 接收端为由 N 个列子阵合成的等效均匀线阵。假设有 P 个相互统计独立的目标位于主波束且处于同一距离单元, 第 p ($p = 1, 2, \dots, P$) 个目标的入射角和多普勒频率分别为 θ_p 与 f_p 。经距离匹配滤波后, 该距离单元的空时快拍信号可表示为

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

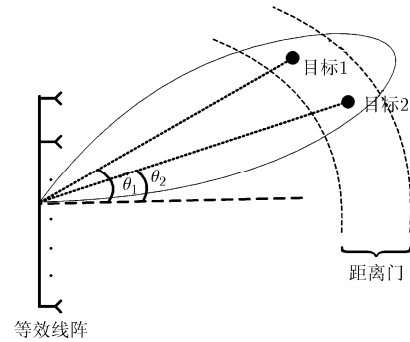


图 1 预警雷达系统多目标探测示意图

式中, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_p]$ 为 $KN \times P$ 维的导向矢量矩阵, $\mathbf{a}_p = \mathbf{a}_s(\mu_p) \otimes \mathbf{a}_t(\nu_p)$ 为第 p 个目标的空时 2 维导向矢量, 其中 $\mathbf{a}_s(\mu_p) = e^{-j(N-1)\mu_p/2} [1, e^{j\mu_p}, \dots, e^{j(N-1)\mu_p}]^T$ 和 $\mathbf{a}_t(\nu_p) = e^{-j(K-1)\nu_p/2} [1, e^{j\nu_p}, \dots, e^{j(K-1)\nu_p}]^T$ 分别为第 p 个目标的空域导向矢量和时域导向矢量, 且 $\mu_p = 2\pi d \sin(\theta_p)/\lambda$, $\nu_p = 2\pi f_p T_r$, d 为列子阵间距, λ 为波长, T_r 为脉冲重复周期; $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_p]^T$ 为 P 个目标经距离匹配滤波后的复幅度向量, 其中 s_p 为第 p 个目标的复幅度; \mathbf{n} 为 $KN \times 1$ 维的零均值复高斯白噪声矢量, 其协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}_{KN}$, σ^2 表示白噪声功率, \mathbf{I}_{KN} 为 $KN \times KN$ 维的单位矩阵。可以看出, 目标的空域导向矢量和时域导向矢量都是中心共轭对称的。

为了跟踪波束内的多个目标(如图 1 所示), 雷达系统首先需要将这些目标分离开。本文考虑通过高精度 DOA 估计来实现多目标的分离, 估计得到的角度信息还可用于进一步的目标跟踪。由式(1)可以看到, 在空时 2 维信号模型下, 多目标的空时参数估计是一个单快拍多维参数估计问题, 直接在阵元-脉冲域采用 ML^[8]或 JAFE^[11]方法需要对协方差矩阵求逆和参数搜索或者高维特征分解, 运算量都

非常大。为了降低运算量，我们将在下节提出一种基于时域子孔径平滑的波束-多普勒 ESPRIT 方法。

3 波束-多普勒 ESPRIT 参数估计方法

对于预警雷达系统来说，一般是先进行目标检测再进行目标参数估计。目标检测通常在经脉冲多普勒(Pulse Doppler, PD)处理后的距离-多普勒平面进行^[1]。常规 PD 处理的角度和多普勒分辨率都不能突破瑞利限^[1]，但能够提供低精度的目标空时参数先验信息。因此，我们可以形成少量空时 2 维波束来覆盖目标所在角度和多普勒频带，这样目标参数估计可以在低维的空时 2 维波束域内进行，运算复杂度将显著降低。

3.1 时域平滑

在本文的空时 2 维数据模型下，参数估计只有一个快拍可用，但 ESPRIT 算法需要多个快拍来估计信号子空间。为了解决该问题且不损失空域孔径，本文首先对数据进行时域平滑获取多个样本(对于采用脉冲多普勒体制的预警雷达来说，增加时域孔径长度比增加空域孔径长度要容易得多)。假设时域子孔径的长度为 M (我们将 M 称为时域平滑因子)且 $M \leq K$ ，那么通过前向时域平滑可获得 $L = K - M + 1$ 个快拍，第 l ($l = 1, 2, \dots, L$) 个快拍可以表示为

$$\mathbf{x}_l = \mathbf{J}_l \mathbf{x}_0 \quad (2)$$

式中， $\mathbf{J}_l = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{J}_{t,l}$ 为第 l 个空时子孔径选择矩阵，其中 $\mathbf{J}_{t,l} = [\mathbf{0}_{M \times (l-1)}, \mathbf{I}_M, \mathbf{0}_{M \times (K-l-M+1)}]$ 为 $M \times K$ 维的时域子孔径选择矩阵，表示选择第 l 个时域子孔径。将式(1)代入式(2)可得

$$\mathbf{x}_l = \mathbf{J}_l (\mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{n}) = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{s}_l + \mathbf{n}_l \quad (3)$$

