

应用改进的主要特征基函数快速计算目标宽角度 RCS

王仲根* 唐晓菡 汪 强

(安徽理工大学电气与信息工程学院 淮南 232001)

摘 要: 特征基函数法是分析目标宽角度电磁散射特性的有效方法之一,但在构造特征基函数时,设置的入射波激励包含大量的冗余信息,大大降低了特征基函数的构造效率;另外在分析复杂目标时,在增加激励数目的情况下,仅应用主要特征基函数并不能显著提高计算精度。针对这些问题,该文对特征基函数构造方法进行改进,首先采用奇异值分解技术对激励矩阵进行压缩去除冗余信息,减少求解矩阵方程的次数;其次充分考虑子域之间的互耦作用,将主要特征基函数与次要特征基函数融合,得到改进的主要特征基函数。数值计算结果表明:与传统方法相比,该方法具有更高的计算效率和计算精度。

关键词: 宽角度 RCS; 特征基函数法; 特征基函数; 奇异值分解

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)03-0573-06

DOI: 10.11999/JEIT170499

Fast Calculation of Wide-angel RCS of Objects Using Improved Primary Characteristic Basis Functions

WANG Zhonggen TANG Xiaowan WANG Qiang

(College of Electrical and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: Characteristic basis function method is one of the effective methods to analyze wide-angle electromagnetic scattering characteristics of objects. However, the incident wave excitations used to construct the Characteristic Basis Functions (CBFs) contain large amount of redundant information, which greatly reduces the construction efficiency of the CBFs. Moreover, when the complex target is analyzed, the calculation accuracy can not be significantly improved only using the Primary CBFs (PCBFs) when the number of excitations is increased. To solve these problems, an improved CBFs construction method is presented in this paper. Firstly, the Singular Value Decomposition (SVD) technique is used to effectively compress the excitation matrix to remove the redundant information, which in turn reduces the number of solving the matrix equation. Then, the mutual interaction among subdomains is fully considered, the Improved PCBFs (IPCBFs) are obtained by merging the PCBFs and the Secondary CBFs (SCBFs). The numerical results show that the proposed method has higher computational efficiency and computational accuracy than the traditional method.

Key words: Wide-angle RCS; Characteristic Basis Function Method (CBFM); Characteristic Basis Functions (CBFs); Singular Value Decomposition (SVD)

1 引言

矩量法^[1](MoM)是分析目标电磁散射特性的有效方法,但受限于其计算复杂度和对内部存储器的巨大消耗,该方法难以直接应用到电大尺寸目标的电磁特性分析中。为解决这一问题,一些快速有效的方法相继被提出来,如多层快速多极子法

(MLFMM)^[2]、快速偶极子法(FDM)^[3]、自适应积分法(AIM)^[4]、自适应交叉近似(ACA)^[5]算法等,上述方法可实现目标单激励电磁散射问题的快速分析,但对于多激励电磁散射问题需要重复求解矩阵方程,计算效率低。文献[6]采用插值方法分析了目标在多激励下的电磁散射特性;文献[7]针对激励源的低秩特性,应用 ACA 算法对激励源进行压缩,有效地提高了计算效率;文献[8,9]应用压缩感知技术得到一组关于感应电流的观测向量,再通过恢复算法恢复出宽角度真实的感应电流,从而实现目标宽角度电磁散射问题的快速分析,但上述方法均采用迭代法求解方程,需要面对收敛问题。直接求解法虽然复杂度高,但在分析宽角度电磁散射问题时

收稿日期: 2017-05-24; 改回日期: 2017-10-30; 网络出版: 2017-12-04

*通信作者: 王仲根 zgwang@ahu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61401003), 安徽省教育厅自然科学基金(KJ2016A669)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61401003), The Natural Science Foundation of Anhui Provincial Education Department (KJ2016A669)

