

基于模糊聚类的信源个数检测新算法

包志强^① 韩冰^② 吴顺君^①

^①(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

^②(西安电子科技大学工程学院 西安 710071)

摘要 信源个数检测方法的研究是目前阵列信号处理领域的一个研究热点和重点, 它的测量精度直接影响到许多高分辨测向算法的精确度。然而现有的检测方法对于不同的噪声环境非常敏感; 而且随着快拍数的减少性能迅速下降。基于以上的限制与缺陷, 该文提出了一种基于模糊c均值聚类的信源个数检测方法。在两种不同噪声环境下的仿真结果表明该方法的有效性和鲁棒性。

关键词 阵列信号处理, 模糊聚类, 信源个数

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)10-1761-05

A New Source Number Detection Algorithm Based on Fuzzy Clustering

Bao Zhi-qiang^① Han Bing^② Wu Shun-jun^①

^①(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract The research of source number detection is still open and challenge issue in array signal processing. The accurate estimation may be very essential to those high resolution direction finding algorithms. However, the traditional methods are sensitive to different noise fields and the performances of them are degraded in short snapshots. To overcome these drawbacks, an effective, accurate, robust detection method of the number of sources is proposed using the fuzzy-c-means clustering algorithm. The simulation results with two noise fields demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed scheme.

Key words Array signal processing, Fuzzy clustering, Number of sources

1 引言

随着阵列传感器在雷达、声纳、无线通讯和医学成像等许多领域的广泛应用, 阵列信号处理的重要性日益凸显。在高分辨阵列信号处理中, 信源的精确定位, 例如波达方向(DOA)、距离和频率等参数的估计成为后续处理的关键步骤。近年来, 有学者提出了许多高分辨的算法, 如MUSIC, ESPRIT和最大似然算法等等。然而大多数算法的前提条件都是假设信源个数已经精确获得, 因此信源个数的正确估计对于这些算法的有效性具有重要的意义。目前信源个数估计的方法有很多种, 根据适用于不同的噪声环境, 大致可以分为两种: 针对高斯白噪声的方法^[1-5]和针对空间相关色噪声的方法^[6-9]。

在高斯白噪声情况下, 最先被提出的是基于假设检验的检测方法^[1], 该方法的缺点是需要人为地设定检测的门限值, 因而算法易受到人为因素的影响。为了避免这个缺点, Wax和Kailath^[2]引入信息论准则, 提出了基于AIC和MDL准则的经典检测方法, 但是AIC准则不是一致性的估计, 而且在低信噪比和数据快拍数较少的情况下, 两种准则往往不能得到

正确的估计。随后Chen^[3]等人提出了一种预测的特征值门限法。然而, 精确门限的确定依赖于一些先验知识, 因此其应用受到了很大的限制。Wu^[4]等人应用盖尔圆准则, 给出了改进的MDL方法(GMDL), 并且介绍了一种全新的算法——GDE准则; 该方法具有较少的计算复杂度。另外, Aouada^[5]等人修改了GMDL准则(NU_GMDL)使其在非均匀的高斯白噪声环境下能够有效地估计信源的数目。这种非均匀的环境可以看作高斯白噪声情况的一种特例。然而, 在均匀的环境下该算法的性能却不及GMDL算法。总之, 以上算法均假设阵元之间的噪声是不相关的, 随着阵元之间噪声相关系数的增大这些算法的性能也迅速下降。

对于空间相关色噪声情况, 很多算法^[6-9]采用两组分离的阵列来消除阵元间噪声的相关性。这些算法都假设: 单个阵列内阵元间的噪声为空间相关, 而两组阵列之间的噪声却相互独立。然后通过计算规范的相关系数(canonical correlation coefficients)来获得信源个数的估计。Chen, Reilly和Wong^[6]假设包含规范的相关系数的统计量服从 χ^2 分布, 使用假设检验的方法来进行估计。Zhang和Wang^[7]则把信息论准则应用到这里提出了无参数的检测算法(ITC)。但是该算法随着快拍数的减少其检测性能迅速下降; 为了解决快拍数对算法性能

的影响, Wu 和 Tam^[8]推导出了 3 个惩罚函数, 改进了 ITC 算法(MITC), 虽然新的惩罚函数的引入, 增强了算法的鲁棒性, 然而在采样快拍数充足的情况下, 其检测性能不如原有的算法。

