

# 纵向导电翼片屏蔽螺旋线结构的色散计算\*

周文表

(中国科学院电子学研究所)

## 提 要

本文采用螺旋带模型,综合考虑了介质、纵向导电翼片屏蔽筒及导丝尺寸对结构色散的影响,导出了设计公式,与实测结果相当符合。

当  $R/S > 1.1$ ,  $S/a < 1.5$  时,相速理论值的误差在 5% 以下。提供了通用设计计算曲线,可供工程设计之用。

## 一、引 言

近代螺旋线行波管常用色散成型技术展宽频宽。常用的方法有异形介质夹持杆、选择合适的屏蔽筒半径以及纵向导电翼片屏蔽筒。前者仅适用于中小功率,后者不仅能得到负色散,而且能适用于大功率管。因此在超宽频带、高效率、大功率螺旋线行波管中获得了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。

关于纵向导电屏蔽筒螺旋线结构的色散特性,文献[4]曾用等效传输线法导出有关公式。据此能根据已知色散特性的某一结构推算尺寸不同的结构的色散。最近陆钟祚教授在等效传输线法的基础上提出了分区计算法<sup>[5]</sup>和滤波电路计算法<sup>[6]</sup>。

我们根据电磁场理论,导出了纵向导电翼片屏蔽螺旋线结构的色散特性公式,并与文献[3, 7]发表的实测结果做对照,符合的很好。误差在 5% 以下。提供了一套通用曲线,可供工程设计计算之用。

## 二、色散公式的推导

实际的纵向导电屏蔽螺旋线结构可抽象为图 1 所示的模型。对于螺旋线我们用螺旋带代替。整个结构可分为五个区域分析:

- 第一区:  $r < a$ ,  $\epsilon_1\epsilon_0$ ,  $\mu_1\mu_0$ ;
- 第二区:  $a < r < b$ ,  $\epsilon_2\epsilon_0$ ,  $\mu_2\mu_0$ ;
- 第三区:  $b < r < S$ ,  $\epsilon_3\epsilon_0$ ,  $\mu_3\mu_0$ ;
- 第四区:  $S < r < d$ ,  $\epsilon_4\epsilon_0$ ,  $\mu_4\mu_0$ ;
- 第五区:  $d < r < R$ ,  $\epsilon_5\epsilon_0$ ,  $\mu_5\mu_0$ 。

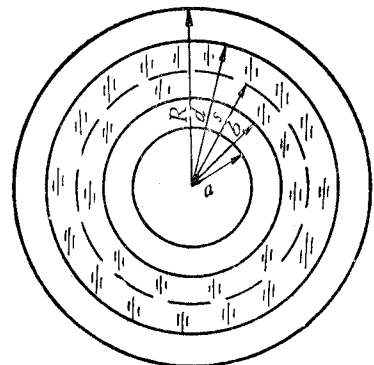


图 1 理想纵向导电屏蔽螺旋线模型

\* 1979年8月30日收到。

各区域的交界面处电磁场的边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} \gamma = R \quad E_z^{(5)} = 0, \quad E_\varphi^{(5)} = 0; \\ \gamma = d \quad E_{z,\varphi}^{(5)} = E_{z,\varphi}^{(4)}, \quad H_{z,\varphi}^{(5)} = H_{z,\varphi}^{(4)}; \\ \gamma = S \quad E_z^{(3)} = E_z^{(4)} = 0, \quad E_\varphi^{(3)} = E_\varphi^{(4)}, \quad H_z^{(3)} = H_z^{(4)}; \\ \gamma = b \quad E_{z,\varphi}^{(2)} = E_{z,\varphi}^{(3)}, \quad H_{z,\varphi}^{(2)} = H_{z,\varphi}^{(3)}; \\ \gamma = a \quad E_{z,\varphi}^{(1)} = E_{z,\varphi}^{(2)}, \quad H_z^{(1)} - H_z^{(2)} = J_\varphi, \quad H_\varphi^{(1)} - H_\varphi^{(2)} = -J_x. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

在上述边界条件下求解麦克斯韦方程,并考虑到周期结构的 Floquet 定理,可得出各区电磁场分量,如附录所示.

