基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法

熊　磊[①]　　吴礼洋*[①]　　杜少毅[②]　　毕笃彦[①]　　方　挺[①]
[①](空军工程大学航空工程学院　西安　710038)
[②](西安交通大学人工智能与机器人研究所　西安　710049)

摘　要：针对传统点集非刚体配准算法对复杂局部形变数据配准精度低，收敛速度慢等问题，该文提出一种基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法。该算法采用分层迭代的方式由粗到精地完成点集的非刚体配准。在每层迭代中，首先对子形状点集集合和子目标点集集合进行分块处理并更新分块后每一类子点集的形状控制点。然后利用控制点引导仿射迭代最近点(ICP)算法求解对应子点集间的局部仿射变换。接着利用上一步求解的局部仿射变换，更新子形状点集集合及其形状控制点集合。直到配准误差收敛时，循环结束并输出更新后的形状点集。实验结果表明，所提算法与传统点集非刚体算法相比具有更强的精确性和收敛性。

关键词：仿射配准；非刚体配准；迭代最近点；形状控制点；分层迭代
中图分类号：　TP391　　**文献标识码**：　A　　**文章编号**：1009-5896(2018)04-0920-08
DOI: 10.11999/JEIT170699

Robust Non-rigid Registration Algorithm Based on Local Affine Registration

XIONG Lei[①]　　WU Liyang[①]　　DU Shaoyi[②]　　BI Duyan[①]　　FANG Ting[①]
[①](*Aeronautics Engineering College*, *Air Force Engineering University*, *Xi'an* 710038, *China*)
[②](*Institute of Artificial Intelligence and Robotics*, *Xi'an Jiaotong University*, *Xi'an* 710049, *China*)

Abstract: To solve the problem that the traditional point set non-rigid registration algorithm has low precision and slow convergence speed for complex local deformation data, this paper proposes a robust non-rigid registration algorithm based on local affine registration. The algorithm uses a hierarchical iterative method to complete the non-rigid registration of the point set from coarse to fine. In each iteration, the sub shape point sets and sub target point sets are divided and the shape control points of each sub point set are updated. Then the control point guided affine Iterative Closest Point (ICP) algorithm is used to solve the local affine transformation between the corresponding sub point sets. Next, the local affine transformation obtained by the previous step is used to update the sub data point sets and their shape control point sets. Until the registration error converges, the loop ends and outputs the updated shape point set. Experimental results demonstrate that the accuracy and convergence of the proposed algorithm are greatly improved compared with the traditional point set non-rigid registration algorithms.

Key words: Affine registration; Non-rigid registration; Iterative Closest Point (ICP); Shape control point; Hierarchical iteration

1　引言

点集配准是图像配准的关键技术之一，是计算机视觉[1–3]和图像分析[4–6]等研究领域的一个关键性问题。点集配准的目标可描述为在两个点集之间建立点的对应关系，然后求得将一个点集映射到另外一个点集的空间变换。由于两个点集之间的对应关系和空间变换未知，因此点集配准问题是一个非常困难的问题。

点集配准的研究最初主要集中于刚体配准问题，且一直未出现有效的解决办法。直到 20 世纪 90 年代初期，Besl 和 McKay[7]提出了有效解决刚体配准问题的迭代最近点(Iterative Closest Point, ICP)算法。因为该算法的准确性和高效性，其它学者陆续对它做了进一步的改进。如 Zhang 等人[8]利用离群点消除的方法提高了 ICP 的收敛速度，Dong 等人[9]通过引入李群参数化模型提高了 ICP 的配准精度。Bergström 等人[10]通过引入 M 估计提高了 ICP 的鲁棒性。

收稿日期：2017-07-14；改回日期：2017-11-28；网络出版：2018-01-23
*通信作者：吴礼洋　asdf2008808@163.com
基金项目：国家自然科学基金(61379104, 61372167)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61379104, 61372167)

受刚体配准的启发，部分学者以 ICP 配准框架为基础进行了点集的非刚体配准研究。Amberg 等人[11]假设点集中每一个点都存在一个仿射变换，并通过刚性正则项约束下的目标函数对每个点的仿射变换进行求解。然而该方法需要额外建立点集的顺序并且计算速度较慢。在 Amberg 等人研究的基础上，Kou 等人[12]利用平均仿射变换对点集中每一点的仿射变换进行约束，该方法不需要知道两点集之间的额外信息，提高了非刚体配准的适应性。

此外，其他学者也进行了许多不基于 ICP 配准框架的点集非刚体配准研究。Myronenko 和 Song[13]提出了一种被称为一致性点漂移(Coherent Point Drift, CPD)的非刚体配准算法，该算法将两点集间的配准视为一个概率密度估计问题，在位移一致性理论约束下，通过最大期望算法完成点集的非刚体配准。Hasanbelliu 等人[14]提出了一种基于广义相关熵的非刚体配准方法，该方法利用柯西-施瓦茨(Cauchy-Schwarz)散度来度量两个点集之间的相似性，并利用两点集间的相似程度恢复配准它们所需的空间变换函数。Chen 等人[15]提出了一种基于相干空间映射(Coherent Spatial Mapping, CSM)的非刚体配准算法。该算法将点集非刚体配准视为一个最大似然估计问题，通过迭代地建立点对应关系，估计出两个点集之间的非刚体变换。Ma 等人[16]提出了一种基于概率高斯混合模型(GMM)的非刚体配准算法。该算法使用局部特征来分配高斯混合模型的隶属概率，保留了非刚体配准期间的全局和局部结构。

传统的非刚体配准算法在处理具有复杂局部形变的数据时往往配准精度较低且收敛速度也很慢。针对上述问题，本文提出了一种基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法。该算法采用分层迭代的方式由粗到精地完成点集的非刚体配准，每层迭代分别进行点集的分块处理，仿射配准和形状更新，直到算法达到最大迭代层数 K 时，循环结束并输出更新后的形状点集。实验结果表明，本文算法可以达到精度更高，并且收敛速度更快的点集配准效果。