其中， $\bar{\mathbf{A}} = [\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \dots, \bar{\mathbf{a}}_P]$ 为 $MN \times P$ 维的子孔径导向矢量矩阵， $\bar{\mathbf{a}}_p = \mathbf{a}_s(\mu_p) \otimes \bar{\mathbf{a}}_t(\nu_p)$ 为第 p 个目标的空时 2 维子孔径导向矢量，其中 $\bar{\mathbf{a}}_t(\nu_p) = e^{-j(M-1)\nu_p/2} \cdot [1, e^{j\nu_p}, \dots, e^{j(M-1)\nu_p}]^T$ 为第 p 个目标的时域子孔径导向矢量； $\mathbf{s}_l = \text{diag} \left\{ e^{j[(l-1)-(K-M)/2]\nu_1}, \dots, e^{j[(l-1)-(K-M)/2]\nu_P} \right\} \mathbf{s}$ 为经时域平滑后第 l 个快拍对应的目标复幅度矢量，其中 $\text{diag} \{ \cdot \}$ 为向量对角矩阵化函数； $\mathbf{n}_l = \mathbf{J}_l \mathbf{n}$ 为第 l 个子孔径对应的噪声矢量。可以看到，经时域平滑后，时域子孔径导向矢量仍然是中心共轭对称的，并且保留了旋转不变结构。接下来我们将平滑后的数据变换至波束-多普勒域，并在波束-多普勒域采用酉 ESPRIT 算法估计目标的空时 2 维参数。

3.2 波束-多普勒域酉 ESPRIT

为了使变换后的波束和多普勒空间流型保留旋转不变性，本文采用中心共轭对称 DFT 矩阵作为波束域变换矩阵^[20]。假设波束域变换矩阵为 $\mathbf{W}_s = [\mathbf{w}_{s,1}, \mathbf{w}_{s,2}, \dots, \mathbf{w}_{s,N}]$ ，多普勒域变换矩阵为 $\mathbf{W}_t = [\mathbf{w}_{t,1}, \mathbf{w}_{t,2}, \dots, \mathbf{w}_{t,M}]$ ， \mathbf{W}_s 的第 n ($n = 1, 2, \dots, N$) 列为

$$\mathbf{w}_{s,n} = e^{-j\frac{(N-1)n2\pi}{N}} \left[1, e^{jn\frac{2\pi}{N}}, \dots, e^{j(N-1)n\frac{2\pi}{N}} \right]^T \quad (4)$$

式(4)表示将第 n 个空域波束指向空间频率 $\mu = n(2\pi/N)$ 。 \mathbf{W}_t 的第 m ($m = 1, 2, \dots, M$) 列为

$$\mathbf{w}_{t,m} = e^{-j\frac{(M-1)m2\pi}{M}} \left[1, e^{jm\frac{2\pi}{M}}, \dots, e^{j(M-1)m\frac{2\pi}{M}} \right]^T \quad (5)$$

式(5)表示将第 m 个时域波束指向多普勒频率 $\nu = m(2\pi/M)$ 。那么空时 2 维波束变换矩阵可表示为

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_s \otimes \mathbf{W}_t \quad (6)$$

将经时域平滑后的第 l 个快拍 \mathbf{x}_l 变换至波束-多普勒域可得

$$\mathbf{y}_l = \mathbf{W}^H \bar{\mathbf{A}} \mathbf{s}_l + \mathbf{W}^H \mathbf{n}_l = \mathbf{B} \mathbf{s}_l + \bar{\mathbf{n}}_l \quad (7)$$

式中， $\bar{\mathbf{n}}_l = \mathbf{W}^H \mathbf{n}_l$ 为 2 维波束域的噪声矢量， \mathbf{B} 为 空时 2 维波束域导向矢量矩阵，其表达式为

$$\mathbf{B} = \mathbf{W}^H \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{B}_s \otimes \mathbf{B}_t \quad (8)$$

式中， $\mathbf{B}_s = [\mathbf{b}_s(\mu_1), \mathbf{b}_s(\mu_2), \dots, \mathbf{b}_s(\mu_P)]$ ， $\mathbf{B}_t = [\mathbf{b}_t(\nu_1), \mathbf{b}_t(\nu_2), \dots, \mathbf{b}_t(\nu_P)]$ 分别表示波束域和多普勒域导向矢量矩阵，其中 $\mathbf{b}_s(\mu_p) = [b_{s,0}(\mu_p), b_{s,1}(\mu_p), \dots, b_{s,N-1}(\mu_p)]^T$ ， $\mathbf{b}_t(\nu_p) = [b_{t,0}(\nu_p), b_{t,1}(\nu_p), \dots, b_{t,M-1}(\nu_p)]^T$ 分别表示第 p 个目标的波束域导向矢量和多普勒域导向矢量。 $\mathbf{b}_s(\mu_p)$ 的第 n 个元素即为第 n 个波束对应的响应，可表示为

$$b_{s,n}(\mu_p) = \mathbf{w}_{s,n}^H \mathbf{a}_s(\mu_p) = \frac{\sin \left[\frac{(N/2)(\mu_p - n(2\pi/N))}{\sin \left[\frac{1}{2}(\mu_p - n(2\pi/N)) \right]} \right]}{\sin \left[\frac{1}{2}(\mu_p - n(2\pi/N)) \right]} \quad (9)$$

可以看出波束域的导向矢量为实数向量。观察式(9)可知， $b_{s,n+1}(\mu_p)$ 的分子与 $b_{s,n}(\mu_p)$ 的分子互为相反数，由此可知 $\mathbf{b}_s(\mu_p)$ 的前 $N-1$ 个相邻分量满足式(10)关系。

$$\sin \left[\frac{1}{2} \left(\mu_p - n \frac{2\pi}{N} \right) \right] b_{s,n}(\mu_p) + \sin \left[\frac{1}{2} \left(\mu_p - (n+1) \frac{2\pi}{N} \right) \right] b_{s,n+1}(\mu_p) = 0 \quad (10)$$