具有优势。特征基函数法(CBFM)^[10]基于区域分块原理,将目标划分为多个子域并为每个子域构造一簇与入射角度无关的特征基函数(CBFs),最后构造一个降阶的缩减矩阵,采用直接法求解,该方法非常适用于分析目标宽角度电磁散射问题。为提高CBFs的构造效率,文献[11]提出基于物理光学的CBFs快速构造方法,但对于含有复杂棱边结构的目标,该方法不能精确模拟目标表面的电流分布;文献[12]提出一种基于ACA-LU分解的CBFs快速构造方法,有效地减少了CBFs构造时间;文献[13,14]应用ACA算法加速CBFs构造以及缩减矩阵构造,提高了计算效率;文献[15]提出一种多层CBFs构造方法,进一步减小了缩减矩阵的维数;文献[16,17]考虑子域间的互耦作用,求解出高阶CBFs来提高计算精度,但CBFs数目以及计算复杂度显著增加。文献[18]考虑到子域间的互耦作用,将主要特征基函数(PCBFs)与次要特征基函数(SCBFs)组合,有效地减少了CBFs的数目,但该方法不具有通用性,仅适用于一些特定的坐标平面。上述方法在一定程度上提高了CBFs的构造效率,但上述方法在构造CBFs时,入射波激励数目往往根据经验设定,激励源包含大量的冗余信息,这些冗余计算大大降低了CBFs的构造效率;另外在分析复杂目标电磁散射特性时,仅应用主要特征基函数并不能显著提高计算精度。本文对CBFs的构造方法进行改进,首先应用SVD技术对激励源进行压缩,去除冗余信息,减少求解矩阵方程的次数;其次考虑子域间的互耦作用,将PCBFs与SCBFs融合,得到改进的主要特征基函数(IPCBFs)。与传统方法相比较,本文方法在相同激励数的情况下,计算效率和计算精度都得到有效提高。

2 特征基函数法

CBFM^[10]首先按照几何特征相近的原则将目标划分为 M 个子域,再将每个子域离散成 N_i 个单元($i=1,2,\dots,M$),则矩量法得到的矩阵方程 $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{J} = \mathbf{E}$ 变成式(1)所示的分块矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1} & \mathbf{Z}_{M2} & \mathbf{Z}_{M3} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, \mathbf{Z}_{ij} ($i, j=1,2,\dots,M$)为 $N_i \times N_j$ 的子矩阵, \mathbf{J}_i 为相应的电流系数, \mathbf{E}_i 为激励电压。

CBFM采用 N_{pws} 个平面波激励照射子域产生PCBFs,设 N_θ 表示在 θ 方向的激励数目, N_ϕ 表示

在 ϕ 方向的激励数目,由于考虑到水平和垂直两种极化方式,总的激励数为 $N_{\text{pws}} = 2N_\theta N_\phi$ 。第 i 个子域上的PCBFs的可通过式(2)求得

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_{ii}^P = \mathbf{E}_i^e \quad (2)$$

式中, \mathbf{Z}_{ii}^e 表示扩展子域 i 的自阻抗,维数为 $N_i^{be} \times N_i^{be}$, \mathbf{E}_i^e 为 N_{pws} 个平面波产生的激励矩阵。求解式(2),得到扩展子域 i 的 \mathbf{J}_{ii}^P ,去掉扩展部分即得到子域 i 的PCBFs。通常情况下得到的PCBFs含有冗余信息,应用SVD去除PCBFs中冗余信息,即

$$\mathbf{J}_{ii}^P = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^T \quad (3)$$

式中, \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 均为正交矩阵,维数分别 $N_i^{be} \times N_i^{be}$ 和 $N_{\text{pws}} \times N_{\text{pws}}$, \mathbf{W} 是对角阵,维数为 $N_i^{be} \times N_{\text{pws}}$,对角线元素为 \mathbf{J}_{ii}^P 的奇异值。对 \mathbf{U} 选择合适的门限,保留大于门限前 K_i 个列向量,得到一组与入射方向和极化方式无关的正交CBFs,记为 $\mathbf{J}_{ii}^{\text{CBFs}}$ 。假设第 i 个子域共有 K_i 个CBFs,则子域 i 表面电流即可通过CBFs线性组合表示:

$$\mathbf{J}_i = \sum_{k=1}^{K_i} \alpha_i^k \mathbf{J}_{ii}^k \quad (4)$$

式中, α_i^k 为待求的CBFs系数。 \mathbf{J}_{ii}^k 为子域 i 上的第 k 个CBFs。则待分析目标的表面电流为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_M \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{K_1} \alpha_1^k \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11}^k \\ [0] \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{K_2} \alpha_2^k \begin{bmatrix} [0] \\ \mathbf{J}_{22}^k \\ \vdots \\ [0] \end{bmatrix} + \cdots + \sum_{k=1}^{K_M} \alpha_M^k \begin{bmatrix} [0] \\ [0] \\ \vdots \\ \mathbf{J}_{MM}^k \end{bmatrix} \quad (5)$$