2　仿射 ICP 算法

仿射 ICP 算法是一个快速准确的点集刚体配准算法。其目标是寻找一个仿射变换，使得 m 维空间中的形状点集 $P=\{\boldsymbol{p}_i\}_{i=1}^{N_p}$ 和目标点集 $Q=\{\boldsymbol{q}_j\}_{j=1}^{N_q}$ 能够最佳地进行配准。将仿射变换分解为一个仿射矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和一个形状偏移量 $\boldsymbol{t}$，可以得到最小平方(Least Square, LS)距离下两点集仿射配准的目标函数：

$$\left.\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{t},j\in\{1,2,\cdots,N_q\}}\left(\sum_{i=1}^{N_p}\left\|(\boldsymbol{A}\boldsymbol{p}_i+\boldsymbol{t})-\boldsymbol{q}_j\right\|_2^2\right)\\&\text{s.t.}\quad\det(\boldsymbol{A})\neq 0\end{aligned}\right\}\tag{1}$$

仿射 ICP 算法通过迭代的方法解决两点集间的仿射配准问题，每一步迭代包含以下两个步骤：

第 1 步　根据 $k-1$ 步的仿射变换 $(\boldsymbol{A}_{k-1},\boldsymbol{t}_{k-1})$ 建立形状点集 $P=\{\boldsymbol{p}_i\}_{i=1}^{N_p}$ 和目标点集 $Q=\{\boldsymbol{q}_j\}_{j=1}^{N_q}$ 之间的对应关系：

$$\begin{aligned}c_k(i)=&\arg\min_{j\in\{1,2,\cdots,N_q\}}\left(\left\|(\boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{p}_i+\boldsymbol{t}_{k-1})-\boldsymbol{q}_j\right\|_2^2\right),\\&i=1,2,\cdots,N_p\end{aligned}\tag{2}$$

第 2 步　根据上一步的对应关系，计算 $P=\{\boldsymbol{p}_i\}_{i=1}^{N_p}$ 和 $Q=\{\boldsymbol{q}_j\}_{j=1}^{N_q}$ 之间新的仿射变换：

$$(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{t}_k)=\arg\min_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{t}}\left(\sum_{i=1}^{N_p}\left\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{p}_i+\boldsymbol{t}-\boldsymbol{q}_{c_k(i)}\right\|_2^2\right)\tag{3}$$

直到第 k 次迭代，两点集间的均方根误差(Root Mean Square, RMS)达到最小值或者算法达到最大迭代次数，循环结束并输出最终的仿射变换。

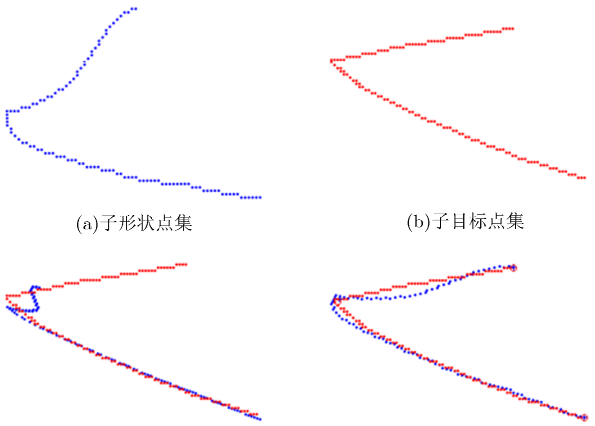
3　鲁棒非刚体配准

传统的仿射 ICP 算法作为一种刚体配准方法，难以解决点集的非刚体配准问题。考虑到非刚体配准可以通过多个局部刚体配准来逼近，本节提出了一种基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法。

3.1 局部仿射配准

传统仿射 ICP 算法能够实现两图像点集之间快速准确的仿射配准，但是在缺乏形状约束时，仿射配准容易陷入局部最优解，即形状点集的所有点仅配准到目标点集的少部分点。针对上述问题，本小节提出了一种基于控制点引导的仿射 ICP(Control Point Guided Affine ICP, CPGAICP)算法，该算法首先利用 Harris[17]角点检测分别提取形状点集 P 的控制点点集 $X=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_x}$ 和目标点集 Q 的控制点点集 $Y=\{\boldsymbol{y}_m\}_{m=1}^{N_y}$，接着将这些形状控制点作为仿射变换的约束，完成子形状点集的局部仿射配准。仿射 ICP 算法和控制点引导仿射 ICP 算法的对子形状点集的局部仿射配准结果如图 1 所示。

由图 1 的局部仿射配准结果可以看出，与仿射 ICP 算法相比，控制点引导仿射 ICP 算法较好地解决了仿射配准容易陷入局部最优解的问题。将控制点点集 $X=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_x}$ 和 $Y=\{\boldsymbol{y}_m\}_{m=1}^{N_y}$ 加入式(1)中，建立控制点引导下的仿射配准目标函数：



(a)子形状点集 (b)子目标点集

(c) AICP的配准结果 (d) CPGAICP的配准结果

图 1 子形状点集的局部仿射配准结果

$$\min_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{t}}\left(\frac{1}{N_p}\sum_{i=1}^{N_p}\left\|(\boldsymbol{A}\boldsymbol{p}_i+\boldsymbol{t})-\boldsymbol{q}_{c(i)}\right\|_2^2\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha}{N_x}\sum_{l=1}^{N_x}\left\|(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_l+\boldsymbol{t})-\boldsymbol{y}_{s(l)}\right\|_2^2\right) \tag{4}$$

式中，$c(i)$表示点集P和点集Q之间的对应关系，$s(l)$表示点集X和点集Y之间的对应关系，$\boldsymbol{x}_l$表示控制点点集X中的第l个点，$\boldsymbol{y}_{s(l)}$表示$\boldsymbol{x}_l$在控制点点集Y中的对应控制点，N_p和N_x分别表示形状点集P和控制点点集X的点数量，α表示控制点引导的权重系数。