对式(10)进行三角函数变换可得

$$\begin{aligned} & \tan\left(\frac{\mu_p}{2}\right)\left[\cos\left(n\frac{\pi}{N}\right)b_{s,n}(\mu_p) + \cos\left((n+1)\frac{\pi}{N}\right)b_{s,n+1}(\mu_p)\right] \\ &= \sin\left(n\frac{\pi}{N}\right)b_{s,n}(\mu_p) + \sin\left((n+1)\frac{\pi}{N}\right)b_{s,n+1}(\mu_p) \end{aligned} \quad (11)$$

由于第 $n = 0$ 号波束与第 $n = N - 1$ 号波束对应的空间频率分别为 $\mu_{p,0} = 0$ 和 $\mu_{p,N-1} - 2\pi = (N - 1)/(2\pi/N) - 2\pi = -2\pi/N$, 因此这两个波束在物理空间上是相邻的。另外, 根据式(9), 令 $n = N$ 可以得到

$$\begin{aligned} b_{s,N}(\mu_p) &= \frac{\sin\left[(N/2)(\mu_p - N(2\pi/N))\right]}{\sin\left[(1/2)(\mu_p - N(2\pi/N))\right]} \\ &= \frac{\sin\left[(N/2)\mu_p - N\pi\right]}{\sin\left[(1/2)\mu_p - \pi\right]} \\ &= \frac{(-1)^N \sin\left[(N/2)\mu_p\right]}{-\sin\left[(1/2)\mu_p\right]} = (-1)^{N-1}b_{s,0}(\mu_p) \end{aligned} \quad (12)$$

结合式(12), 我们令式(11)中的 $n = N - 1$, 可以得到 $\mathbf{b}_s(\mu_p)$ 的最后一个元素 $b_{s,N-1}(\mu_p)$ 和第 1 个元素 $b_{s,0}(\mu_p)$ 之间的关系为

$$\begin{aligned} & \tan\left(\frac{\mu_p}{2}\right)\left[\cos\left((N-1)\frac{\pi}{N}\right)b_{s,N-1}(\mu_p) + \cos(\pi)(-1)^{N-1}b_{s,0}(\mu_p)\right] \\ &= \sin\left((N-1)\frac{\pi}{N}\right)b_{s,N-1}(\mu_p) + \sin(\pi)(-1)^{N-1}b_{s,0}(\mu_p) \end{aligned} \quad (13)$$

根据式(11)和式(13)可以得到关于 $\mathbf{b}_s(\mu_p)$ 的 N 个“旋转不变性”方程, 即

$$\mathbf{b}_s(\mu_p)\tan(\mu_p/2)\mathbf{G}_1\mathbf{b}_s(\mu_p) = \mathbf{G}_2\mathbf{b}_s(\mu_p) \quad (14)$$

式中, \mathbf{G}_1 和 \mathbf{G}_2 为选择矩阵。

对于 P 个目标来说, 波束空间导向矢量矩阵具

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\pi/N) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi/N) & \cos(2\pi/N) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \cos((N-2)(\pi/N)) & \cos((N-1)(\pi/N)) \\ (-1)^N & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \cos((N-1)(\pi/N)) \end{bmatrix} \quad (19a)$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\pi/N) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\pi/N) & \sin(2\pi/N) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \sin((N-2)(\pi/N)) & \sin((N-1)(\pi/N)) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \sin((N-1)(\pi/N)) \end{bmatrix} \quad (19b)$$

有式(15)旋转不变性关系。

$$\mathbf{G}_1\mathbf{B}_s\mathbf{H}_\mu = \mathbf{G}_2\mathbf{B}_s \quad (15)$$

式中, $\mathbf{H}_\mu = \text{diag}\left\{\tan(\mu_1/2), \tan(\mu_2/2), \dots, \tan(\mu_P/2)\right\}^T$ 为实值对角矩阵, 其对角元素包含了 P 个目标的 DOA 信息。类似于波束域旋转不变性的推导, 我们可以得到多普勒域的旋转不变性关系

$$\mathbf{G}_3\mathbf{B}_t\mathbf{H}_\nu = \mathbf{G}_4\mathbf{B}_t \quad (16)$$

式中, \mathbf{G}_3 和 \mathbf{G}_4 与 \mathbf{G}_1 和 \mathbf{G}_2 的定义类似(只需将式(19)中的 N 替换为 M), $\mathbf{H}_\nu = \text{diag}\left\{\tan(\nu_1/2), \tan(\nu_2/2), \dots, \tan(\nu_P/2)\right\}^T$ 为实值对角矩阵, 其对角元素包含了 P 个目标的多普勒频率信息。结合式(15)、式(16)和 Kronecker 积的性质 $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = \mathbf{AC} \otimes \mathbf{BD}$ 可得空时 2 维波束域的旋转不变性关系为

$$\mathbf{G}_{\mu_1}\mathbf{B}\mathbf{H}_\mu = \mathbf{G}_{\nu_2}\mathbf{B} \quad (17a)$$

$$\mathbf{G}_{\nu_1}\mathbf{B}\mathbf{H}_\nu = \mathbf{G}_{\mu_2}\mathbf{B} \quad (17b)$$