将式(4)代入到式(1),采用伽略金法得到一个关于 α_i^k 降阶的线性方程组,即

$$\mathbf{Z}^R \cdot \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{E}^R \quad (6)$$

其中, \mathbf{Z}^R 为缩减矩阵,维数为 $\sum_{i=1}^M K_i \times \sum_{i=1}^M K_i$ 。 $\boldsymbol{\alpha}$ 为待求的CBFs系数向量矩阵, \mathbf{E}^R 为降阶后的激励矩阵。由于 \mathbf{Z}^R 的维数较传统矩量法中的阻抗矩阵维数大大减小,因此可以采用直接法求出特征基函数的系数矩阵 $\boldsymbol{\alpha}$,并将其代入式(5),即可求得目标的表面电流系数 \mathbf{J} 。

3 改进的主要特征基函数法(IPCBFM)

激励矩阵 \mathbf{E}_i^e 存在大量的冗余信息,直接应用 \mathbf{E}_i^e 计算CBFs存在大量冗余计算,为提高CBFs计算效率,在求解CBFs之前,首先对 \mathbf{E}_i^e 进行SVD:

$$\mathbf{E}_i^e = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (7)$$

对角阵 Σ 对角线上的元素为从大到小分布的特征值，通过设定一个门限 τ ，去掉 \mathbf{U} 矩阵中具有线性相关性的分量并将其表示为 $\hat{\mathbf{U}}_{\text{new}}$ 。经过 SVD 压缩后，激励数目显著减少，为简单起见，假设所有的子域包含 K 个激励矢量 ($K \ll N_{\text{pws}}$)，定义一个新的激励矩阵：

$$\mathbf{E}_i^e = \hat{\mathbf{U}}_i^{\text{new}} \quad (8)$$

将新的激励矩阵代入到式(2)得到式(9)，求解式(9)即可得到各子域的 \mathbf{J}_{ii}^P ：

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_{ii}^P = \hat{\mathbf{U}}_i^{\text{new}} \quad (9)$$

通过求解式(9)，每个子域可得到 K 个 PCBFs。

在分析一些复杂目标时，仅应用 PCBFs 不能精确描述目标表面真实电流分布，并且通过增加激励数目，也不能有效提高计算精度。本文充分考虑子域间的互耦作用，将 PCBFs 与 SCBFs 融合，得到 IPCBFs。假设在第 k 个激励照射下，子域 i, j 的 PCBFs 分别为 $\mathbf{J}_{ii}^{P(k)}, \mathbf{J}_{jj}^{P(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, K$)，将子域 j 的 $\mathbf{J}_{jj}^{P(k)}$ 产生的散射场作为子域 i 的入射场，可得到第 i 个子域的 SCBFs ($\mathbf{J}_{ij}^{S(k)}$)，具体求解过程为

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_{ij}^{S(k)} = \mathbf{V}_{ij} \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_{ij} = -\mathbf{Z}_{ij}^e \mathbf{J}_{jj}^{P(k)} \quad (i \neq j) \quad (11)$$

\mathbf{Z}_{ij}^e 为扩展子域 i, j 的互阻抗，若直接求解式(10)，每个子域可得到 $M-1$ 个 SCBFs。对于 K 个激励，每个子域得到 KM 个 CBFs (包含 K 个 PCBFs, $K(M-1)$ 个 SCBFs)，所有子域总的 CBFs 数目为 KM^2 ，得到的缩减矩阵维数增大。为解决这一问题，本文将 PCBFs 与 SCBFs 融合，具体实现步骤如下：

$$\begin{aligned} & \mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_{ii}^{P(k)} + \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij}^e \mathbf{J}_{ij}^{S(k)} \\ &= \mathbf{Z}_{ii}^e \sum_{j=1}^M \mathbf{J}_{ij}^{(k)} \equiv \mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_{ii}^{\text{IP}(k)} = \hat{\mathbf{U}}_i^{\text{new}(k)} + \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{V}_{ij} \\ &= \hat{\mathbf{U}}_i^{\text{new}(k)} - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij}^e \mathbf{J}_{jj}^{P(k)} \end{aligned} \quad (12)$$