由式(4)可以看出，控制点引导下的仿射ICP算法可以看做一个约束优化问题。因此，采用3步迭代的方法进行求解。

第1步　根据第$k-1$步的仿射变换$(\boldsymbol{A}_{k-1},\boldsymbol{t}_{k-1})$，利用式(2)建立形状点集$P$和目标点集$Q$之间的对应关系$\{c_k(i)\}_{i=1}^{N_p}$。

第2步　利用式(5)建立控制点点集$X=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_x}$和$Y=\{\boldsymbol{y}_m\}_{m=1}^{N_y}$之间的对应关系$\{s_k(l)\}_{l=1}^{N_x}$，并从中选择距离较近的对应点对建立新的控制点点集$X=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_l}$和对应关系$\{s_k(l)\}_{l=1}^{N_l}$。

$$s_k(l)=\mathop{\arg\min}_{m\in\{1,2,\cdots,N_y\}}\left(\left\|\boldsymbol{A}_{k-1}\boldsymbol{x}_l+\boldsymbol{t}_{k-1}-\boldsymbol{y}_m\right\|_2^2\right),$$
$$l=1,2,\cdots,N_x \tag{5}$$

第 3 步　根据前两步建立的控制点点集$X=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_l}$以及对应关系$\{c_k(i)\}_{i=1}^{N_p}$和$\{s_k(l)\}_{l=1}^{N_l}$，计算形状点集$P$和目标点集$Q$之间新的仿射变换：

$$(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{t}_k)=\mathop{\arg\min}_{\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{t}_k}\left(\frac{1}{N_p}\sum_{i=1}^{N_p}\left\|\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{p}_i+\boldsymbol{t}_k-\boldsymbol{q}_{c_k(i)}\right\|_2^2\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha}{N_l}\sum_{l=1}^{N_l}\left\|\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{x}_l+\boldsymbol{t}_k-\boldsymbol{y}_{s_k(l)}\right\|_2^2\right) \tag{6}$$

算法的前两步可以通过基于$k-d$树[18]或者Delaunay三角分解[19]的最近点搜索算法实现，因此求解控制点引导仿射ICP算法的关键就在于迭代过程中的第3步。将式(6)的目标函数改写为

$$F(\boldsymbol{A},\boldsymbol{t})=\frac{1}{N_p}\sum_{i=1}^{N_p}\left\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{p}_i+\boldsymbol{t}-\boldsymbol{q}_{c_k(i)}\right\|_2^2$$
$$+\frac{\alpha}{N_l}\sum_{l=1}^{N_l}\left\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_l+\boldsymbol{t}-\boldsymbol{y}_{s_k(l)}\right\|_2^2 \tag{7}$$

令$\mathrm{d}F(\boldsymbol{A},\boldsymbol{t})/\mathrm{d}\boldsymbol{t}=0$可解得

$$\boldsymbol{t}=\frac{1}{1+\alpha}\left(\frac{1}{N_p}\sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{q}_{c_k(i)}+\frac{\alpha}{N_l}\sum_{l=1}^{N_l}\boldsymbol{y}_{s_k(l)}\right.$$
$$\left.-\frac{\boldsymbol{A}}{N_p}\sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{p}_i-\frac{\alpha\boldsymbol{A}}{N_l}\sum_{l=1}^{N_l}\boldsymbol{x}_l\right) \tag{8}$$

将$\boldsymbol{t}$代入式(7)，并令：

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{p}_i^1&=(1/N_p)^{1/2}\cdot\left(\boldsymbol{p}_i-\frac{\sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{p}_i/N_p+\alpha\sum_{l=1}^{N_l}\boldsymbol{x}_l/N_l}{1+\alpha}\right)\\
\boldsymbol{q}_{c_k(i)}^1&=(1/N_p)^{1/2}\cdot\left(\boldsymbol{q}_{c_k(i)}-\frac{\sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{q}_{c_k(i)}/N_p+\alpha\sum_{l=1}^{N_l}\boldsymbol{y}_{s_k(l)}/N_l}{1+\alpha}\right)\\
\boldsymbol{x}_l^1&=(\alpha/N_l)^{1/2}\cdot\left(\boldsymbol{x}_l-\frac{\sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{p}_i/N_p+\alpha\sum_{l=1}^{N_l}\boldsymbol{x}_l/N_l}{1+\alpha}\right)\\
\boldsymbol{y}_{s_k(l)}^1&=(\alpha/N_l)^{1/2}\cdot\left(\boldsymbol{y}_{s_k(l)}-\frac{\sum_{i=1}^{N_p}\boldsymbol{q}_{c_k(i)}/N_p+\alpha\sum_{l=1}^{N_l}\boldsymbol{y}_{s_k(l)}/N_l}{1+\alpha}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

于是目标函数$F(\boldsymbol{A},\boldsymbol{t})$可被化简为

$$F(\boldsymbol{A})=\sum_{i=1}^{N_p}\left\|\boldsymbol{A}p_i^1-\boldsymbol{q}_{c_k(i)}^1\right\|_2^2+\sum_{l=1}^{N_l}\left\|\boldsymbol{A}x_l^1-\boldsymbol{y}_{s_k(l)}^1\right\|_2^2 \tag{10}$$

令$N=N_p+N_l$，$E=\{\boldsymbol{e}_j\}_1^N$，$F=\{\boldsymbol{f}_j\}_1^N$，其中$\boldsymbol{e}_j$和$\boldsymbol{f}_j$的定义为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{e}_j&=\begin{cases}\boldsymbol{p}_j^1, & 1\le j\le N_p\\ \boldsymbol{x}_{j-N_p}^1, & N_p+1\le j\le N\end{cases}\\
\boldsymbol{f}_j&=\begin{cases}\boldsymbol{q}_{c_k(j)}^1, & 1\le j\le N_p\\ \boldsymbol{y}_{s_k(j-N_p)}^1, & N_p+1\le j\le N\end{cases}
\end{aligned} \tag{11}$$

然后式(10)可被化简为

$$F(\boldsymbol{A})=\sum_{i=1}^{N}\left\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_j-\boldsymbol{f}_j\right\|_2^2 \tag{12}$$