其中, $\mathbf{B}\mathbf{G}_{\mu_1} = \mathbf{G}_1 \otimes \mathbf{I}_M$ 和 $\mathbf{G}_{\mu_2} = \mathbf{G}_2 \otimes \mathbf{I}_M$ 为波束域选择矩阵, $\mathbf{G}_{\nu_1} = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{G}_3$ 和 $\mathbf{G}_{\nu_2} = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{G}_4$ 为多普勒域选择矩阵。

另一方面, 由波束-多普勒域数据可构造出实值矩阵 $\mathbf{Y} = [\text{Re}[\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_L], \text{Im}[\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_L]]$, 可以看到数据矩阵 \mathbf{Y} 具有快拍数加倍的特点。对 \mathbf{Y} 进行奇异值分解可得到实值信号子空间 $\mathbf{E}^{[20]}$, 理论上该信号子空间可由波束-多普勒域导向矢量矩阵 \mathbf{B} 的各列张成, 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{B}\mathbf{T} \quad (18)$$

式中, \mathbf{T} 为 $P \times P$ 维的实值非奇异矩阵。将 $\mathbf{B} = \mathbf{E}\mathbf{T}^{-1}$ 代入式(18)可得

$$\mathbf{G}_{\mu_1} \mathbf{E} \mathbf{F}_{\mu} = \mathbf{G}_{\mu_2} \mathbf{E} \quad (20a)$$

$$\mathbf{G}_{\nu_1} \mathbf{E} \mathbf{F}_{\nu} = \mathbf{G}_{\nu_2} \mathbf{E} \quad (20b)$$

式中, $\mathbf{F}_{\mu} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{H}_{\mu} \mathbf{T}$, $\mathbf{F}_{\nu} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{H}_{\nu} \mathbf{T}$ 。通过最小二乘法或总体最小二乘法求解式(20)中的方程可得到 \mathbf{F}_{μ} 和 \mathbf{F}_{ν} 的估计值。注意到 \mathbf{F}_{μ} 和 \mathbf{F}_{ν} 均为实值矩阵, 因此, 可通过对矩阵 $\mathbf{F}_{\mu} + j\mathbf{F}_{\nu}$ 进行特征分解来实现空间频率 μ 和多普勒频率 ν 的估计和自动配对, 即

$$\mathbf{F}_{\mu} + j\mathbf{F}_{\nu} = \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{H}_{\mu} + j\mathbf{H}_{\nu}) \mathbf{T} \quad (21)$$

从特征值矩阵 $\mathbf{F}_{\mu} + j\mathbf{F}_{\nu}$ 的实部和虚部可分别估计得到 $\tan(\mu_p/2)$ 和 $\tan(\nu_p/2)$ ($p = 1, 2, \dots, P$)。最终, 第 p 个目标的 DOA 和多普勒频率可由式(22)估计:

$$\theta_p = \sin^{-1} \left(\frac{\tan^{-1}(\operatorname{Re}(\lambda_p)) \lambda}{\pi d} \right), \hat{f}_p = \frac{\tan^{-1}(\operatorname{Im}(\lambda_p))}{\pi T_r} \quad (22)$$

式中, λ_p 为 $\mathbf{F}_{\mu} + j\mathbf{F}_{\nu}$ 的第 p 个特征值。

本文所提波束-多普勒 ESPRIT 参数估计算法的主要步骤总结如下:

(1) 根据式(2), 对目标所在距离单元数据进行时域平滑, 得到平滑后的快拍数据 \mathbf{x}_l ;

(2) 利用目标检测阶段提供的角度和多普勒频率先验信息, 根据式(6)构造空时 2 维波束域变换矩阵;

(3) 根据式(7), 将平滑后的数据 \mathbf{x}_l 变换到波束-多普勒域, 得到空时 2 维波束域快拍数据 \mathbf{y}_l ;

(4) 构造实值数据矩阵 \mathbf{Y} 并对其进行奇异值分解, 得到 P 个大奇异值对应的信号子空间 \mathbf{E} ;

(5) 根据式(20)求实值矩阵 \mathbf{F}_{μ} 和 \mathbf{F}_{ν} , 其中选择矩阵由 $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$ 和 \mathbf{G}_4 对应的块子矩阵构成^[20];

(6) 对复值矩阵 $\mathbf{F}_{\mu} + j\mathbf{F}_{\nu}$ 进行特征分解, 并根据式(22)估计信号的 DOA 和多普勒频率。

3.3 计算复杂度分析

本文所提算法除开在波束降维变换和最后的空时 2 维参数估计时采用了复值运算外, 其余部分均为实值运算。一次复数乘法消耗的时钟数约为 4 次实数乘法消耗的时钟数^[21], 因此本文以实值乘法的运算复杂度来评估各种算法的计算量。本文方法运