根据螺旋带中心线处,平行于螺旋方向的电场分量为零,可求得色散方程为:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ p_n^{(1)} I_{na} \left( \sin \phi - \frac{n\beta_n}{\gamma_n^2} \cos \phi \right)^2 \frac{\gamma_n \frac{\sin X}{X}}{j\omega \varepsilon_0 I'_{na} \left( \varepsilon_1 p_n^{(1)} - \varepsilon_2 q_n^{(2)} - \varepsilon_2 q_n^{(2)} \frac{K'_{na}}{I'_{na}} \right)} + \frac{j\omega \mu_0 \mu_2 R_n^{(1)} I'_{na} \cos^2 \phi \frac{\sin X}{X}}{\gamma_n I_{na} \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} R_n^{(1)} - R_n^{(2)} - S_n^{(2)} \frac{K_{na}}{I_{na}} \right)} \right\} \equiv 0 \quad (2)$$

经整理可得:

$$\left( \frac{k}{\gamma_0} \cot \phi \right)^2 = - \frac{I_{0a}^2 \frac{p_0^{(1)}}{D_0} + \sum_{n \neq 0} I_{na}^2 \frac{p_n^{(1)}}{D_n} \cdot \frac{\sin X}{X}}{I_{0a}^2 \frac{\mu_2 R_0^{(1)}}{T_0} + \sum_{n \neq 0} \left[ \frac{n^2 I_{na}^2 p_n^{(1)}}{\gamma_n^2 a^2 D_n} + I_{na}^2 \frac{\mu_2 R_n^{(1)}}{T_n} \right] \frac{\sin X}{X}}, \quad (3)$$

式中:

$$D_n \equiv \varepsilon_1 q_n^{(2)} + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{p_n^{(2)} + q_n^{(2)} \frac{K'_{na}}{I'_{na}}}{\frac{K'_{na}}{I'_{na}} - \frac{K_{na}}{I_{na}}}; \quad (4)$$

$$T_n \equiv S_n^{(2)} + \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} - 1 \right) \frac{R_n^{(2)} + S_n^{(2)} \frac{K'_{na}}{I'_{na}}}{\frac{K'_{na}}{I'_{na}} - \frac{K_{na}}{I_{na}}}; \quad (5)$$

$I_{na} \equiv I_n(\gamma_n a)$ ——第一类第  $n$  阶变态贝塞尔函数;

$K_{na} \equiv K_n(\gamma_n a)$ ——第二类第  $n$  阶变态贝塞尔函数;

$I'_{na} \equiv I'_n(\gamma_n a)$ ——第一类第  $n$  阶变态贝塞尔函数对宗量的导数;

$K'_{na} \equiv K'_n(\gamma_n a)$ ——第二类第  $n$  阶变态贝塞尔函数对宗量的导数. 其余类推;

$\gamma_n^2 = \beta_n^2 - k^2$ ;

$\beta_n = \beta_0 + \frac{2n\pi a}{p}$ ,  $p$ ——螺距,  $a$ ——螺线平均半径;  $k = \frac{\omega}{c}$ ,  $c$ ——光速,  $\omega = 2\pi f$ ;

$X = \frac{n\pi\delta}{p}$ ,  $\delta$ ——螺旋带宽度.

由上述公式可知, 对色散特性的影响  $\mu$  与  $\varepsilon$  是等同的. 利用铁磁性材料可得很大的  $\mu$  值. 这在螺旋线的其它应用中(例如作为延迟线)也许是有用的, 可用以改善色散、展宽频宽. 但行波管的  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ , 且通常  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ , 故色散方程可进一步简化为:

$$\left(\frac{k}{\gamma_0} \cot \phi\right)^2 = - \frac{I_{0a}^2 \frac{p_0^{(1)}}{q_0^{(2)}} + \sum_{n \neq 0} I_{na}^2 \frac{p_n^{(1)}}{q_n^{(2)}} \frac{\sin X}{X}}{I_{0a}'^2 \frac{R_0^{(1)}}{S_0^{(1)}} + \sum_{n \neq 0} \left[ \frac{n^2 I_{na}^2 p_n^{(1)}}{\gamma_n^2 a^2 q_n^{(2)}} + I_{na}'^2 \frac{R_n^{(1)}}{S_n^{(1)}} \right] \frac{\sin X}{X}} \quad (6)$$