令 $\mathrm{d}F(\boldsymbol{A})/\mathrm{d}\boldsymbol{A}=0$，可以解得仿射矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为

$$\boldsymbol{A}=\left(\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{f}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_j\right)\left(\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{e}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_j\right)^{-1} \tag{13}$$

将仿射矩阵 $\boldsymbol{A}$ 代入式(8)，可以进一步计算出形状偏移量 $\boldsymbol{t}$。直到 $\left|F\left(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{t}_k\right)-F\left(\boldsymbol{A}_{k-1},\boldsymbol{t}_{k-1}\right)\right|\le\varepsilon$ 或者 k 达到最大迭代次数时，循环结束并输出最终的仿射变换 $\left(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{t}_k\right)$。

3.2 鲁棒非刚体配准算法

在控制点引导仿射 ICP 算法的基础上，本小节提出了一种基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法。该算法采用分层迭代的方式由粗到精地完成形状点集的非刚体配准，每层迭代包含以下 3 个步骤。(1)对子形状点集集合和子目标点集集合进行分块处理，同时更新分块后每一类子点集的形状控制点。(2)通过控制点引导仿射 ICP 算法求解对应子点集之间的局部仿射变换。(3)利用上一步求解的局部仿射变换更新子形状点集集合及其形状控制点集合。

将第 k 层迭代得到的子形状点集集合和子目标点集集合设置为 $P_k^{N_k}=\left\{P_i^k\right\}_{i=1}^{N_k}$ 和 $Q_k^{N_k}=\left\{Q_i^k\right\}_{i=1}^{N_k}$，相应的控制点集合设置为 $X_k^{N_k}=\left\{X_i^k\right\}_{i=1}^{N_k}$ 和 $Y_k^{N_k}=\left\{Y_i^k\right\}_{i=1}^{N_k}$。可以得到点集的分层配准模型如图 2 所示。其中 N_k 表示第 k 层迭代时点集分块的数量，$\widehat{P}_k^{N_k}$ 和 $\widehat{X}_k^{N_k}$ 表示未经仿射变换 $\left(\boldsymbol{A}_i^k,\boldsymbol{t}_i^k\right)$ 更新的子形状点集集合及其形状控制点集合。

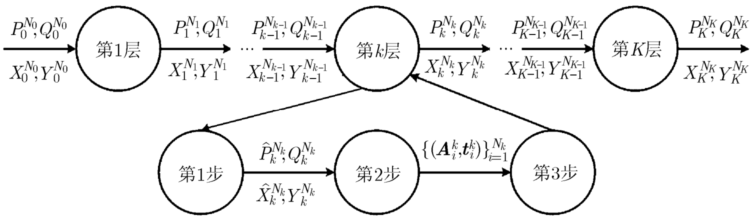


图 2 点集的分层配准模型

在第 1 层迭代中，首先利用 Harris[17]角点检测分别提取形状点集 P 和目标点集 Q 的控制点点集 $X=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_x}$ 和 $Y=\{\boldsymbol{y}_m\}_{m=1}^{N_y}$。然后使用密度聚类[20]的方法消除 P 和 Q 中的大部分噪声和离群点。接着利用控制点引导仿射 ICP 算法预配准形状点集 P 和目标点集 Q 并更新它们的对应控制点对，得到 $X=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_l}$ 和 $Y=\{\boldsymbol{y}_l\}_{l=1}^{N_l}$。接着将两控制点点集作为聚类中心，对形状点集 P 和目标点集 Q 分别进行聚类分块，聚类分块的数量与控制点的数量一致，均为 N_l。

$$\left.\begin{aligned}\left\{\widehat{P}_i^1\right\}_{i=1}^{N_l}&=\mathop{\arg\min}_{\left\{\widehat{P}_i^1\right\}_{i=1}^{N_l}}\sum_{i=1}^{N_l}\sum_{\boldsymbol{p}\in P_i}\left\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{p}\right\|_2^2\\ \left\{Q_i^1\right\}_{i=1}^{N_l}&=\mathop{\arg\min}_{\left\{Q_i^1\right\}_{i=1}^{N_l}}\sum_{i=1}^{N_l}\sum_{\boldsymbol{q}\in Q_i}\left\|\boldsymbol{y}_i-\boldsymbol{q}\right\|_2^2\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

式中，$\boldsymbol{x}_i$ 和 $\boldsymbol{y}_i$ 表示聚类中心，$\boldsymbol{p}$ 表示形状点集 P 中的点，$\widehat{P}_i^1$ 表示 P 聚类分块后的第 i 个子形状点集，$\boldsymbol{q}$ 表示目标点集 Q 中的点，Q_i^1 表示 Q 聚类分块后的第 i 个子目标点集。形状点集第 1 次聚类分块的结果如图 3 所示，图 3 中每一种颜色表示一个子形状点集。

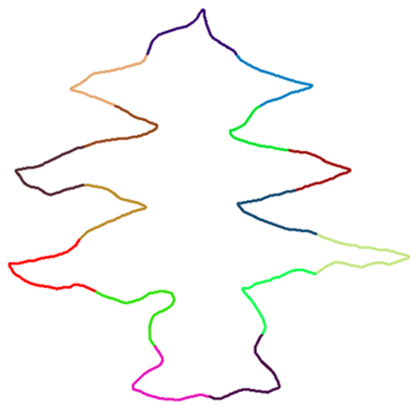


图 3 形状点集第 1 次聚类分块的结果

然后利用式(15)更新子形状点集 $\widehat{P}_i^1$ 的形状控制点 $\widehat{X}_i^1=\left[\boldsymbol{x}_i;\boldsymbol{x}_1';\boldsymbol{x}_2'\right]$ 和子目标点集 Q_i^1 的形状控制点 $Y_i^1=\left[\boldsymbol{y}_i;\boldsymbol{y}_1';\boldsymbol{y}_2'\right]$。