算量分解如下: 首先是复数域降维变换, 运算复杂度约为 $O(4K_s K_t MNL)$, 其中 K_s 和 K_t 分别表示降维后的波束和多普勒通道数量; 其次是实数域奇异值分解, 运算复杂度约为 $O(2L(K_s K_t)^2)$; 再次是两次实数域总体最小二乘法, 运算复杂度约为 $O(2(K_s K_t (2P)^2 + 2P^3))$; 最后是复数域的特征分解, 运算复杂度约为 $O(4P^3)$ 。表 1 给出了 U-JAFE 算法^[20]、波束空间酉 ESPRIT 算法 (Beamspace Unitary ESPRIT, B-UESPRIT)^[12] 以及所提算法的运算复杂度。从表中可以看出, 当 $K_s < N, K_t < M$ 时, 本文算法的复杂度将远低于 U-JAFE 算法; 相比于没有利用时域信息的 B-UESPRIT 算法, 本文算法的运算复杂度稍有增加, 但仿真发现时域自由度 K_t 一般取值较小, 所以运算量增加不大。我们将在计算机仿真实验环节对计算量做进一步比较。

3.4 DOA 估计的克拉美罗界

类似于文献[11]中的推导, 我们可以得到式(1)所示空时 2 维信号模型下 DOA 估计的克拉美罗界 (Cramer-Rao Bound, CRB), 即

$$\begin{aligned} \operatorname{CRB}(\theta) = \frac{\sigma^2}{2} \{ & \operatorname{Re}(\mathbf{P}^H \mathbf{D}_{\theta}^H \mathbf{Q}_A^+ \mathbf{D}_{\theta} \mathbf{P}) \\ & - \operatorname{Re}(\mathbf{P}^H \mathbf{D}_{\theta}^H \mathbf{Q}_A^+ \mathbf{D}_f \mathbf{P}) \\ & \cdot \operatorname{Re}^{-1}(\mathbf{P}^H \mathbf{D}_f^H \mathbf{Q}_A^+ \mathbf{D}_f \mathbf{P}) \\ & \cdot \operatorname{Re}(\mathbf{P}^H \mathbf{D}_f^H \mathbf{Q}_A^+ \mathbf{D}_{\theta} \mathbf{P}) \}^{-1} \quad (23) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{P} = \operatorname{diag}(\mathbf{s})$, $\mathbf{D}_{\theta} = [\partial \mathbf{a}_1 / \partial \theta_1, \partial \mathbf{a}_2 / \partial \theta_2, \dots, \partial \mathbf{a}_P / \partial \theta_P]$, $\mathbf{D}_f = [\partial \mathbf{a}_1 / \partial f_1, \partial \mathbf{a}_2 / \partial f_2, \dots, \partial \mathbf{a}_P / \partial f_P]$, \mathbf{a}_p ($p = 1, 2, \dots, P$) 为导向矢量矩阵 \mathbf{A} 的第 p 列, $\mathbf{Q}_A^+ = \mathbf{I}_{KN} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$ 。

4 讨论

4.1 信源数对目标跟踪的影响

ESPRIT 类算法需要提前估计信源数目。估计信源数目的算法有很多, 例如基于信息论准则的 AIC^[22] 和 MDL^[23] 等方法。需要指出的是, 不管采用哪一种信源数估计方法, 都会出现信源数被错误估计的情况 (特别是在小样本、低信噪比时)。对于预警雷达来说, 信源数目估计过多时会产生额外的虚

表 1 计算复杂度比较

算法	降维变换	子空间估计	总体最小二乘	参数估计
U-JAFE ^[12]	None	$O(2L(MN)^2)$	$O(2(MN(2P)^2 + 2P^3))$	$O(4P^3)$
B-UESPRIT ^[20]	$O(4K_s NK)$	$O(2KK_s^2)$	$O(K_s(2P)^2 + 2P^3)$	$O(P^3)$
本文算法	$O(4K_s K_t MNL)$	$O(2L(K_s K_t)^2)$	$O(2(K_s K_t (2P)^2 + 2P^3))$	$O(4P^3)$

假航迹点, 但是这些虚警是由噪声造成的, 具有随机性, 一般很难起批形成航迹; 信源数目估计过少时会出现航迹丢点的现象, 一般情况下, 只要不长时间连续丢点, 对目标跟踪的影响不大。

4.2 色噪声白化

由于时域平滑的相邻子孔径大部分是重叠的, 因此相邻快拍的噪声分量之间具有相关性, 也就是说平滑后的噪声表现为色噪声。虽然本文在空时 2 维波束域估计参数, 但波束变换是一种线性变换, 因此 2 维波束域的噪声仍然表现为色噪声。色噪声的存在会使信号子空间的估计出现偏差。针对该问题, 我们可以对 2 维波束域数据进行预白化处理。考虑式(7)中经时域平滑后的 2 维波束域噪声分量, 假设由该噪声分量估计得到的噪声协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_n = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \bar{\mathbf{n}}_l \bar{\mathbf{n}}_l^H \quad (24)$$

对 \mathbf{R}_n 进行特征分解可以得到 $\mathbf{R}_n = \mathbf{U}_n \mathbf{V} \mathbf{U}_n^H$, 其中 \mathbf{V} 为对角矩阵其对角元素包含了 \mathbf{R}_n 的特征值, \mathbf{U}_n 为对应的特征向量矩阵。那么白化后的 2 维波束域数据可以表示为^[24]

$$\bar{\mathbf{y}}_l = \mathbf{U}_n \mathbf{V}^{-1/2} \mathbf{U}_n^H \mathbf{y}_l \quad (25)$$