对于  $n = 0$  的基模式, 则更简化为:

$$\left(\frac{k}{\gamma_0} \cot \phi\right)^2 = - \frac{I_{0a}^2 p_0^{(1)} S_0^{(2)}}{I_{0a}'^2 R_0^{(1)} q_0^{(2)}} \quad (7)$$

该式经整理可进一步改写为:

$$\left(\frac{k}{\gamma_0} \cot \phi\right)^2 = \frac{I_{0a} K_{0a}}{I_{1a} K_{1a}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{I_{0a} K_{0s}}{K_{0a} I_{0s}}\right)}{\left(1 - \frac{I_{1a} K_{1r}}{K_{1a} I_{1r}}\right)} \cdot \frac{1 + (\varepsilon_3 - 1) M_s N_s}{1 + (\varepsilon_3 - 1) M_s} \quad (8)$$

式中:

$$M_s \equiv \frac{1 + \frac{I_{1b} K_{0s}}{K_{1b} I_{0s}}}{1 + \frac{I_{1b} K_{0b}}{K_{1b} I_{0b}}} \quad (9)$$

$$N_s \equiv \frac{1 - \frac{I_{0r} K_{0b}}{K_{0r} I_{0b}}}{1 - \frac{I_{0r} K_{0s}}{K_{0r} I_{0s}}} \quad (10)$$

### 三、理论结果与实测值的对比

实用的纵向导电屏蔽结构如图 2(a)、(b)、(c) 所示. 当应用上述理论结果时, 必须作一定的近似. 对于图 2(a) 结构, 从介质面积等效的概念出发, 求出半径  $b$  及等效介电常数  $\varepsilon_{eff}$  为:

$$b = a + \Delta/2 \quad (11)$$

$$\varepsilon_{eff} - 1 = \frac{\pi \theta}{\pi} (\varepsilon_r - 1) \quad (12)$$

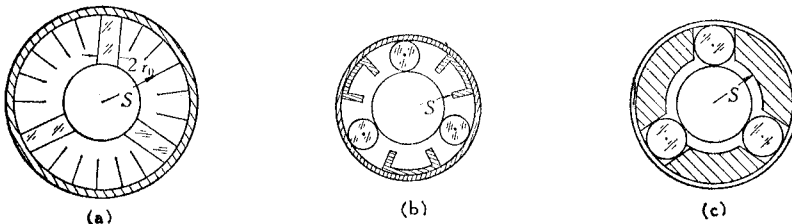


图 2 实际的纵向导电屏蔽螺旋线结构

式中:

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{2\gamma_0}{S + b} \right) \quad (13)$$

对图 2(b) 和图 2(c) 结构,从半径  $S$  以内的介质面积等效的概念出发, 求出半径  $b$  及等效介电常数  $\epsilon_{eff}$  为:

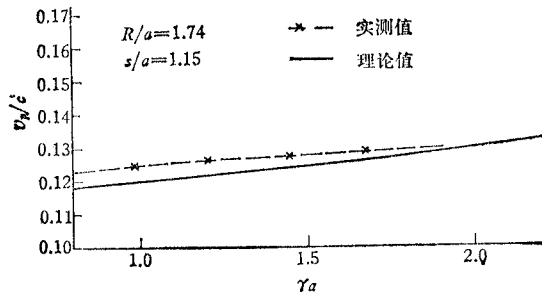


图 3 某一实际结构的相速实测值<sup>[3]</sup>与(8)式理论值的比较

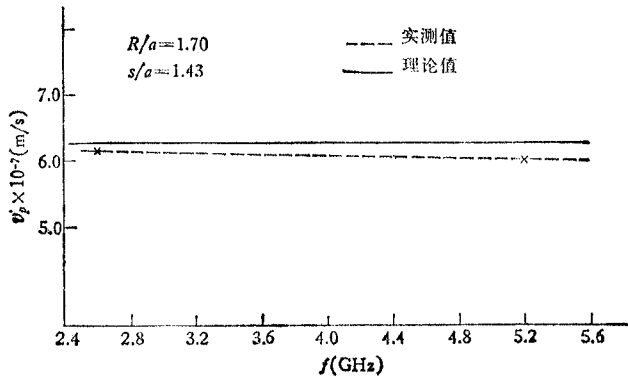


图 4 相速实测值<sup>[7]</sup>与(8)式理论值的比较

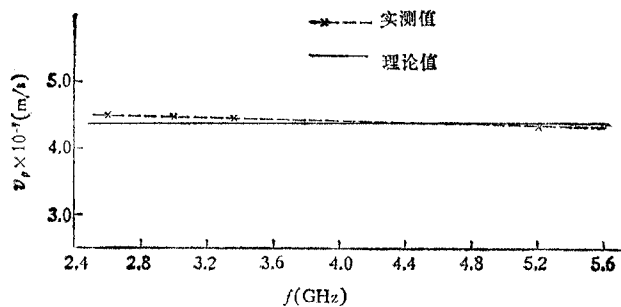


图 5 相速实测值<sup>[7]</sup>与理论值的比较

$$b = \left\{ S^2 - \frac{n[\theta_1 \cdot S^2 + \theta_2 \gamma_0^2 - (a_0 + \gamma_0) \cdot h]}{\pi} \right\}^{1/2}, \quad (14)$$

$$\epsilon_{eff} - 1 = \frac{n\theta_1}{\pi} (\epsilon_r - 1), \quad (15)$$

式中:

$$\theta_1 = \sin^{-1}(h/S) \quad (16)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(h/\gamma_0) \quad (17)$$

$$h = \left\{ \frac{(s^2 - a_0^2)(R^2 - S^2)}{4(a_0 + r_0)} \right\}^{1/2} \quad (18)$$

$a_0 = a + \Delta/2$ ——螺旋线外半径,  $a$ ——螺旋线平均半径,  $\Delta$ ——螺旋带厚度或螺旋导丝直径,  $\gamma_0$ ——介质杆半径,  $n$ ——介质杆数目,  $\epsilon_r$ ——介质杆的相对介电常数。

以上述  $b$  和  $\epsilon_{eff}$  代替计算 (8) 式时所需的  $b$  和  $\epsilon_3$ , 即可计算图 2 中实际结构的色散特性。

文献 [3] 给出了图 2(a) 结构的实测相速曲线和尺寸。我们转引于图 3。图 3 中以实线给出了根据 (8) 式计算的结果。由图可见符合的很好。

文献 [7] 给出了图 2(b) 结构的各种尺寸和相速实测数据, 与 (8) 式计算结果的对比如图 4、5 所示。可知亦符合的很好。

综合大量的计算结果, 可得出结论:

当  $R/S > 1.1$ ,  $S/a < 1.5$  时, 相速计算值的误差小于 5%。因此 (8) 式可作工程设计之用。

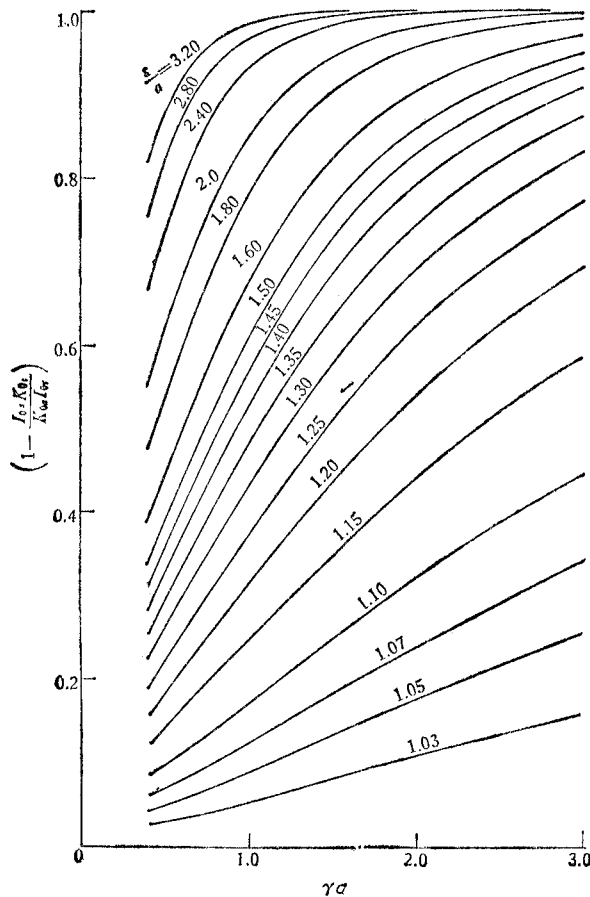


图 6 通用曲线之一

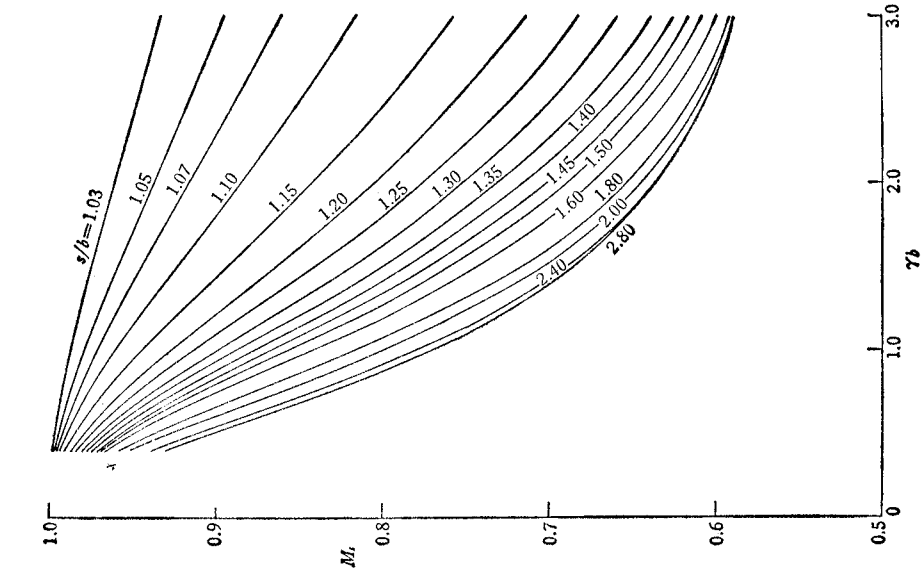


图 8  $M_s$  与  $r_0$  关系曲线

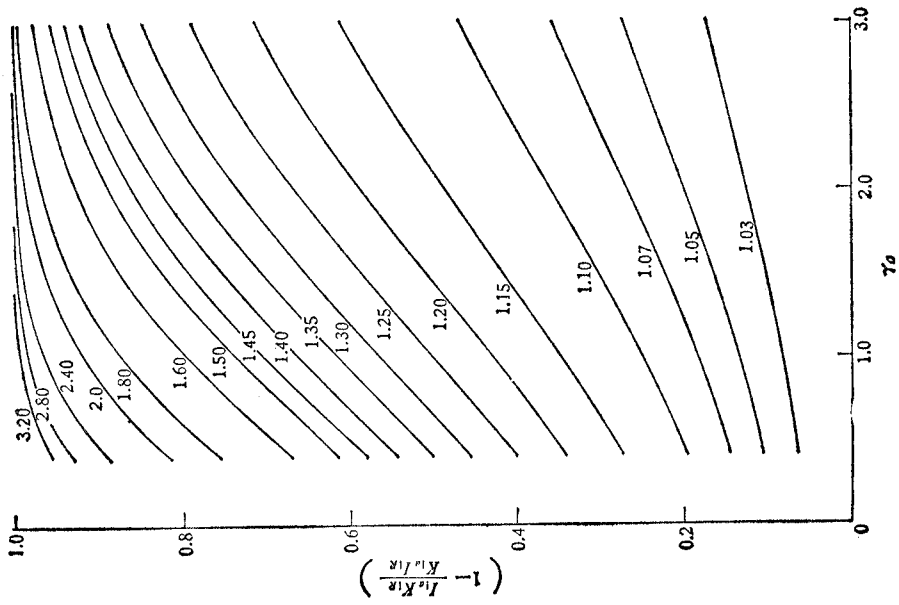


图 7 通用曲线之二

为便于设计计算,分别于图 6、7、8 给出了  $\left(1 - \frac{I_{0z}K_{0S}}{K_{0a}I_{0S}}\right)$ 、 $\left(1 - \frac{I_{1a}K_{1R}}{K_{1a}I_{1R}}\right)$  及  $M_s$  的曲线。利用图 6 的曲线亦能求出  $N_s$ , 因此可用 (8) 式进行色散计算。