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{x}_1'&=\mathop{\arg\min}_{\boldsymbol{x}_1'\in\widehat{P}_i^k,\boldsymbol{p}_j\in\widehat{P}_{i-1}^k}\sum_{j=1}^{N_{\widehat{P}_{i-1}^k}}\left\|\boldsymbol{x}_1'-\boldsymbol{p}_j\right\|_2^2\\ \boldsymbol{x}_2'&=\mathop{\arg\min}_{\boldsymbol{x}_2'\in\widehat{P}_i^k,\boldsymbol{p}_m\in\widehat{P}_{i+1}^k}\sum_{m=1}^{N_{\widehat{P}_{i+1}^k}}\left\|\boldsymbol{x}_2'-\boldsymbol{p}_m\right\|_2^2\\ \boldsymbol{y}_1'&=\mathop{\arg\min}_{\boldsymbol{y}_1'\in Q_i^k,\boldsymbol{q}_j\in Q_{i-1}^k}\sum_{j=1}^{N_{Q_{i-1}^k}}\left\|\boldsymbol{y}_1'-\boldsymbol{q}_j\right\|_2^2\\ \boldsymbol{y}_2'&=\mathop{\arg\min}_{\boldsymbol{y}_2'\in Q_i^k,\boldsymbol{q}_m\in Q_{i+1}^k}\sum_{m=1}^{N_{Q_{i+1}^k}}\left\|\boldsymbol{y}_2'-\boldsymbol{q}_m\right\|_2^2\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

式中，$\widehat{P}_{i-1}^k$ 和 $\widehat{P}_{i+1}^k$ 表示子形状点集 $\widehat{P}_i^k$ 的相邻点集，$N_{\widehat{P}_{i-1}^k}$ 和 $N_{\widehat{P}_{i+1}^k}$ 表示 $\widehat{P}_{i-1}^k$ 和 $\widehat{P}_{i+1}^k$ 中的点数量。Q_{i-1}^k 和 Q_{i+1}^k 表示子目标点集 Q_i^k 的相邻点集，$N_{Q_{i-1}^k}$ 和 $N_{Q_{i+1}^k}$ 表示 Q_{i-1}^k 和 Q_{i+1}^k 中的点数量。

接着利用控制点引导仿射 ICP 算法求解对应子点集间的仿射变换 $\left\{\left(\boldsymbol{A}_i^k,\boldsymbol{t}_i^k\right)\right\}_{i=1}^{N_k}$，并利用这些仿射变换更新子形状点集集合 $P_k^{N_k}$ 及其控制点集合 $X_k^{N_k}$。

$$\left.\begin{aligned} P_k^{N_k} &= \left\{P_i^k\right\}_{i=1}^{N_k} = \left\{\boldsymbol{A}_i^k\widehat{P}_i^k + \boldsymbol{t}_i^k\right\}_{i=1}^{N_k} \\ X_k^{N_k} &= \left\{X_i^k\right\}_{i=1}^{N_k} = \left\{\boldsymbol{A}_i^k\widehat{X}_i^k + \boldsymbol{t}_i^k\right\}_{i=1}^{N_k} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

第 $k(k\ge 2)$ 层迭代时，对于不同形状的子点集采用不同的分块方法。对于第 1 层迭代产生的∠形子点集，采用拟合曲线分割的方法进行分块，以子形状点集为例，拟合曲线分块的主要步骤如图 4 所示。

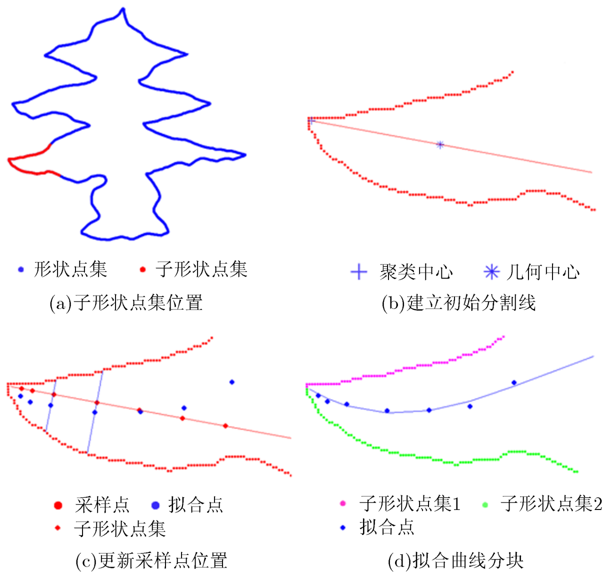
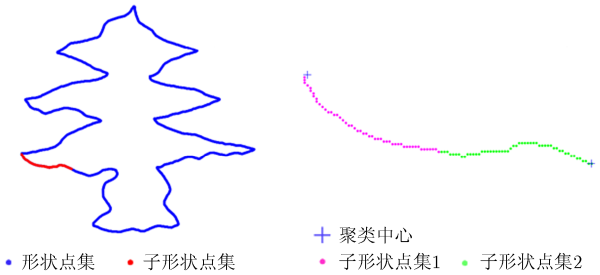


图 4 ∠形子点集的分块步骤

如图 4 所示，首先利用子形状点集的聚类中心和几何中心建立初始分割线，并在初始分割线上进行点采样，然后以这些采样点为垂心作垂直于初始分割线并相交于子形状点集的直线，接着取各直线的中点作为曲线拟合点，建立拟合曲线，最后以拟合曲线为分界线完成子形状点集的分块。

对于第 2 层及第 2 层以后迭代产生的线形子点集，采用与第 1 层迭代相同的方法进行子点集的聚类分块。以子形状点集为例，令子形状点集的控制点为聚类中心，对子形状点集进行聚类分块，聚类分块的结果如图 5 所示。



(a)子形状点集位置 (b)聚类分块结果

图 5 线形子点集的分块结果

对于上述两种子点集分块方法，均利用式(15)更新子形状点集 $\widehat{P}_i^k$ 的形状控制点 $\widehat{X}_i^k=\left[\boldsymbol{x}_1';\boldsymbol{x}_2'\right]$ 和子目标点集 Q_i^k 的形状控制点 $Y_i^k=\left[\boldsymbol{y}_1';\boldsymbol{y}_2'\right]$。