本文使用了一种非监督的聚类算法——FCM 算法, 提出了非监督特征值聚类的检测算法——UECD 算法。该算法受采样快拍数的影响很小具有很强的鲁棒性。在高斯白噪声和空间相关色噪声情况下, 算法都可以得到正确的估计。尤其对于非均匀的高斯白噪声本文算法的检测性能最好。在空间相关色噪声情况时, 无论是使用两个独立阵列且两阵列之间的噪声不相关的情形, 还是使用阵元间的噪声相关的单一阵列, 算法都是有效的, 只是后一种情况下本文算法的检测性能会略微下降。因此算法适用于各种噪声模型, 具有很强的普适性。

2 信号模型

假设多个信号源入射到单一的直线阵列上, 一般的信号模型可以由式(1)给出:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t), \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(t)$ 表示阵列的输出数据矢量, 代表阵列的方向向量。 $\mathbf{S}(t)$ 为信号矢量, $\mathbf{N}(t)$ 则是加性的噪声矢量。阵列的输出数据的协方差矩阵如式(2)所示:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{SS}\mathbf{A}^H + \mathbf{R}_{NN} \quad (2)$$

这里 $\mathbf{R}_{SS} = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ 为信号的协方差矩阵, \mathbf{H} 定义为复共扼转置变换。 $\mathbf{R}_{NN} = E[\mathbf{N}(t)\mathbf{N}^H(t)]$ 为噪声的协方差矩阵; 当噪声为高斯白噪声时, 其协方差矩阵等于 $\sigma^2\mathbf{I}$ 。因此 \mathbf{R} 的特征值可以分为较大的信号特征值和较小且相等的噪声特征值, 如式(3)

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_q \geq \lambda_{q+1} = \lambda_l = \sigma^2 \quad (3)$$

所以, 可以直接计算大特征值的数目来获得信号源的个数。但事实上, 由于我们是通过有限的采样数据来估计协方差矩阵的:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t) \quad (4)$$

$\hat{\mathbf{R}}$ 的噪声特征值不再相等, 必须使用一些算法来估计信源数目。

$$\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_q \geq \hat{\lambda}_{q+1} \geq \dots \geq \hat{\lambda}_l \geq 0 \quad (5)$$

本文算法使用协方差矩阵的特征值作为待聚类的特征矢量之一。但是仅这一个特征不足以表示信号空间和噪声空间的差异, 因此我们又找到了另外的基于特征值变换的两个特征。

在文献[5]中, 检测算法使用了特征值之间的差异。如果两个特征值都属于信号子空间或者其中之一属于噪声子空间, 则特征值的差异较大; 如果特征值属于噪声子空间, 那么则差异较小。特征值之间的差异可以作为另外一个特征。

$$T_i = \hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_{i+1} \quad (i = 1, 2, \dots, l-1) \quad (6)$$

在文献[4]中, 盖尔圆技术被用来作为检测算法的基础。通常初始的阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 的盖尔圆半径相差不大, 根据初始的阵列协方差矩阵的盖尔圆的大小不能确定信源数目, 需要将初始的阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 做一定的变换, 使变换后矩阵的盖尔圆分成大小不同的两组, 半径大的一组盖尔圆包含信号特征值, 半径小的一组盖尔圆包含噪声特征值, 这样就可以根据变换后的阵列协方差矩阵的盖尔圆的大小作为特征来估计信源数目。那么变换后的协方差矩阵成为

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{U} = \begin{pmatrix} \lambda'_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \zeta_1 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \lambda'_p & 0 & \dots & 0 & \zeta_p \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \lambda'_{p+1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \lambda'_{l-1} & 0 \\ \zeta_1 & \dots & \dots & \zeta_p & 0 & \dots & 0 & r_l \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$, \mathbf{U}_1 是 \mathbf{R} 的前 $l-1$ 个特征矢量; $|\zeta_i| = |\mathbf{U}_1^H \mathbf{r}|$, \mathbf{r} 是 \mathbf{R} 的最后一列矢量; r_l 为 \mathbf{R} 的最后一个元素。文献 [4] 已经证明: 当 $i=1, 2, \dots, p$ 时, $|\zeta_i| \neq 0$, 当 $i=p+1, p+2, \dots, l-1$ 时 $|\zeta_i|=0$ (详细推导见文献[4])。因此盖尔圆半径 $|\zeta_i| = |\mathbf{U}_1^H \mathbf{r}|$ 可以作为一种特征, 用来划分信号子空间和噪声子空间。