式中， $\hat{\mathbf{U}}_i^{\text{new}(k)}$ 为新激励矩阵中第 k 个激励源。通过求解式(12)即可得到 IPCBFs ($\mathbf{J}_{ii}^{\text{IP}(k)}$)。对于 K 个激励，每个子域可得到 K 个 IPCBFs，总的 CBFs 数目为 KM ，CBFs 数目显著减少；并且该方法考虑到子域间的互耦作用，得到的 IPCBFs 包含更多的目标电流信息特征，可以有效提高计算精度。为加速式(12)中矩阵向量积运算，本文采用 ACA 算法加速 $\mathbf{Z}_{ij}^e \mathbf{J}_{jj}^{P(k)}$ 计算。

4 数值算例

为验证本文方法的有效性和准确性，分别对导

体杏仁体、正方体以及锥形圆柱的宽角度 RCS 进行了计算，所有计算均在 Intel(R) Core(TM) i5-6200U 2.30 GHz, 16 GB RAM 的 PC 机上完成，编译器采用 Visual studio 2013, ACA 门限为 0.001，数值算例中的 CBFM 均采用文献[10]所提出的方法。为了测试本文方法计算的电流和原始电流的误差，定义均方根误差：
$$\text{Err} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |I_i^{\text{CBFMx}} - I_i^{\text{MoM}}|^2 / |I_i^{\text{MoM}}|^2 \right)^{0.5} \times 100\%$$
， I_i^{CBFMx} 为应用 CBFM, IPCBFM 计算出的电流系数， I_i^{MoM} 为应用商业软件 FEKO(采用 MoM 求解)计算出的电流系数。

算例 1 计算了一个 252.3744 mm 杏仁体的单站 RCS，入射频率为 7 GHz，入射角 $\theta = 90^\circ, \phi = 0^\circ \sim 180^\circ$ 。用三角单元进行剖分，单元数为 11564，目标被划为 8 个子域，为保证子域间电流的连续性，每个子域均向外扩展 0.15λ ，扩展后未知数为 24728。CBFM^[10]和 IPCBFM 在 θ 方向、 ϕ 方向均构造 20 个入射波激励，考虑水平和垂直极化方式，共 800 个入射波激励。表 1 给出了两种方法在不同 SVD 门限下 CBFs 数目以及表面电流误差。从表 1 可以看出，在相同的 SVD 门限下，IPCBFM 具有更高的计算精度，并且所需要的 CBFs 数目更少。兼顾计算效率和误差的情况下，CBFM, IPCBFM 的 SVD 门限分别取 0.001 和 0.005。表 2 给出了应用两种方法每个子域得到的 CBFs 数目以及最后缩减矩阵维数。从表 2 可以看出，IPCBFM 与 CBFM 相比，CBFs 数目以及缩减矩阵维数都得到有效缩减。图 1 分别给出了应用 IPCBFM, MoM 计算得到的一个 RWG 基函数的宽角度真实电流系数，由图 1 可知，在 181 个 ϕ 角度采样点上，应用 IPCBFM 得到的电流系数的实部与虚部均与真实电流的实部与虚部吻合很好。最后应用 CBFM, IPCBFM 计算目标的宽角度 RCS，计算结果如图 2，图 3 所示，由图可见 IPCBFM 的计算结果与 MoM 吻合较好。

表 1 不同 SVD 门限下两种方法的 CBFs 数目以及误差

SVD 门限	CBFM		IPCBFM	
	Err(%)	CBFs 数目	Err(%)	CBFs 数目
0.001	2.51	1219	1.34	1156
0.003	3.60	996	2.07	978
0.005	3.89	905	2.36	872
0.008	4.12	835	2.94	788
0.010	8.59	798	3.21	769
0.030	12.92	613	10.47	574
0.050	22.73	548	19.86	506
0.080	36.04	442	28.41	427

表 2 每个子域 CBFs 数目以及缩减矩阵维数

方法	子域 1	子域 2	子域 3	子域 4	子域 5	子域 6	子域 7	子域 8	缩减矩阵维数
CBFM	124	168	185	190	180	164	130	78	1219×1219
IPCBFM	88	125	132	140	130	109	94	54	872×872

