

## 基于二阶、四阶矩的 QAM 系统盲均衡准则<sup>1</sup>

樊龙飞 查光明\* 黄顺吉\*

(西南电子电信技术研究所 成都 610041)

\* (电子科技大学 成都 610054)

**摘要** 本文研究了 QAM 系统的盲均衡问题, 提出了一个基于二阶、四阶矩的统计量匹配盲均衡准则, 并由此导出了一种新的盲均衡算法, 从而也加深了对盲均衡的理论认识。

**关键词** 盲均衡, 高阶矩, 高阶统计量, 码间干扰

**中图分类号** TN911.7

### 1 引言

到目前为止, 盲均衡技术可以分为两大类, 一类是平稳信号盲均衡技术, 其核心是高阶统计量<sup>[1-4]</sup>; 另一类是循环平稳(非平稳)信号盲均衡技术, 其核心是过采样, 采样频率为奈氏频率的整倍数, 这是近几年才发展起来的一种快速盲均衡技术<sup>[5]</sup>, 本文的研究属于前者范围。

平稳信号盲均衡技术的基本特征之一是对接收信号按波特率采样, 即每个码元取一个采样, 故而所得到的观察序列是平稳的, 这也是最先出现的盲均衡技术, Y. Sato<sup>[1]</sup>是开创者。尽管该技术的算法不少, 但理论研究明显落后于实际应用, 一些被广泛应用的算法(如 CMA<sup>[2]</sup>), 到现在仍然不能得到完整的、本质的理论解释, A. Benveniste<sup>[3]</sup>及合作者应该是第一个对盲均衡理论作出重要贡献的人, 他们提出两个论点, 第一个论点指出在非高斯激励信号条件下, 仅利用二阶统计量只能辨识出非最小相位系统的幅度特性, 而无法辨识出相位特性, 这个论点的意义在于指明了盲均衡至少要用到高阶统计量; 第二个论点则给出了盲均衡的一个充分条件, 即非高斯信号条件下, 当系统输入、输出的概率分布相等时, 系统为理想无码间干扰系统, 这个充分条件是盲均衡理论的重要基础, 但该条件太苛刻, 既不能很好地解释已有的盲均衡算法, 也不能导出新的算法, O. Shalvi 和 E. Weinstein<sup>[4]</sup>则取得了突破性进展, 他们得到了一个一般的盲解卷积问题的充分必要条件, 即在系统输入输出平均功率相等的约束条件下, 峰态<sup>[4]</sup>(kurtosis)的绝对值相等, 这个条件比 A. Benveniste 的充分条件宽松得多, 也实用得多, 根据这个原理, 他们形成了一个新的盲均衡准则, 并由该准则导出了一种本质清楚的新算法, 同时证明, CMA 算法的  $p=2$  形式是其中的一个特定形式<sup>[2]</sup>, 部分地解释了 CMA 算法的本质, 但由于该准则有约束条件限制, 不能直接得到实用算法, 他们不得不借助于一个中间函数将约束条件与准则联系在一起, 从而形成所谓的无约束条件算法, 因而算法的形式与中间函数的选择有关。

本文的研究以文献[4]为基础, 力图进一步探索 QAM 系统盲均衡的本质, 本文将消除码间干扰作为主要任务, 定义了一个与文献[4]不同的理想系统(或期望解), 取消了与码间干扰无关的增益限制, 以此为出发点, 得到一个形式简单而又不带约束条件的、只涉及四阶矩和二阶矩的充分必要条件, 形成一个更一般、也更简明的盲均衡的准则, 并导出一种新的

<sup>1</sup> 1997-08-01 收到, 1998-04-26 定稿

盲均衡算法。在算法形成时,我们是直接由该准则在均衡器系数域进行的,所得算法能直接应用,不依赖于其他不定因素(如中间函数)。

本文的第 2 节介绍新的盲均衡准则;第 3 节介绍算法实现,讨论了两种算法,一种算法直接由新准则得到,称为一般算法;另一种算法则考虑增益控制,称为带增益控制算法,被证明与文献 [4] 的算法是一致的;第 4 节给出计算机模拟结果,验证本文的一般算法;最后部分给出结论。