这样我们得到了用于聚类的 3 个特征, 特征值 $\hat{\lambda}_i$, 特征值差异 T_i 和盖尔圆半径 $|\zeta_i|$ 。

3 非监督的检测算法

3.1 Fuzzy-c-means 聚类算法

FCM(Fuzzy-C-Means)算法是目前比较流行的一种模糊聚类算法, 它已经在诸多领域获得了广泛的应用, 并取得了满意的效果。其应用范围涉及到通讯^[10]、医疗^[11]、神经网络的训练等信号处理领域^[12]。本文将其应用到信源个数的检测当中, 以期能最大限度地削弱噪声的影响, 从而达到鲁棒的检测。我们选取的 3 个特征表现为两类, 确定的类别对于执行 FCM 聚类算法非常有利; 而且被划分的样本(特征矢量)在数量和维数上较少(本文中特征矢量的个数小于 20, 维数小于 4), 因此计算量相对较少, 易于实现。下面列出了一种通用的 FCM 聚类算法^[13]。

初始化 设定迭代停止域值 ε , 初始化聚类中心 $\mathbf{V}^{(0)}$, 设置迭代计数器 $b=0$;

步骤 1 用式(8)计算或更新隶属度矩阵 $\mathbf{U}^{(b)}$

对于 $\forall i, k$, 如果 $\exists d_{ik}^{(b)} > 0$, 则有

$$u_{ik}^{(b)} = \left\{ \sum_{j=1}^c \left[\frac{d_{jk}^{(b)}}{d_{ik}^{(b)}} \right]^{2/(m-1)} \right\}^{-1} \quad (8)$$

如果 $\forall i, r$, 使得 $d_{ir}^{(b)} = 0$, 则有

$$u_{ir}^{(b)} = 1 \quad \text{且对 } j \neq r, \quad u_{ij}^{(b)} = 0 \quad (9)$$

步骤 2 用式(10) 更新聚类中心矩阵 $V^{(b+1)}$

$$v_i^{(b+1)} = \frac{\sum_{k=1}^n (u_{ik}^{(b)})^m \cdot x_k}{\sum_{k=1}^n (u_{ik}^{(b)})^m}, \quad i=1,2,\dots,c \quad (10)$$

步骤 3 如果 $\|V^{(b)} - V^{(b+1)}\| < \varepsilon$, 则算法停止并输出隶属度矩阵和聚类中心, 否则令 $b=b+1$, 转向步骤 1。

算法中 $d_{ij} = \|x_i - v_j\|$ 表示样本数据 x_i 到聚类中心 v_j 的距离, $\|\cdot\|$ 为 R^n 上任意一种内积范数, u_{ij} 为样本 i 属于聚类中心 j 的隶属度, m 为模糊聚类的加权指数。

3.2 UECD 检测算法

当提取阵列数据的特征之后, 信源个数估计问题变成特征空间(信号子空间和噪声子空间)的划分问题。UECD 检测算法的具体步骤如图 1 所示:

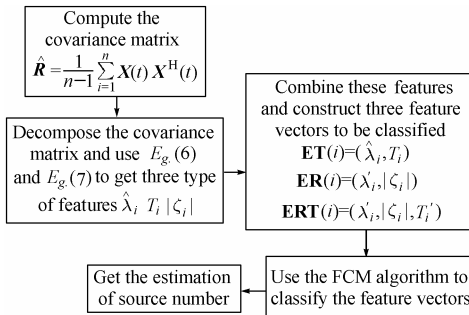


图 1 UECD 检测算法的步骤
Fig.1 UECD detection procedure

- (1) 用式(4)计算阵列输出的协方差矩阵。
- (2) 对协方差矩阵进行特征值分解然后利用式(6)和式(7)获得 3 种特征, 并组合为待聚类的特征矢量 **ET**, **ER** 及 **ERT**。
- (3) 利用 FCM 聚类算法把特征矢量空间分为两类。
- (4) 得到聚类中心较大一类的样本数量作为信源个数的最终估计。

对于两个独立的阵列系统, 我们同样可以把输出的数据合并后, 构造联合的协方差矩阵来执行 UECD 算法。

4 实验结果与分析

为了验证本文方法的有效性, 构造了两组仿真实验。第 1 组实验是在高斯白噪声的情况下, 把本文方法与 MDL^[2], GMDL, GDE^[4]和 NU-GMDL^[5]方法进行对比, 结果如图 2 和图 3 所示。第 2 组实验是在空间相关色噪声情况下进行的, 图 4 和图 5 给出了本文方法与经典算法 ITC^[7]和 MITC^[8]的对比结果。每组实验独立进行 200 次 Monte-Carlo 仿真实验得到。