假设第 K 层迭代时，子形状点集集合和子目标点集集合的配准误差收敛。利用式(2)搜索 P_i^{K-1} 在 Q_i^{K-1} 中的最近对应点，接着对每组对应点都求解一个的平移向量，通过对 P_i^{K-1} 中各个点进行平移变换，直接将子形状点集配准到子目标点集。子形状点集的各点配准结果如图 6 所示。

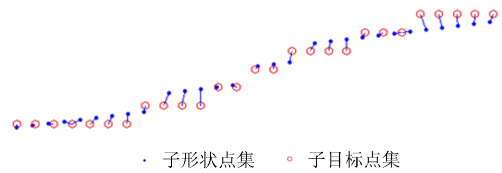


图 6 子形状点集的各点配准结果

综上所述，基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法主要步骤如表 1 所示。

表 1 基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法

算法 1 基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法

1. 输入：形状点集 $\{\boldsymbol{p}_i\}_{i=1}^{N_p}$，目标点集 $\left\{\boldsymbol{q}_j\right\}_{j=1}^{N_q}$，控制点点集 $\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_x}$ 和 $\{\boldsymbol{y}_m\}_{m=1}^{N_y}$。
2. 初始化：
(1)利用控制点引导仿射 ICP 算法预配准形状点集 P 和目标点集 Q，然后更新它们的对应控制点对，得到 $\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_l}$ 和 $\{\boldsymbol{y}_l\}_{l=1}^{N_l}$；
(2)令 $P_0^{N_0}=\{\boldsymbol{p}_i\}_{i=1}^{N_p}$, $Q_0^{N_0}=\{\boldsymbol{q}_j\}_{j=1}^{N_q}$, $X_0^{N_0}=\{\boldsymbol{x}_l\}_{l=1}^{N_l}$，$Y_0^{N_0}=\{\boldsymbol{y}_l\}_{l=1}^{N_l}$。
3. 循环：
(1)利用式(14)和式(15)对 $k-1$ 层的 $P_{k-1}^{N_{k-1}}$, $X_{k-1}^{N_{k-1}}$, $Q_{k-1}^{N_{k-1}}$ 和 $Y_{k-1}^{N_{k-1}}$ 进行分块，得到 $\widehat{P}_k^{N_k}$, $\widehat{X}_k^{N_k}$, $Q_k^{N_k}$ 和 $Y_k^{N_k}$；
(2)利用控制点引导仿射 ICP 算法求解对应子点集之间的仿射变换 $\left\{\left(\boldsymbol{A}_i^k,\boldsymbol{t}_i^k\right)\right\}_{i=1}^{N_k}$；
(3)利用式(16)更新子形状点集集合 $\widehat{P}_k^{N_k}$ 及其形状控制点集合 $\widehat{X}_k^{N_k}$。
直到子形状点集集合和子目标点集集合的配准误差收敛。
4. 输出：最终更新后的子形状点集集合 $P_K^{N_K}$。

4　实验结果与分析

为了验证本文算法的精确性和收敛性，选择 MPEG_CE-Shape-1_Part_B[21]图像库进行实验。在实验中，通过边缘检测提取图像模板的形状点集和目标点集，通过 Harris[17]角点检测提取两点集的控制点点集。实验中选取 CPD 算法[13]，OSNICP 算法[11]和 CNICP 算法[12]作为对比算法。本节设置了 3 组点集非刚体配准实验，第 1 组实验研究了复杂局部形变下本文算法与传统非刚体配准算法在定位精度和收敛速度上的差异。第 2 组实验研究了分层配准模型的迭代层数 K 对本文算法配准性能的影响。第 3 组实验研究了控制点引导权重 α 对本文算法配准性能的影响。

4.1 复杂局部形变下的实验

在第 1 组实验中，首先对形状点集 P 进行复杂局部变形，然后分别提取形状点集 P 的控制点点集 X 和目标点集 Q 的控制点点集 Y，接着利用这些点集进行非刚体配准实验。

当形状点集 P 中的所有点仅配准到目标点集 Q 中的少部分点时，两点集间的重叠率下降。为了衡量重叠率下降造成的配准误差，本文定义了一个重叠误差 ε_{ol}：

$$\varepsilon_{ol} = e^{\left|\frac{N_Q}{N_C} - \frac{N_Q}{N_P}\right|} \tag{17}$$

式中，N_P 和 N_Q 分别表示形状点集 P 和目标点集 Q 中的点数量。$N_C (N_C \le N_P)$ 表示形状点集 P 在目标点集 Q 中的对应点数量，N_C 越小，重叠误差 ε_{ol} 越大。不同算法在复杂局部形变下的非刚体配准结果如表 2 和图 7 所示。

由表 2 的实验结果可以看出，本文算法的 RMS (Root Mean Square)误差、重叠误差 ε_{ol} 和收敛时间都远低于 CPD, OSNICP 和 CNICP 算法，这说明本文算法有效提高了非刚体配准的精度和速度。在图 7 的配准效果图中，本文算法对复杂局部形变数据达到了最佳的配准效果，这进一步证明本文算法具有很强的精确性和收敛性。