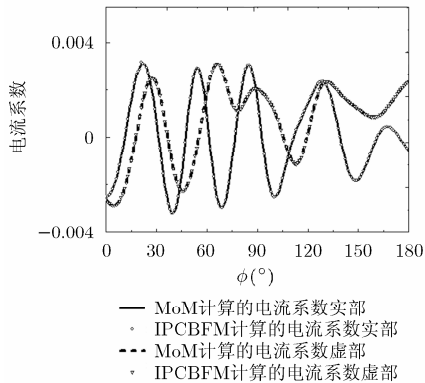


图 1 IPCBFM 和 MoM 计算的电流系数

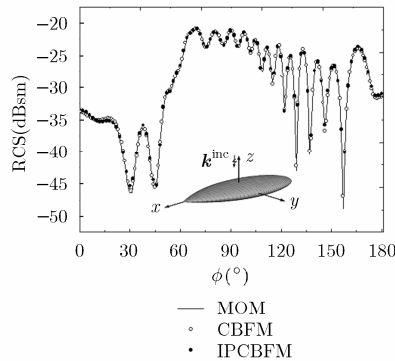


图 2 杏仁体 HH 极化单站 RCS

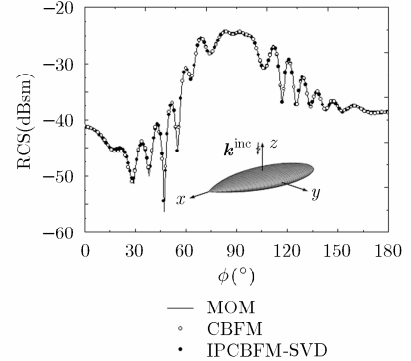


图 3 杏仁体 VV 极化单站 RCS

算例 2 计算了一个边长为 2 m 立方体的单站 RCS。入射频率为 500 MHz，入射角 $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ ， $\phi = 0^\circ$ 。用三角单元剖分目标，单元数为 26690，将立方体划为 26 个子域，子域间扩展 0.15λ ，扩展后未知数为 55842。两种方法均在 θ 方向、 ϕ 方向各构造 20 个平面波激励。应用 CBFM 时，每个子域平均得到 117 个 CBFs，缩减矩阵维数为 3063×3063 。应用 IPCBFM 时，对激励进行 SVD 压缩后，每个子域平均仅需要 98 个平面波激励，每个子域生成 98 个 IPCBFs，缩减矩阵的维数为 2556×2556 ，与 CBFM 相比缩减矩阵维数减少 27%，内存需求得到进一步降低。两种方法计算结果如图 4，图 5 所示，由图可见 IPCBFM 与 MoM 吻合较好。

算例 3 研究了带锥圆柱的单站散射特性，圆锥高 1 m，半径为 0.3 m，圆柱长 5 m，将目标划分为 16 个子域，子域间扩展 0.15λ ，扩展后未知数为 45719。入射频率为 600 MHz，入射角 $\theta = 90^\circ \sim 180^\circ$ ， $\phi = 0^\circ$ ，两种方法均在 θ 方向、 ϕ 方向各构造 20 个平面波激励。应用 CBFM 时，每个子域得到

154 个 CBFs，生成的缩减矩阵的维数为 2470×2470 。应用 IPCBFM 时，每个子域需要 128 个平面波激励，每个子域生成 128 个 IPCBFs，最后缩减矩阵的维数缩减到 2049×2049 ，减少了 27%。两种方法计算结果如图 6，图 7 所示，由图可见 CBFM (20×20) 计算精度较差，为提高 CBFM 计算精度，将原来 800 个平面波激励增加至 1250 个激励，但从图可以看出，CBFM (25×25) 计算精度并没有显著提高，而 IPCBFM (20×20) 由于考虑到子域间的互耦作用，在相同激励数目情况下，具有更高的计算精度。

表 3 分别给出了 CBFM, IPCBFM 在 CBFs 构造、缩减矩阵构造、缩减矩阵及 RCS 求解所需要的时间以及两种方法计算的电流系数误差。从表 3 可以看出，由于 IPCBFM 对激励源进行了有效压缩，减少了求解方程的次数，有效地提高了 CBFs 构造、缩减矩阵构造、缩减矩阵及 RCS 求解的计算效率；并且 IPCBFM 考虑到子域间的互耦作用，提高了计算精度。