实验 1 高斯白噪声情况下的信源估计 实验中使用阵元个数为 10 的均匀直线阵列, 阵元间距为半波长。假设两个窄带信号源分别从 0° 和 10° 入射到阵列。

图 2 所示为高斯均匀白噪声情况下, 各种算法的性能对

比。其中图 2(a)所示为信噪比对检测性能的影响; 采样的快拍数为 50, 两个信号的信噪比从 -30dB 变化到 30dB。从图 2 中可以看出本文算法在信噪比为 -5dB 时正确地检测率为 1, 在更低的信噪比时正确的检测率还可以达到 0.25 左右。只有 GMDL 算法在 -5dB 以上时与本文算法有相同的检测性能。

图 2(b)所示为快拍数对于检测性能的影响。两信号的信噪比为 0dB, 采样快拍数从 5 变化到 100。其结果显示对于较少的采样快拍数, 本文算法的鲁棒性较强。

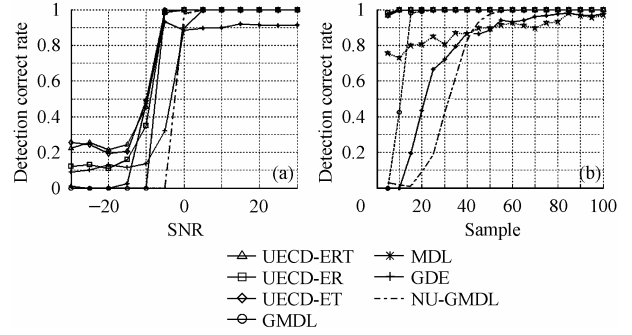


图 2 高斯均匀白噪声下的仿真结果
(a) 检测性能与信噪比的关系 (b) 检测性能与快拍数的关系
Fig.2 Results of simulation in uniform Gaussian white noise
(a) Performance versus SNR (b) Performance versus snapshots

图 3 为非均匀高斯白噪声情况下算法的性能对比。噪声的协方差矩阵为

$$R_{NN} = \sigma_N^2 \text{diag}\{3.3, 2.6, 5.2, 1.2, 4.1, 9.2, 6.2, 10, 7.7, 8.8\}$$

信噪比定义为 $\text{SNR} = 20 \log(\sigma_s^2 / \sigma_N^2)$, 其中 σ_N^2 为噪声的平均功率。图 3(a)中采样快拍数为 50, 图 3(b)中信噪比为 -10dB。很明显, 本文的算法不论是对于信噪比, 还是对于快拍数都有较强的鲁棒性。

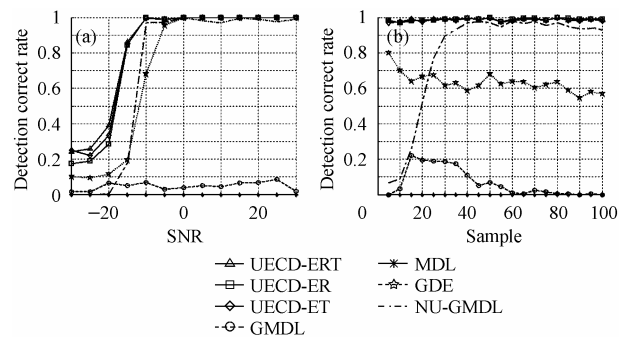


图 3 高斯非均匀白噪声下的仿真结果
(a) 检测性能与信噪比的关系 (b) 检测性能与快拍数的关系
Fig.3 Results of simulation in non-uniform Gaussian white noise
(a) Performance versus SNR (b) Performance versus snapshots

实验 2 空间相关色噪声情况下的信源估计 在本组实验中, 两个独立的均匀直线阵用于估计信源的数目。我们考虑两种情况: 第 1 种情况, 假设每个阵列有 8 个阵元, 阵元间距为半波长, 有 2 个窄带信号源分别从 0° 和 10° 不同的 2 个方向入射到阵列。每个阵列上阵元之间的噪声是空间相关的, 但两个阵列之间的噪声却互相独立。因此两个阵列的噪声协方差矩阵为 $R_{nm} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$, 如文献[8]中的定义, 噪声