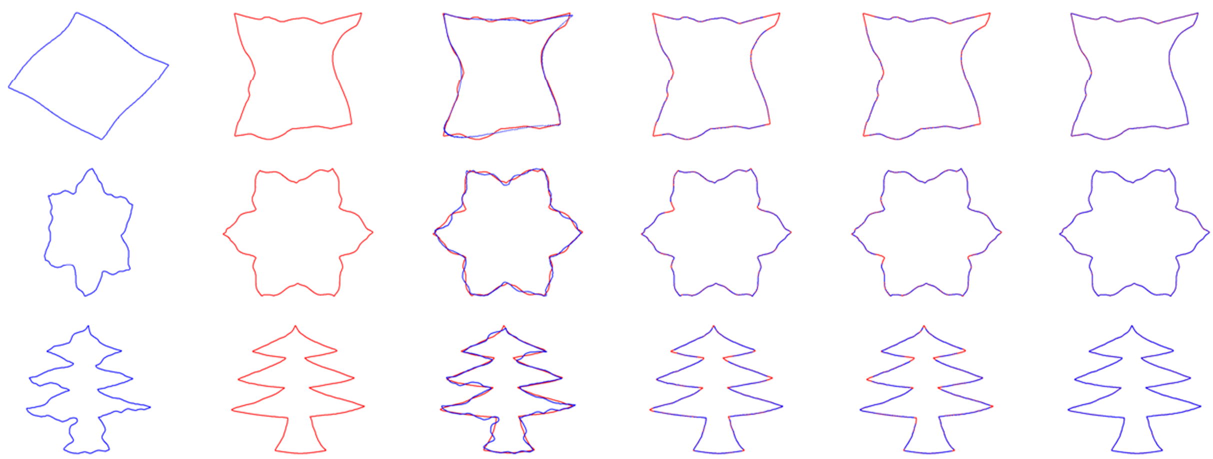
4.2 模型的迭代层数 K 对本文算法性能的影响

第 2 组实验研究了分层配准模型的迭代层数 K 对本文算法性能的影响。选择第 1 组实验中的数据点集形状 1 进行实验，各配准模型的迭代层数分别设置为 2, 3, 4, 5, 6。在每 1 层迭代中，控制点引导权重均设置为 5。本文算法在不同迭代层数 K 下的配准结果如表 3 所示，在不同迭代层数 K 下的配准效果图如图 8 所示。

由表 3 的配准结果可以看出，随着模型迭代层数 K 的增加，本文算法的 RMS 误差和重叠误差 ε_{ol} 不断减小，收敛时间不断增加。这说明增加迭代层数 K 有助于提高点集非刚体配准的精度，而增加模

表 2　CPD, OSNICP, CNICP 和本文算法对复杂局部形变数据的配准结果

数据点集	CPD[13]			OSNICP[11]			CNICP[12]			本文算法		
	RMS	ε_{ol}	时间(s)	RMS	ε_{ol}	时间(s)	RMS	ε_{ol}	时间(s)	RMS	ε_{ol}	时间(s)
形状 3	3.6929	1.6493	6.1567	1.5* e^{-10}	4.5841	3.3051	0.0067	4.2628	0.9283	0	0.1519	0.3183
形状 1	4.9449	1.9741	3.3549	1.7* e^{-10}	2.1312	9.4684	0.0105	2.1890	0.8285	0	0.2490	0.4400
树	4.7504	2.0767	17.643	4.3* e^{-11}	2.7716	93.971	0.0021	2.7716	1.7612	0	0.3704	1.0690

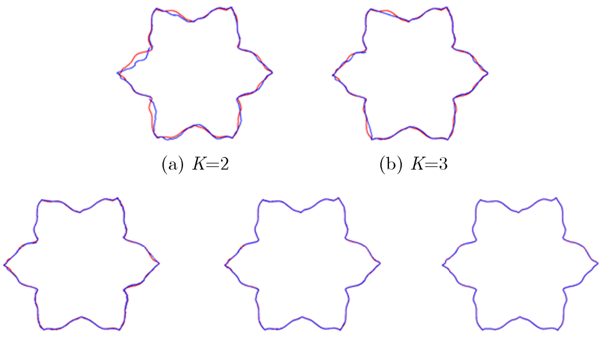


(a)形状点集　(b)目标点集　(c) CPD[13]　(d) OSNICP[11]　(e) CNICP[12]　(d)本文算法

图 7　CPD, OSNICP, CNICP 和本文算法对复杂局部形变数据的配准效果图

表 3 本文算法在不同迭代层数 K 下的配准结果

K	2	3	4	5	6
RMS	5.1615	2.6233	1.2912	0.6480	0
ε_{ol}	1.8223	1.4189	1.2622	1.1353	1.1296
时间(s)	0.0481	0.1109	0.2273	0.4419	0.4456



(a) K=2 (b) K=3

(c) K=4 (d) K=5 (e) K=6

图 8 本文算法在不同迭代层数 K 下的配准效果图

型迭代层数 K 必然会影响算法的计算复杂度，这导致了收敛时间的增加。由图 8 的配准效果图也可以看出，随着模型层数的增加，点集非刚体配准的效果越来越好。

4.3 控制点引导权重 α 对本文算法性能的影响

第 3 组实验研究了控制点引导权重 α 对本文算法性能的影响。选择第 1 组实验中的数据点集形状 3 进行实验，各配准模型的控制点引导权重分别设置为 1, 2, 4, 6, 8。本文算法在不同控制点引导权重下的收敛图如图 9 所示。本文算法在不同控制点引导权重下的收敛次数如图 10 所示。

由图 9 的收敛过程可以看出，随着控制点引导权重 α 的增加，本文算法的收敛次数不断减小。这说明增加控制点引导权重可有效提高本文算法的收敛速度。由图 10 可知，控制点引导权重的上界为 9，对应的最小收敛次数为 18，当控制点引导权重大于 9 时，模型的收敛次数有所增加并最终收敛于 19。这进一步证明了本文算法具有很强的收敛性。

5 结束语

本文提出了一种基于局部仿射配准的鲁棒非刚体配准算法。该算法采用分层迭代配准的方式逐步完成形状点集的非刚体配准，每层迭代包含以下 3 个步骤。第 1 步，对子形状点集集合和子目标点集集合进行分块处理，然后更新分块后每一子点集的形状控制点。第 2 步，通过控制点引导仿射 ICP 算法求解对应子点集之间的仿射变换。第 3 步，利用上一步求解的仿射变换更新子形状点集集合及其形状控制点集合。重复上述步骤，直到配准误差收敛时，输出更新后的形状点集。实验结果表明，本文算法的精确性和收敛性相对于传统非刚体配准算法有了很大的提高。然而，由于本文采用角点作为初始控制点，因此配准精度易受角点提取好坏的影响。在下一步工作中，我们将寻找更为稳定的控制点提取方法，如在提取形状特征点的同时，提取纹理特征明显的点作为约束，以进一步提高本文算法的鲁棒性。