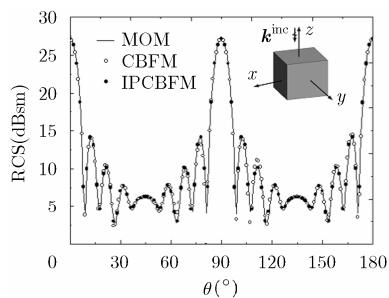


图 4 导体立方体 HH 极化单站 RCS

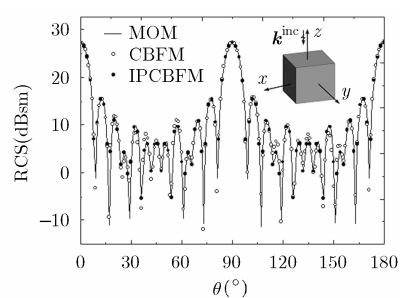


图 5 导体立方体 VV 极化单站 RCS

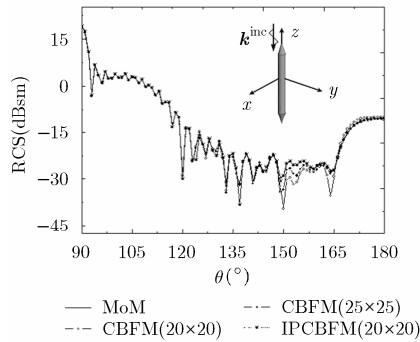


图6 导体带锥圆柱 HH 极化单站 RCS

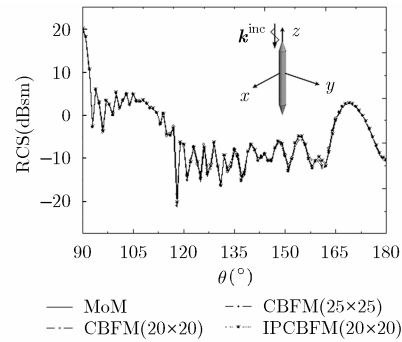


图7 导体带锥圆柱 VV 极化单站 RCS

表3 CPU 时间以及计算误差比较

目标及未知量个数	计算方法	CBFs 构造时间(s)	缩减矩阵填充时间(s)	缩减矩阵及 RCS 求解时间(s)	总时间(s)	电流系数误差(%)
杏仁体(24728)	MoM	-	-	-	4981.56	-
	CBFM	2364.71	143.56	34.24	2903.82	2.75
	IPCBFM	1874.18	82.93	23.01	2340.42	2.21
正方体(55842)	MoM	-	-	-	15240.78	-
	CBFM	5879.94	314.06	117.23	7108.13	4.02
	IPCBFM	4413.26	220.45	90.68	5522.68	3.47
带锥圆柱(45719)	MoM	-	-	-	10080.32	-
	CBFM	4561.27	251.47	88.68	5640.31	7.98
	IPCBFM	3298.54	178.25	72.51	4288.19	3.69

5 结论

本文给出了一种改进的主要特征基函数的构造方法，该方法首先对激励源进行 SVD 压缩，有效去除激励源中的冗余信息，减少了冗余计算，提高了计算效率；其次充分考虑到子域间的互耦作用，将主要特征基函数与次要特征基函数融合，得到改进的主要特征基函数，提高了计算精度。数值结果表明，在相同激励数目下，本文方法比传统方法具有更高的计算效率和计算精度。

参考文献

- [1] HARRINGTON R F. Field Computation by Moment Method[M]. New York: Macmillan, 1968: 22-57.
- [2] SONG J M, LU C C, and CHEW W C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(10): 1488-1493. doi: 10.1109/8.633855.
- [3] 陈新蕾, 邓小乔, 李苗, 等. 金属介质混合目标散射分析的快速偶极子法[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(11): 2790-2794. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00398.
- [4] 王兴, 龚书喜, 关莹, 等. AIM 结合渐近波形估计技术快速分析目标宽带电磁散射特性[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(8): 1975-1980. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.01404.
- [5] WANG Xing, GONG Shuxi, GUAN Ying, et al. Fast analysis of electromagnetic scattering of targets over a broad frequency band using AIM with asymptotic waveform evaluation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(8): 1975-1980. doi: 10.3724/SP.J.1146.2010.01404.
- [6] ZHAO K, VOUVAKIS M N, and LEE J F. The adaptive cross approximation algorithm for accelerated MoM computations of EMC problems[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2005, 47(4): 763-773. doi: 10.1109/TEMC.2005.857898.
- [7] LI L W, HE X J, WANG Y, et al. Electromagnetic scattering of the carbon nanotubes excited by an electric line source[J]. *Chinese Physic B*, 2012, 21(1): 014212-1-014212-5. doi: 10.1088/1674-1056/21/1/014212.
- [7] LIU Z, CHEN R, CHEN J, et al. Using adaptive cross approximation for efficient calculation of monostatic dielectric objects analysis using fast dipole method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(11): 2790-2794. doi: 10.3724/SP.J.1146.2011.00398.