协方差子矩阵为： $\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2 = (\gamma_{lm} + 0.1\mathbf{I})$ ，其中 $\gamma_{lm} = \mu^{|l-m|}e^{(l-m)0.77\pi}$ ， μ 为阵元间的相关系数以及 \mathbf{I} 表示与矩阵 \mathbf{R}_1 具有相同维数的单位矩阵。

在本组实验中用于比较的 ITC 准则如式(11)：

$$C_{m1}(k) = -N \log \left(\prod_{m=k+1}^{L_1} (1 - \hat{\gamma}_m) \right) + 2 \sum_{i=1}^{L_1-k} \log(\Gamma(i)) + k(L_1 + L_2 - k - 0.5) \log(N) + k \quad (11)$$

而 MITC 的检测准则为

$$I_3(k) = -N \log \left(\prod_{i=k+1}^{L_1} (1 - \gamma_i^2) \right) + 2 \sum_{i=1}^{L_1-k} \log(\Gamma(i)) + k + 2k(L_1 + L_2 - k - 1)0.65\sqrt{N}/\log(N) \quad (12)$$

图 4(a), 4(b), 4(c)所示为检测性能与信噪比之间的关系。采样快拍数等于 50，噪声协方差矩阵的相关系数不同。由图可知，MITC 算法的性能最差，UECD 算法在噪声相关系数较小时优于 ITC 算法；但是在强相关噪声下，检测性能不如 ITC 算法。

图 4(d)给出了快拍数为 5，相关系数为 0.5 时各种算法的检测性能比较，此时 ITC 和 MITC 准则已经失效，而本文算法在 0dB 以上的检测概率接近 1。

第 2 种情况，每个阵列具有 8 个阵元且 3 个窄带信源的入射角为 -8° ， 0° 和 10° 。两个阵列之间的噪声是相关的，噪声的协方差矩阵定义为

$$\mathbf{R}_{NN} = (\gamma_{lm} + 0.1\mathbf{I}), \quad \gamma_{lm} = \mu^{|l-m|}e^{(l-m)0.5\pi}$$

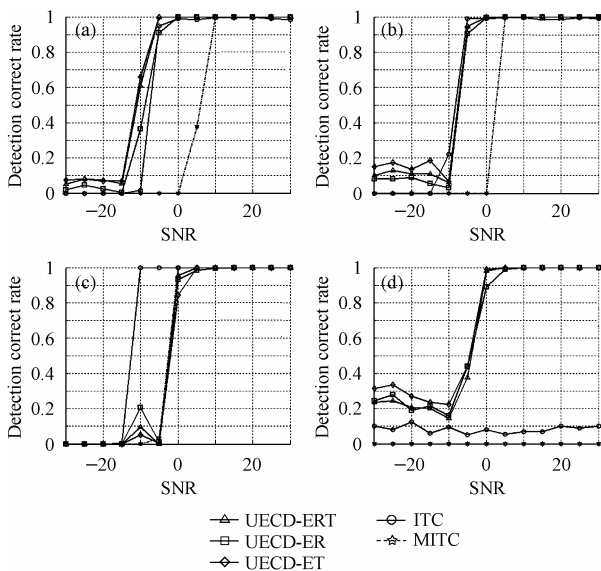


图 4 噪声互不相关的两个独立阵列情况下各种算法的性能对比
 (a) $\mu=0.1$ ，快拍数=50 (b) $\mu=0.5$ ，快拍数=50
 (c) $\mu=0.9$ ，快拍数=50 (d) $\mu=0.5$ ，快拍数=5
 Fig.4 Performance of various methods using two separate arrays with the noise uncorrelated with each other
 (a) $\mu=0.1$, snapshots=50 (b) $\mu=0.5$, snapshots=50
 (c) $\mu=0.9$, snapshots=50 (d) $\mu=0.5$, snapshots=5

在图 5(a), 5(b)中，我们可以看出，ITC 和 MITC 算法随着相关系数的增大而逐渐失效，因此这些算法不能直接应用于空间相关色噪声的单一阵列。虽然本文 3 种算法随着系数的增大性能略有损失，但是在高信噪比时其检测率依然为 1。