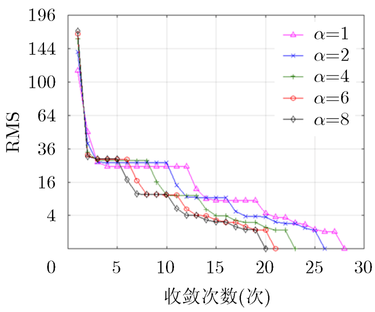


图 9 本文算法在不同控制点引导权重下的收敛图

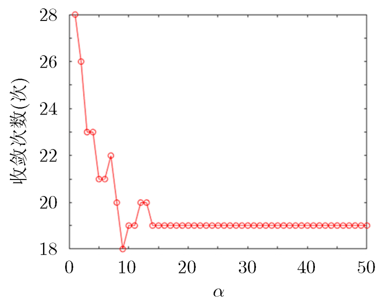


图 10 本文算法在不同控制点引导权重下的收敛次数

参 考 文 献

[1] ABATE A F, NAPPI M, RICCIO D, *et al.* 2D and 3D face recognition: A survey[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2007, 28(14): 1885–1906. doi: 10.1016/j.patrec.2006.12.018.

[2] WU G, KIM M, WANG Q, *et al.* Hierarchical attribute-guided, symmetric diffeomorphic registration for mr brain images[J]. *Human Brain Mapping*, 2014, 35(3): 1044–1060. doi: 10.1007/978-3-642-33418-4_12.

[3] ZHANG C, DU S, LIU J, *et al.* Robust 3D point set registration using iterative closest point algorithm with bounded rotation angle[J]. *Signal Processing*, 2016, 120(C): 777–788. doi: 10.1016/j.sigpro.2015.01.021.

[4] ZHANG L, GAO Y, XIA Y, *et al.* Representative discovery of structure cues for weakly-supervised image segmentation[J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2014, 16(2): 470–479. doi: 10.1109/TMM.2013.2293424.

[5] JAVADI M S, KADIM Z, WOON H H, *et al.* An automatic robust image registration algorithm for aerial mapping[J]. *International Journal of Image and Graphics*, 2015, 15(2): 154–169. doi: 10.1142/S0219467815400021.

[6] DU S, GUO Y, SANROMA G, *et al.* Building dynamic population graph for accurate correspondence detection[J]. *Medical Image Analysis*, 2015, 26(1): 256–267. doi: 10.1016/j.media.2015.10.001.

[7] BESL P J and MCKAY H D. A method for registration of 3-D shapes[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239–256. doi: 10.1109/34.121791.

[8] ZHANG K, LI X, and ZHANG J. A robust point-matching algorithm for remote sensing image registration[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 11(2): 469–473. doi: 10.1109/LGRS.2013.2267771.

[9] DONG J, PENG Y, YING S, *et al.* Lietricp: An improvement of trimmed iterative closest point algorithm[J]. *Neurocomputing*, 2014, 140: 67–76. doi: 10.1016/j.neucom.2014.03.035.

[10] BERGSTRÖM P and EDLUND O. Robust registration of surfaces using a refined iterative closest point algorithm with a trust region approach[J]. *Numerical Algorithms*, 2017, 74(3): 755–779. doi: 10.1007/s11075-016-0170-3.

[11] AMBERG B, ROMDHANI S, and VETTER T. Optimal step non-rigid ICP algorithms for surface registration[C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Minneapolis, USA, 2007: 1–8.

[12] KOU Q, YANG Y, DU S, *et al.* A modified non-rigid ICP algorithm for registration of chromosome images[C]. International Conference on Intelligent Computing, Lanzhou, China, 2016: 503–513.

[13] MYRONENKO A and SONG X. Point set registration: Coherent point drift[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, 32(12): 2262–2275. doi: 10.1109/TPAMI.2010.46.

[14] HASANBELLIU E, GIRALDO L S, and PRINCIPE J C. A robust point matching algorithm for non-rigid registration using the Cauchy-Schwarz divergence[C]. IEEE international Workshop on Machine Learning for Signal Processing, Beijing, China, 2011: 1-6.

[15] CHEN J, MA J, YANG C, *et al.* Non-rigid point set registration via coherent spatial mapping[J]. *Signal Processing*, 2015, 106(C): 62–72. doi: 10.1016/j.sigpro.2014.07.004.

[16] MA J, ZHAO J, and YUILLE A L. Non-rigid point set registration by preserving global and local structures[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2016, 25(1): 53–64. doi: 10.1109/TIP.2015.2467217.

[17] HARRIS C. A combined corner and edge detector[C]. Proceedings of Fourth Alvey Vision Conference, Manchester, UK, 1988: 147–151.

[18] NUCHTER A, LINGEMANN K, and HERTZBERG J. Cached k-d tree search for ICP algorithms[C]. International Conference on 3-d Digital Imaging and Modeling, Montreal, Canada, 2007: 419–426.

[19] CHEN H and LIN T. An algorithm to build convex hulls for 3-D objects[J]. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 2006, 29(6): 945–952. doi: 10.1080/02533839.2006.9671195.

[20] RODRIGUEZ A and LAIO A. Clustering by fast search and find of density peaks[J]. *Science*, 2014, 344(6191): 1492–1496. doi: 10.1126/science.1242072.

[21] LATECKI L J, LAKAMPER R, and ECKHARDT T. Shape descriptors for non-rigid shapes with a single closed contour[C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Hilton Head Island, USA, 2000: 424–429.

熊　磊：　男，1976 年生，副教授，研究方向为模式识别、机器学习和计算机视觉.

吴礼洋：　男，1993 年生，硕士生，研究方向为模式识别、机器学习和计算机视觉.

杜少毅：　男，1979 年生，教授，研究方向为模式识别、机器学习和计算机视觉.

毕笃彦：　男，1962 年生，教授，研究方向为模式识别、机器学习和计算机视觉.

方　挺：　男，1993 年生，硕士生，研究方向为模式识别、机器学习和计算机视觉.