## 2 新的盲均衡准则

简化的 QAM 盲均衡系统如图 1 所示,  $a_n$  为 i.i.d. 的非高斯 QAM 信号,一般满足如下条件

$$E[a_n] = 0, \quad E[a_n^2] = 0; \quad (1)$$

H 表示非最小相位信道,  $x_n$  为信道输出信号, C 表示横向均衡器,  $y_n$  为均衡输出信号,这里  $n$  表示第  $n$  时刻,用  $X_n$  表示均衡器的状态矩阵,  $C_n$  表示其系数矩阵,另处还规定  $S=H*C$ (\* 表示卷积)为信道和均衡器组成的联合系统,  $s_n$  为联合系统的冲激响应序列。

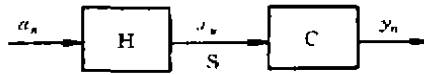


图 1 QAM 盲均衡系统

均衡的目的是为了消除码间干扰,我们定义联合系统的期望解或理想系统为

$$\{s_n\} = [\dots, 0, 0, \beta e^{j\theta}, 0, 0, \dots], \quad (\beta \neq 0), \quad (2)$$

即  $\{s_n\}$  序列中有唯一的一个非零元素,  $\beta$ 、 $\theta$  为任意常数,分别表示理想系统的幅度和相位因子。显然,当系统理想时,  $y_n = \beta e^{j\theta} a_n$  (忽略实际的延时),均衡器输出中没有码间干扰。

定义如下的归一化四阶矩

$$\begin{aligned} M(y:4:2) &= E|y_n|^4 / (E^2|y_n|^2), \\ M(a:4:2) &= E|a_n|^4 / (E^2|a_n|^2), \end{aligned} \quad (3)$$

考虑到 (1) 式的条件,与文献 [4] 相似,定义峰态

$$K(a) = E|a_n|^4 - 2E^2|a_n|^2. \quad (4)$$

再由 (1) 式,可得到下式<sup>[4]</sup>:

$$E|y_n|^4 = E|a_n|^4 \sum_i |s_i|^4 + 2E^2|a_n|^2 \left\{ \left( \sum_i |s_i|^2 \right)^2 - \sum_i |s_i|^4 \right\}, \quad (5)$$

$$E|y_n|^2 = E|a_n|^2 \sum_i |s_i|^2, \quad (6)$$

于是结合上述 (3)、(4) 式定义, 我们得到等式:

$$M(y:4:2) - 2 = [M(a:4:2) - 2] \sum_l |s_l|^4 / \left( \sum_l |s_l|^2 \right)^2. \quad (7)$$

不难证明:

$$\sum_l |s_l|^4 / \left( \sum_l |s_l|^2 \right)^2 \leq 1, \quad \text{当且仅当 } \{s_n\} \text{ 序列中有唯一的非零元素时等号成立.} \quad (8)$$

再考虑  $M(a:4:2) - 2 = K(a)/(E^2|a_n|^2)$ , 于是我们就得到下述原理:

**原理 1** 非高斯的 QAM 信号序列  $\{a_n\}$ , 经过线性时不变系统, 系统响应为  $\{y_n\}$ , 若系统冲激响应为  $\{s_n\}$ , 则有下列关系成立:

$$M(y:4:2) \leq M(a:4:2), \quad K(a) > 0; \quad (9)$$

$$M(y:4:2) \geq M(a:4:2), \quad K(a) < 0; \quad (10)$$

当且仅当  $\{s_n\}$  为 (1) 式形式时, 上式中等号成立.

上面的原理说明,  $M(y:4:2)$  存在唯一的极值点, 而且该极值点就是 (1) 式所示的期望解. 换句话说, 这意味着 QAM 信号盲均衡的充分必要条件是系统输入输出的归一化四阶矩相等 (或称匹配). 据此, 我们得到如下的盲均衡准则:

$$\text{极大化 } M(y:4:2), \quad \text{若 } K(a) > 0; \quad (11)$$

$$\text{极小化 } M(y:4:2), \quad \text{若 } K(a) < 0. \quad (12)$$

### 3 盲均衡算法形成

上节导出一种新的盲均衡准则, 本节则根据该准则, 形成盲均衡算法. 考虑到对一般的 QAM 信号来讲,  $K(a) < 0$ <sup>[4]</sup>. 为简便, 本文只考虑  $K(a) < 0$  的情况, 至于  $K(a) > 0$  的情况, 完全相似.