图 5(c)所示为快拍数对算法性能的影响，本文算法对于小样本数据有很强的鲁棒性。

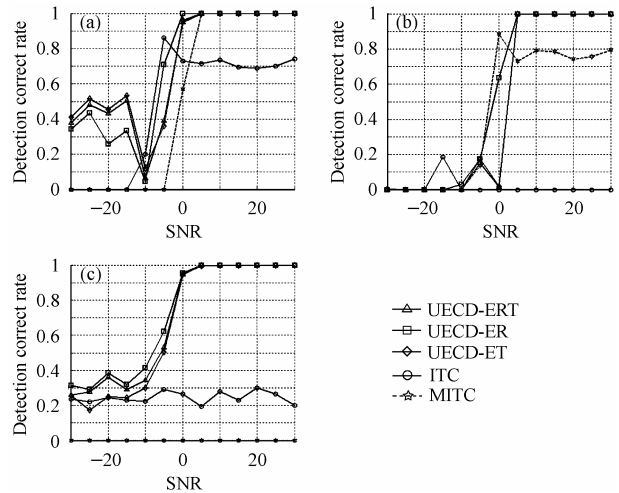


图 5 噪声互相关的两个独立阵列情况下各种算法的性能对比
 (a) $\mu=0.1$ ，快拍数=50 (b) $\mu=0.9$ ，快拍数=50
 (c) $\mu=0.5$ ，快拍数=50
 Fig.5 Performance of various methods using two separate arrays with the noise correlated with each other
 (a) $\mu=0.5$, snapshots=50 (b) $\mu=0.9$, snapshots=50
 (c) $\mu=0.5$, snapshots=50

5 结束语

本文提出了非监督特征值聚类检测算法(UECD)。由于阵列接收信号的协方差矩阵的特征值表现为两类——较大的和较小的特征值，确定的两类对于执行FCM聚类算法非常有利；而且被划分的样本(特征矢量)在数量和维数上较少(本文中特征矢量的个数小于20，维数小于4)，因此计算量相对较少，易于实现。最重要的是本文算法对于不同模型的噪声不敏感，尤其是非均匀的高斯白噪声。在空间相关色噪声情况下，算法可以直接应用到具有空间相关色噪声的单一阵列，能得到有效的信源个数估计。并且算法本身受采样快拍数的影响很小具有很强的鲁棒性。仿真实验结果证明了本文算法的有效性和鲁棒性。

参考文献

[1] Schmidt R O. A signal subspace approach to multiple emitter location and spectrum estimation. [Ph.D. dissertation], Stanford Univ., Stanford, CA, 1981.
 [2] Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1985, 33(4): 387-392.
 [3] Chen W, Wong K M, Reilly J P. Detection of the number of signals: A predicted eigen-threshold approach. *IEEE Trans. on*

- Signal Processing*, 1991, 39(5): 1088–1991.
- [4] Wu H T, Yang J F, Chen F K. Source number estimation using transformed Gershgorin radii. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(6): 1325–333.
- [5] Aouada S, Zoubir A M, See C M S. Source detection in the presence of nonuniform noise. in Proc. ICASSP-2004, Montreal, Quebec, Canada, May 2004: II-165–II-168.
- [6] Chen W, Reilly JP, Wong K M. Detection of the number of signals in noise with banded covariance matrix. *IEE Proc.-Radar: Sonar Navig.*, 1996, 143(10): 284–294.
- [7] Zhang Q T, Wang K M. Information theoretic criteria for the determination of the number of signals in spatially correlated noise. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1993, 41(8): 1651–1663.
- [8] Wu Y, Tam K W. On determination of the number of signals in spatially correlated noise. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(11): 3023–3029.
- [9] Wu Y, Tam K W, Li F. Determination of number of sources with multiple arrays in correlated noise fields. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(6): 1257–1260.
- [10] Sheng C, Bernard M, Peter M G. A clustering technique for digital communications channel equalization using radial basis function networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1993, 4(4): 570–579.
- [11] Bezdek J C, Fordon W A. The Application of Fuzzy Set Theory to the Medical Diagnosis. In *Advances of Fuzzy Sets and Theories*, North-Holland, Amsterdam, 1979: 445–461.
- [12] Karayiannis N B, Mi G W. Growing radial basis neural networks: merging supervised and unsupervised learning with network growth techniques. *IEEE Trans. on NN*, 1997, 8(6): 1492–1506.
- [13] Bezdek J C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm*. New York: Plenum Press, 1981: 43–93.
- 包志强: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、高速实时并行信号处理。
- 韩冰: 女, 1978 年生, 博士生, 研究方向为模式识别、视频检索。
- 吴顺君: 男, 1942 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应信号处理、高速实时并行信号处理等。