- scattering with multiple incident angles[J]. *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, 2011, 26(4): 325-333.
- [8] 陈明生, 王时文, 马韬, 等. 基于压缩感知的目标频空电磁散射特性快速分析[J]. *物理学报*, 2014, 63(17): 170301-1-170301-5. doi: 10.7498/aps.63.170301.
- CHEN Mingsheng, WANG Shiwen, MA Tao, *et al.* Fast analysis of electromagnetic scattering characteristics in spatial and frequency domains based on compressive sensing [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(17): 170301-1-170301-5. doi:10.7498/aps.63.170301.
- [9] 曹欣远, 陈明生, 孔劭, 等. 自适应交叉近似结合压缩感知快速求解电大目标宽角度电磁散射问题[J]. *中国科技大学学报*, 2015, 45(4): 302-307. doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2015.04.007.
- CAO Xinyuan, CHEN Mingsheng, KONG Meng, *et al.* Application of adaptive cross approximation combined with compressed sensing to fast solution of electromagnetic scattering problems of electrically large objects over wide angles[J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2015, 45(4): 302-307. doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2015.04.007.
- [10] LUCENTE E, MONORCHIO A, and MITTRA R. An iteration-free MOM approach based on excitation independent characteristic basis function for solving large multiscale electromagnetic scattering problems[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2008, 56(4): 999-1007. doi: 10.1109/TAP.2008.919166.
- [11] 侯兆国, 王超, 董纯柱, 等. 基于 PO 和 EEC 的特征基函数快速构造方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(7): 1458-1461. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.07.06.
- HOU Zhaoguo, WANG Chao, DONG Chunzhu, *et al.* Fast characteristic basis functions construction procedure based on the PO and EEC method[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(7): 1458-1461. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.07.06.
- [12] DING J, LI J F, and ZHANG T. Fast direct solution of characteristic basis function method using ACA-based LU decomposition[J]. *IEICE Electronics Express*, 2016, 13(7): 1-9. doi: 10.1587/elex.13.20160176.
- [13] FENNI I, ROUSSEL H, DARCES M, *et al.* Efficiency enhancement of the characteristic basis function method form modeling forest scattering using the adaptive cross approximation algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(10): 4539-4544. doi: 10.1109/TAP.2016.2593872.
- [14] CHEN X L, GU C Q, LI Z, *et al.* Accelerated direct solution of electromagnetic scattering via characteristic basis function method with sherman-morrison-woodbury formula-based algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(10): 4482-4486. doi: 10.1109/TAP.2016.2587743.
- [15] SU Y, LI C, MITTRA R, *et al.* Multi-level characteristic basis function method for analysis of scattering from objects embedded in multi-layered media[J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2017, 31(1): 47-56. doi: 10.1080/09205071.2016.1250678.
- [16] KONNO K and CHEN Q. The numerical analysis of an antenna near a dielectric object using the higher-order characteristic basis function method combined with a volume integral equation[J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2014, E97-B(10): 2066-2073. doi: 10.1587/transcom.E97.B.2066.
- [17] WANG Z G, SUN Y F, and WANG G H. Analysis of electromagnetic scattering from perfect electric conducting targets using improved characteristic basis function method and fast dipole method[J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2014, 28(7): 893-902. doi: 10.1080/09205071.2014.895425.
- [18] TANAKA T, INASAWA Y, NISHIOKA Y, *et al.* Improved primary characteristic basic function method for monostatic radar cross section analysis of specific coordinate plane[J]. *IEICE Transactions on Electronics*, 2016, E99-C(1): 28-35. doi: 10.1587/transele.E99.C.28.
- 王仲根: 男, 1981年生, 博士, 副教授, 研究方向为计算电磁学、阵列信号处理。
- 唐晓菀: 女, 1992年生, 硕士生, 研究方向为计算电磁学、电磁散射等。
- 汪强: 男, 1991年生, 硕士生, 研究方向为计算电磁学、电磁散射等。