#### 3.1 一般算法

定义如下的代价函数:

$$\xi(C_n) = M(y:4:2), \quad (13)$$

根据 (11) 式所示的盲均衡准则, 应该使  $\xi(C_n)$  极小化. 采用经典的最陡梯度下降法, 形成如下的算法形式:

$$C_{n+1} = C_n - \mu \nabla_{C_n} [\xi(C_n)], \quad (14)$$

式中  $\mu$  为步长因子,  $\nabla_{C_n}$  表示梯度, 对 (13) 式求导, 并将所得梯度的瞬时值代入 (14) 式, 得到如下的随机梯度算法:

$$C_{n+1} = C_n - \mu \left[ (|y_n|^2 \langle |y|^2 \rangle_n - \langle |y|^4 \rangle_n) / \langle |y|^2 \rangle_n^3 \right] y_n X_n^*, \quad (15)$$

$$\langle |y|^2 \rangle_{n+1} = (1 - \delta) \langle |y|^2 \rangle_n + \delta |y_n|^2, \quad (16)$$

$$\langle |y|^4 \rangle_{n+1} = (1 - \lambda) \langle |y|^4 \rangle_n + \lambda |y_n|^4, \quad (17)$$

其中 (15) 式中原有的  $E|y_n|^2$  和  $E|y_n|^4$  已被它们的估计所代替, (16) 式和 (17) 式则分别表示它们的估计方法,  $\delta$ 、 $\lambda$  为大于零远小于 1 的常数, 以上三式即构成本文的一般算法。

需要说明, 上述一般算法与文献 [4] 的算法都属于最陡梯度下降型算法, 因而算法性质相似, 另从算法的表达式也可看出, 它们的运算量相当。

### 3.2 带增益控制的算法

3.1 小节的一般算法将会最终得到 (1) 式所示的期望解, 但正如 (1) 式所示该期望解还存在相位和幅度因子的不确定性。实际应用时, 均衡器之后还会加上幅度控制 (或增益控制) 和相位控制功能。但我们也可以将增益控制功能交给均衡器来同时完成。

通常增益控制的目的是使  $E|y_n|^2$  为某一常数, 为了与文献 [4] 进行比较, 假设要求  $E|y_n|^2 = E|a_n|^2$ , 我们就可以将 (11)、(12) 式所示的准则转化为

$$\text{极大化 } E|y_n|^4, \text{ 保持 } E|y_n|^2 = E|a_n|^2, K(a) > 0; \quad (18)$$

$$\text{极小化 } E|y_n|^4, \text{ 保持 } E|y_n|^2 = E|a_n|^2, K(a) < 0; \quad (19)$$

很容易证明这个准则与文 [4] 的准则是一致的。

因为  $E|y_n|^2 = E|a_n|^2 = \text{常数}$ , 对于  $K(a) > 0$  情况, 极大化  $E|y_n|^4$  等效于极大化  $K(y)$  (同 (4) 式定义); 对于  $K(a) < 0$  情况, 极小化  $E|y_n|^4$  等效于极小化  $K(y)$ , 再考虑到  $K(y)$  与  $K(a)$  同极性<sup>[4]</sup>。综合上述两种情况, 等效为

$$\text{极大化 } |K(y)|, \text{ 保持 } E|y_n|^2 = E|a_n|^2. \quad (20)$$

这就是文献 [4] 的准则。

可见, 本文的带增益控制算法或准则与文献 [4] 的准则是一致的, 这也说明本文的新准则与文献 [4] 的区别就在于增益控制。由于本文的准则没有增益控制限制, 没有附加约束条件, 因而是更一般的、更简明的准则。