假设由白化后的数据估计得到的信号子空间为 $\bar{\mathbf{E}}$, 根据式(25)易知白化后的信号子空间 $\bar{\mathbf{E}}$ 和白化前的信号子空间 \mathbf{E} 之间的关系为

$$\mathbf{E} = (\mathbf{U}_n \mathbf{V}^{1/2} \mathbf{U}_n^H) \bar{\mathbf{E}} \quad (26)$$

将式(26)代入式(20)可进行后续的参数估计。我们将在计算机仿真实验环节比较色噪声白化和不白化对 DOA 估计性能的影响。

4.3 最优时域平滑因子

由于在本文的空时 2 维数据模型下只有单个样本可用, 因此我们采用了时域平滑技术来获取多个快拍。快拍数与时域平滑因子有关, 时域平滑因子越大时, 快拍数越少, 反之则快拍数越多, 这两者对参数估计性能都有很大的影响。一方面, 快拍数越多时, 对信号子空间的估计精度更高, 参数估计精度会随之而增加。但另一方面, 快拍数越多时, 时域子孔径会变短, 时域自由度的减少会使空时参数的估计精度下降, 特别是时域参数估计精度下降的会更明显。实际上空时参数的估计误差可看作是时域平滑因子的函数^[11]。文献[11]分析了在阵元-脉冲域采用 ESPRIT 算法时, 空、时参数估计误差与时域平滑因子之间的定量关系, 结果表明空域参数估计误差最小时, 最优时域平滑因子约为时域孔径总长度的一半。由于本文算法是在空时 2 维波束域执行的, 因此无法直接套用文献[11]的结论, 但通过仿真发现, 最优时域平滑因子约为 $0.4K$ 。

5 仿真实验

在仿真实验中, 我们考虑采用 8 个阵元的均匀线阵, 阵元间距为 $d = \lambda/2$ 。脉冲重复频率为 1000 Hz, 相干积累脉冲数为 32 个。假设两个等功率的窄带目标信号同时位于主波束内, 这两个目标的角度和多普勒频率分别为 25.9° , 34.1° 和 463 Hz, 537 Hz, 其角度和多普勒间隔均为瑞利限的 $2/3$ 。蒙特卡罗实验次数为 $N_m = 500$, DOA 估计的均方根误差作为衡量角度估计性能的参数, 其定义为

$$\text{RMSE}_\theta = \sqrt{\frac{1}{\text{PN}_m} \sum_{p=1}^P \sum_{l=1}^{N_m} (\hat{\theta}_{p,l} - \theta_p)^2} \quad (27)$$

其中, $\hat{\theta}_{p,l}$ 表示第 l 次蒙特卡罗实验对第 p 个目标的 DOA 估计值。

5.1 预白化处理的影响

图 2(a)给出了所提算法采用预白化和不采用预白化处理的 DOA 估计误差随信噪比变化的曲线(为了清晰起见, 图中仅给出了第 1 个信源的角度估计性能, 另一个信源情况类似)。仿真中的时域平滑因子设为 $M = 23$, 多普勒通道和波束的数量分别为 $K_t = 3$ 和 $K_s = 4$ 。从图中的结果可知, 预白化处理对 DOA 估计的性能影响较小, 该现象与文献[11]中的结果相似。

5.2 波束和多普勒通道数量对 DOA 估计性能的影响

首先, 我们来看多普勒通道数量对 DOA 估计精度的影响。在这部分仿真中, 我们假设 $M = 0.5K$, $K_s = 4$, 信噪比为 20 dB。图 2(b)给出了 DOA 估计误差随多普勒通道数量的变化关系。可以看到, DOA 估计精度随着多普勒通道数量的增加而增加, 但当多普勒通道数量大于 2 时, 估计精度趋于稳定。这是由于两个方面的原因, 其一为在空时平面扩大信源距离要求的时域自由度至少为 2; 其二为经离散傅里叶变换后, 目标的能量主要集中在少数几个与目标邻近的多普勒通道内。因此当多普勒通道数量增加到一定程度时, 目标的 DOA 估计精度不会再明显地提升。

接下来, 我们来讨论空域波束数量对 DOA 估计精度的影响。在这部分仿真中, 我们假设 $M = 0.5K$, $K_t = 3$, 信噪比为 20 dB。图 2(c)给出了 DOA 估计误差随空域波束数量的变化关系。从图中可以看出, DOA 估计误差随着波束数量的增加而降低, 但当波束数量大于 3 时, 估计误差减小得很缓慢。这是由于分辨两个目标至少需要 3 个空域自由度, 同时目标能量主要集中在主波束附近的两个波束内。由以上仿真结果可知本文方法所需空时自由度是相当少的, 因此相应的计算量也将是相当低的。