本工作得到卞彭教授的指导和帮助,特此表示感谢。

## 附 录

根据螺旋带特有的对称性和 Floquet 定理,可知场分量的形式为:

$$E_z^{(m)} = e^{j(\omega t - \beta_0 z)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{zn}^{(m)} e^{jn\varphi} e^{-j\frac{2\pi n z}{p}}, \quad (\text{A.1})$$

$$H_z^{(m)} = e^{j(\omega t - \beta_0 z)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{zn}^{(m)} e^{jn\varphi} e^{-j\frac{2\pi n z}{p}},$$

式中:

$$E_{zn}^{(m)} = A_n^{(m)} I_n(\gamma_n \gamma) + B_n^{(m)} K_n(\gamma_n \gamma), \quad (\text{A.2})$$

$$H_{zn}^{(m)} = C_n^{(m)} I_n(\gamma_n \gamma) + D_n^{(m)} K_n(\gamma_n \gamma).$$

而其余的场分量  $E_r^{(m)}$ 、 $E_\varphi^{(m)}$ 、 $H_r^{(m)}$ 、 $H_\varphi^{(m)}$  可由麦克斯韦方程从  $E_z^{(m)}$ 、 $H_z^{(m)}$  求出。考虑到各区域交界面处的边界条件,可得各区场分量的系数为:

$$D_n^{(5)} = S_n^{(5)} D, \quad S_n^{(5)} = 1;$$

$$C_n^{(5)} = R_n^{(5)} D, \quad R_n^{(5)} = -\frac{K'_{nR}}{I_{nR}};$$

$$D_n^{(4)} = S_n^{(4)} D, \quad S_n^{(4)} = \frac{S_n^{(5)} \left( \frac{K'_{nd}}{I'_{nd}} - \frac{K_{nd}}{I_{nd}} \right) + \left( \frac{\mu_5}{\mu_4} - 1 \right) \left( R_n^{(5)} + S_n^{(5)} \frac{K'_{nd}}{I'_{nd}} \right)}{\left( \frac{K'_{nd}}{I'_{nd}} - \frac{K_{nd}}{I_{nd}} \right)};$$

$$C_n^{(4)} = R_n^{(4)} D, \quad R_n^{(4)} = R_n^{(5)} + (S_n^{(5)} - S_n^{(4)}) \frac{K_{nd}}{I_{nd}};$$

$$D_n^{(3)} = S_n^{(3)} D, \quad S_n^{(3)} = \frac{S_n^{(4)} \left( \frac{K'_{nS}}{I'_{nS}} - \frac{K_{nS}}{I_{nS}} \right) + \left( \frac{\mu_4}{\mu_3} - 1 \right) \left( R_n^{(4)} + S_n^{(4)} \frac{K'_{nS}}{I'_{nS}} \right)}{\left( \frac{K'_{nS}}{I'_{nS}} - \frac{K_{nS}}{I_{nS}} \right)};$$

$$C_n^{(3)} = R_n^{(3)} D, \quad R_n^{(3)} = R_n^{(4)} + (S_n^{(4)} - S_n^{(3)}) \frac{K_{nS}}{I_{nS}};$$

$$B_n^{(3)} = q_n^{(3)} B, \quad q_n^{(3)} = 1;$$

$$A_n^{(3)} = p_n^{(3)} B, \quad p_n^{(3)} = -\frac{K_{nS}}{I_{nS}};$$

$$D_n^{(2)} = S_n^{(2)} D, \quad S_n^{(2)} = \frac{\left( \frac{\mu_3}{\mu_2} - 1 \right) \left( R_n^{(3)} + S_n^{(3)} \frac{K'_{nb}}{I'_{nb}} \right) + \left( \frac{K'_{nb}}{I'_{nb}} - \frac{K_{nb}}{I_{nb}} \right)}{\left( \frac{K'_{nb}}{I'_{nb}} - \frac{K_{nb}}{I_{nb}} \right)};$$