本文的带增益控制算法也可直接由 (18)、(19) 式导出, 步骤和结果形式与文献 [4] 一样, 这里不必详细推导, 但考虑到具体形式上的区别, 下面简略列出关键步骤:

$$\text{代价函数: } \psi = E|y_n|^4 + f(E|y|^2); \quad (21)$$

$$\text{中间函数: } g(x) = M(a:4:2)x^2 + f(x),$$

$$\text{规定 } g(x) \text{ 的唯一极值点为 } x = E|a_n|^2. \quad (22)$$

## 4 计算机模拟结果

3.1 节中的算法是本文的新算法。本节通过计算机模拟来验证本文的新准则和新算法。

信号源采用常用的 64QAM, 显然满足 (1) 式条件, 两个信道模型的码间干扰分别为 0dB 和 -5dB, 信噪比为 35dB, 码间干扰定义为

$$[S] = \left( \sum_i |S_i|^2 - |S_{\max}|^2 \right) / \left( \sum_i |S_i|^2 \right). \quad (23)$$

采用 (15)、(16)、(17) 式所示的算法, 得到如图 2 所示收敛曲线, 这里 Monte-Carlo 平均

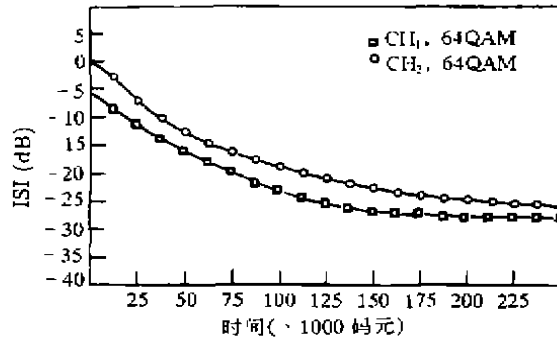


图 2 收敛曲线

次数为 10 次, 步长  $\mu = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\delta = \lambda = 10\mu$ .

由图可知, 经过一段时间的盲均衡后, 均衡器输出的码间干扰减小了 20dB 以上, 证明本文算法是可行的; 也可看出, 算法的收敛速度较慢, 有待改进。另外需要指出, 本文算法适用于其它满足 (1) 式条件的 QAM 信号。

## 5 结 论

本文在文献 [4] 的基础上, 形成了一个更一般的 QAM 系统盲均衡准则, 即归一化四阶矩匹配准则; 揭示了 QAM 系统盲均衡本质的一个方面, 从而进一步加深了对盲均衡的理论认识。计算机模拟结果表明, 由新准则导出的算法是有效的。至于算法的性能或参数优化还有待进一步研究。

## 参 考 文 献

- [1] Sato Y. A method for self recovering equalization. IEEE Trans. on Comm., 1975, COM-23(6): 679-682.
- [2] Godard D. Self recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data Communication systems. IEEE Trans. on Comm., 1980, COM-28(11): 1867-1875.
- [3] Benveniste A, et al. Robust identification of a non-minimum phase system: Blind adjustment of a linear equalizer in data communication. IEEE Trans. on Automat. Contr., 1980, AC-25(3): 385-399.
- [4] Shalvi O, Weinstein E. New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems(channels). IEEE Trans. on Inform. Theory, 1990, IT-36(2): 312-321.
- [5] Li Y, Ding Z. Blind channel identification based on second-order cyclostationary statistics. ICASSP'93, Minneapolis, MN, 1993: 81-84.

## BLIND EQUALIZATION CRITERIA FOR QAM SYSTEMS BASED ON SECOND AND FOURTH MOMENTS

Fan Longfei Zha Guangming\* Huang Shunji\*

(Southwest Institute of Electronic & Telecommunication Technology, Chengdu 610041)

\*(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** This paper consider blind equalization of QAM systems, a new blind equalization criteria based on second and fourth order moments is presented, and a new blind equalization algorithm is derived, it also improved the understanding of blind equalization problem in theory.

**Key words** Blind equalization, Higher order moments, Higher order statistics, ISI

樊龙飞: 男, 1964 年生, 博士生, 工程师, 研究领域为自适应信号处理、调制与编码、数据传输。

查光明: 男, 教授, 研究领域为抗干扰扩频通信、移动通信。

黄顺吉: 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为雷达系统与信号处理。