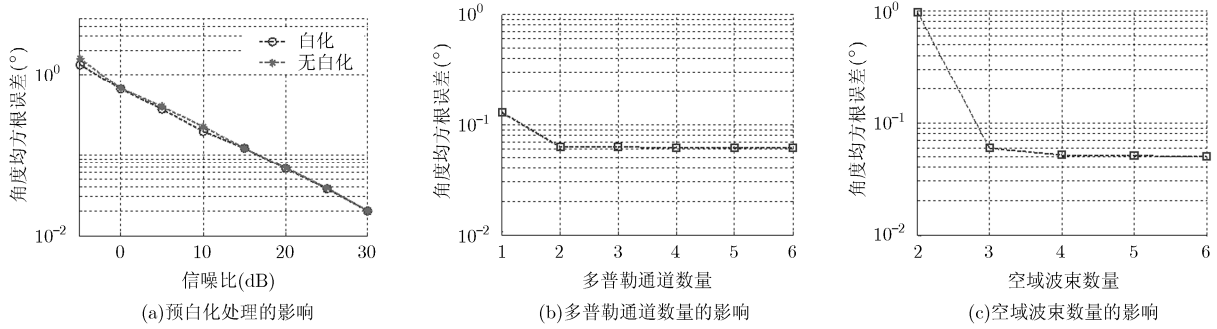


图 2 预白化处理和空时自由度对 DOA 估计性能的影响

5.3 最优时域平滑因子的选取

在这部分试验中，多普勒通道和波束的数量分别设置为 $K_t = 3$ 和 $K_s = 4$ ，信噪比为 30 dB。图 3 给出了 DOA 估计误差随时域平滑因子变化的曲线(横坐标以百分比的形式给出)。从图中可以看出，当时域平滑因子 $M \approx 0.4K$ 时,DOA 估计误差最小。值得指出的是，时域平滑不仅可以改善估计性能，还能够在这两目标的 DOA 相同时防止秩亏的现象出现^[11,12]。

5.4 与类 ESPRIT 算法的性能比较

在这部分内容中，我们选取类 ESPRIT 算法，例如 B-UESPRIT^[20]和 U-JAFE^[12]算法与所提算法进行 DOA 估计性能对比。本文算法简称为 BD-UESPRIT(Beam-Doppler Unitary ESPRIT)，相应的时域平滑因子为 $0.4K$ ，多普勒通道和波束数量分别为 $K_t = 3$ 和 $K_s = 4$ 。B-UESPRIT 算法仅在空间波束域进行参数估计，时域脉冲当作快拍来用，相应的波束数量为 4 个。U-JAFE 算法中的时域平滑因子与所提 BD-UESPRIT 算法相同。

图 4 给出了上述算法的 DOA 估计误差随信噪比变化的关系以及 CRB。从图中可以看到，所提算法的 DOA 估计精度要明显优于 B-UESPRIT 算法，因为所提算法充分利用了目标的时域信息。另外，所提算法在低信噪比时的估计精度要高于 U-JAFE 算法，在高信噪比时的性能相当。这是由于波束变

换后目标能量被集中在少数几个波束内，信噪比得到了增强，因此所提算法的 DOA 估计精度要优于在阵元域估计参数的 U-JAFE 算法。

5.5 与类 ESPRIT 算法的运算量比较

本小节中比较表 1 中所提到的算法的运算量。参数设置如下：目标数量 $P = 3$ ，波束和多普勒通道数量分别为 $K_t = 3$ 和 $K_s = 4$ ，时域平滑因子设为 $M = 0.4K$ 。图 5 给出了 U-JAFE, B-UESPRIT 和 BD-UESPRIT 算法所消耗的实乘次数随系统自由度的变化关系，其中脉冲数为阵元数的两倍。从图中可以看出 U-JAFE 算法的运算量随着系统自由度的增加而急剧增加，而 B-UESPRIT 和 BD-UESPRIT 算法的运算量增加的速度很缓慢。这是由于 B-UESPRIT 和 BD-UESPRIT 算法的运算复杂度主要取决于空间波束和多普勒通道数，它们不随自由度的变化而变化。此外，由于本文算法利用了额外的时域自由度，因此所提 BD-UESPRIT 算法的运算复杂度要略微高于 B-UESPRIT 算法，但这是可以接受的，因为所提 BD-UESPRIT 算法的 DOA 估计精度得到了明显的提升。

6 结论

针对波束内多目标分离的问题，本文提出了一种波束-多普勒域 ESPRIT 高精度 DOA 估计方法。该方法首先通过时域平滑获取多个快拍，然后

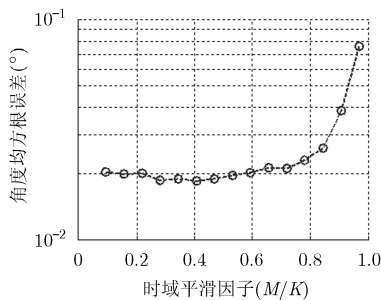


图 3 DOA估计性能与时域平滑因子的关系

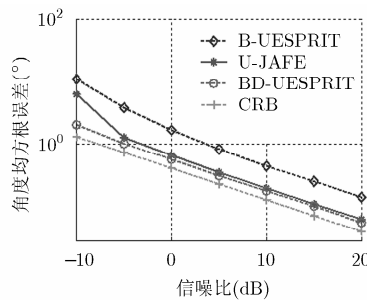


图 4 各种算法的DOA估计性能随信噪比变化的曲线

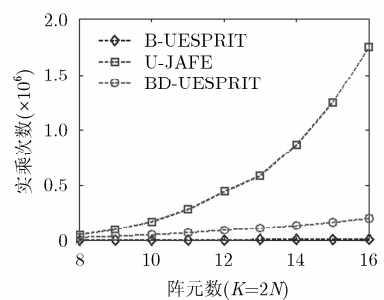


图 5 各种算法的运算复杂度对比($K=2N$)

利用中心共轭对称 DFT 矩阵将数据变换至波束-多普勒域, 最后利用目标在波束-多普勒域的旋转不变性关系来求解目标的 DOA 和多普勒频率。仿真结果表明, 相对于没有利用时域信息的 DOA 估计方法, 本文方法在运算量少增加的情况下能够显著提高 DOA 估计精度。