$$\begin{aligned}
C_n^{(2)} &= R_n^{(2)} D, & R_n^{(2)} &= R_n^{(3)} + (S_n^{(3)} - S_n^{(2)}) \frac{K_{nb}}{I_{nb}}; \\
B_n^{(2)} &= q_n^{(2)} B, & q_n^{(2)} &= \frac{\left(\frac{\epsilon_3}{\epsilon_2} - 1\right) \left(\frac{K'_{nb}}{I'_{nb}} - \frac{K_{ns}}{I_{ns}}\right) + \left(\frac{K'_{nb}}{I'_{nb}} - \frac{K_{nb}}{I_{nb}}\right)}{\left(\frac{K'_{nb}}{I'_{nb}} - \frac{K_{nb}}{I_{nb}}\right)}; \\
A_n^{(2)} &= p_n^{(2)} B, & p_n^{(2)} &= (1 - q_n^{(2)}) \frac{K_{nb}}{I_{nb}} - \frac{K_{ns}}{I_{ns}}; \\
A_n^{(1)} &= p_n^{(1)} B, & P_n^{(1)} &= P_n^{(2)} + q_n^{(2)} \frac{K_{na}}{I_{na}}; \\
C_n^{(1)} &= \frac{\mu_2}{\mu_1} R_n^{(1)} D, & R_n^{(1)} &= R_n^{(2)} + S_n^{(2)} \frac{K'_{na}}{I'_{na}};
\end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned}
D &\equiv \frac{J_0 \frac{\sin X}{X} \cos \phi}{I_{na} \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} R_n^{(1)} - R_n^{(2)} - S_n^{(2)} \frac{K_{na}}{I_{na}} \right)}, \\
B &\equiv \frac{\gamma_n J_0 \frac{\sin X}{X} \left( \frac{n\beta_n}{\gamma_n^2 a} \cos \phi - \sin \phi \right)}{j\omega \epsilon_0 I'_{na} \left\{ \epsilon_1 p_n^{(1)} - \epsilon_2 p_n^{(2)} - \epsilon_2 q_n^{(2)} \frac{K'_{na}}{I'_{na}} \right\}}.
\end{aligned}$$

### 参 考 文 献

- [1] O. Sauseng, 8-th International Conference on Microwaves and Optical Generation and Amplification, (1970) p. 5—34.
- [2] H. D. Arnett et al., International Electron Devices Meeting, (1973) p. 179.
- [3] H. Frerking et al., International Electron Devices Meeting, (1974) p. 487.
- [4] S. F. Paik, IEEE trans. on ED, ED-16 (1969), 1010.
- [5] 陆钟祚, 超宽频带行波管的理论基础和计算, 南京工学院科研报告, 1979.
- [6] 陆钟祚, 纵向金属条加载螺旋线的滤波性质和理论分析, 南京工学院科研报告, 1979.
- [7] A. E. Manoly and M. K. Scherba, AD Ao 18441 (1975).



## THE CALCULATION OF DISPERSION CHARACTERISTICS FOR AN ACTUAL HELIX STRUCTURE WITH LONGITUDINALLY CONDUCTING VANE

Zhou Wen-biao

*(Institute of Electronics, Academia Sinica)*

This paper uses the tape helix model and considers the effects of dielectric, axially conducting shield and wire size on dispersion characteristics for the helix structure with longitudinally conducting vane. The actual dielectric rods are replaced by an equivalent dielectric circle. The formula of dispersion characteristics for this type of helix can be deduced from electromagnetic theory. A comparison with experimental data of references [3, 7] shows that they are very close.

When the ratio between shield inner radius  $R$  and vane inner radius  $S$  is larger than 1.1, and the ratio between vane inner radius  $S$  and helix mean radius  $a$  is smaller than 1.5, the difference between the theoretical value of the phase velocity and experimental values is within five percent.

The general design curves have been calculated by computer. They can be used for the design and calculation of this type of helix structure in actual engineering practice.