参 考 文 献

- [1] SKOLNIK M I. Radar Handbook[M]. 3rd Edition, New York: McGraw-Hill, 2008: Chap. 4.
 - [2] BELLILI F, ELGUET C, AMOR S B, *et al.* Code-aided DOA estimation from turbo-coded QAM transmissions: Analytical CRLBs and maximum likelihood estimator[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2017, 16(5): 2850–2865. doi: 10.1109/TWC.2017.2669026.
 - [3] LIU G, CHEN H, SUN X, *et al.* Modified MUSIC algorithm for DOA estimation with Nyström approximation[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(12): 4673–4674. doi: 10.1109/JSEN.2016.2557488.
 - [4] LIN J, MA X, YAN S, *et al.* Time-frequency multi-invariance ESPRIT for DOA estimation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 770–773. doi: 10.1109/LAWP.2015.2473664.
 - [5] WU J, WANG T, and BAO Z. Fast realization of maximum likelihood angle estimation with small adaptive uniform linear array[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, 58(12): 3951–3960. doi: 10.1109/TAP.2010.2078447.
 - [6] QIAN C, HUANG L, and SO H C. Improved unitary root-MUSIC for DOA estimation based on pseudo-noise resampling[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(2): 140–144. doi: 10.1109/LSP.2013.2294676.
 - [7] HAARDT M and NOSSEK J A. Unitary ESPRIT: How to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1232–1242. doi: 10.1109/78.382406.
 - [8] KAY S. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993: 157–214.
 - [9] ATHLEY F. Asymptotically decoupled angle-frequency estimation with sensor arrays[C]. Proceedings of the 33rd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, USA, 1999: 1098–1102.
 - [10] ZHANG Xiaofei, ZHOU Ming, CHEN Han, *et al.* Two-dimensional DOA estimation for acoustic vector-sensor array using a successive MUSIC[J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2014, 25(3): 583–600. doi: <https://doi.org/10.1007/s11045-012-0219-y>.
 - [11] LEMMA A N, VANDERVEEN A J, and DEPRETTERE E F. Analysis of joint angle-frequency estimation using ESPRIT[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(5): 1264–1283. doi: 10.1109/TSP.2003.810306.
 - [12] LIU F, WANG J, and DU R. Unitary-JAFE algorithm for joint angle-frequency estimation based on Frame-Newton method[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(3): 809–820. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.08.013>.
 - [13] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306. doi: 10.1109/TIT.2006.871582.
 - [14] ENDER J H G. On compressive sensing applied to radar[J]. *Signal Processing*, 2010, 90(5): 1402–1414. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.11.009>.
 - [15] KNUDSON K, SAAB R, and WARD R. One-bit compressive sensing with norm estimation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62(5): 2748–2758. doi: 10.1109/TIT.2016.2527637.
 - [16] MALIOUTOV D, CETIN M, and WILLISKY A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010–3022. doi: 10.1109/TSP.2005.850882.
 - [17] CARLIN M, ROCCA P, OLIVERI G, *et al.* Directions-of-arrival estimation through Bayesian compressive sensing strategies[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(7): 3828–3838. doi: 10.1109/TAP.2013.2256093.
 - [18] SHEN Q, LIU W, CUI W, *et al.* Focused compressive sensing for underdetermined wideband DOA estimation exploiting high-order difference coarrays[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(1): 86–90. doi: 10.1109/LSP.2016.2638880.
 - [19] ROCCA P, HANNAN M A, SALUCCI M, *et al.* Single-snapshot DOA estimation in array antennas with mutual coupling through a multiscaling BCS strategy[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2017, 65(6): 3203–3213. doi: 10.1109/TAP.2017.2684137.
 - [20] ZOLTOWSKI M D, HAARDT M, and MATHEWS C P. Closed-form 2-D angle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary ESPRIT[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(2): 316–328. doi: 10.1109/78.485927.
 - [21] PESAVENTO M, GERSHMAN A B, and HAARDT M. Unitary root-MUSIC with a real-valued eigendecomposition: A theoretical and experimental performance study[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(5): 1306–1314. doi: 10.1109/78.839978.
 - [22] WAX M and KAILATH T. Detection of signals by information theoretic criteria[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(2): 387–392. doi: 10.1109/TASSP.1985.1164557.
 - [23] RISSANEN J. A universal prior for integers and estimation by minimum description length[J]. *The Annals of Statistics*, 1983, 11(2): 431–466. doi: 10.1214/aos/1176346150.
 - [24] HUDSON J E. Adaptive Array Principles[M]. London, UK.: Inst. Electr. Eng., 1981: 82–130.
- 文 才: 男, 1986 年生, 博士, 讲师, 研究方向为阵列信号处理、空时自适应信号处理、MIMO 雷达信号处理以及运动目标检测。
- 吴建新: 男, 1982 年生, 副教授, 研究方向为空时自适应信号处理和阵列信号处理。
- 王 彤: 男, 1974 年生, 教授, 研究方向为雷达系统设计、阵列信号处理、空时自适应信号处理、雷达成像和运动目标检测等。
- 周 延: 男, 1988 年生, 讲师, 研究方向为空时自适应信号处理、机载 MIMO 雷达信号处理、智能信号处理。