

耦合陷波镜象波导的传播常数及耦合特性*

周文表

(中国科学院电子学研究所)

提 要

本文用等效介电常数法及表面阻抗匹配法分析了耦合陷波镜象波导的奇偶模传播特性。进而分析了耦合陷波镜象线耦合器的理论特性,为实际耦合器的设计提供了理论依据。

一、引 言

典型的介质波导毫米波集成电路通常由数个定向耦合器和介质谐振环组成^[1,2],而谐振环本身往往又由数个定向耦合器组成,因此介质波导定向耦合器在毫米波集成电路中起着极其重要的作用。有必要详细研究各种介质波导定向耦合器的耦合特性。

通常的介质波导,如镜象波导,在弯曲、接头及不连续处会出现辐射,因而引起附加的损耗^[3]。为了克服这一缺点,伊藤提出了陷波镜象波导^[4]。最近文献[5]用等效介电常数法及表面阻抗匹配法分析了陷波镜象波导的传输特性,理论结果与实验结果比较符合。本文利用同样的方法分析均匀耦合陷波镜象波导的耦合特性,为利用陷波镜象波导的定向耦合器的设计提供理论依据。

二、平行线定向耦合器

由耦合陷波镜象波导组成的长为 l 的平行线定向耦合器如图1所示。耦合器各臂的标号按惯例约定。由于结构对于 $x=0$ 平面对称的,因此耦合结构的传输模式可以是对于 $x=0$ 平面对称的或反对称的。分别称为偶模及奇模,其传播常数分别以 β_{ev} 及 β_{od} 表示。

根据分析定向耦合器的耦合波理论^[6]或奇偶模分析法^[7],可得出耦合段的散射矩阵系数为:

$$|S_{13}| = \left| \sin \left(\frac{\beta_{ev} - \beta_{od}}{2} l \right) \right|, \quad (1)$$

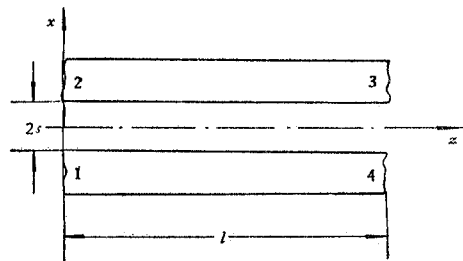


图1 平行线定向耦合器示意图
Fig. 1 Parallel-coupled line coupler

* 1982年7月9日收到。
1982年12月15日修改定稿。

$$|S_{14}| = \left| \cos\left(\frac{\beta_{ce} - \beta_{od}}{2} l\right) \right|, \quad (2)$$

式中 l 是耦合段的耦合长度。可定义耦合系数为:

$$K = \frac{\beta_{ce} - \beta_{od}}{2}. \quad (3)$$

可见耦合系数 K 越大, 波导间的耦合越紧。

由 (1) 式可知, 实现全部功率从臂 1 转移到臂 3 所需的耦合长度为:

$$L = \frac{\pi}{\beta_{ce} - \beta_{od}}. \quad (4)$$

因此只要求出耦合陷波镜象波导的奇模和偶模传播常数, 就可计算这类定向耦合器的特性。

三、耦合陷波镜象波导的传输特性

均匀耦合陷波镜象波导的截面图如图 2(a) 所示。为了分析其传输特性, 可把它分为如图 2(a) 所示的四个区域。与普通陷波镜象波导一样, 传输模式可分为 $E_{p,q}^y$ 及 $E_{p,q}^x$ 两类。这里仅分析占优势的 E_{11}^y 基模。考虑到这时占优势的场分量是 E_y 和 H_x , 因此各场分量可由位函数 ϕ 求出^[8]:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \frac{1}{\varepsilon_r(y)} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x}, \\ E_y &= -\frac{1}{\varepsilon_r(y)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \phi, \\ E_z &= \frac{1}{\varepsilon_r(y)} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z}; \\ H_x &= -j\omega \varepsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial z}, \\ H_z &= j\omega \varepsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial x}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 $\varepsilon_r(y)$ 是所在区域的相对介电常数。

对于矩形截面介质波导结构, 要严格求解麦克斯韦方程是非常困难的。本文用等效介电常数法及横向阻抗匹配法^[5]来求解耦合陷波镜象波导的奇偶模传播常数。因方法的细节已在文献[5]中有详细的阐述, 此处仅结合奇偶模传播常数的推导作扼要的介绍。

第一步: 对图 2(a) 的区域 I 应用等效介电常数法求出充满整个区域 I 的假想均匀媒质的等效介电常数 ε_{e1} 。这样图 2(a) 的原始结构可由图 2(b) 所示的部分介质填充的浅槽波导代替。所谓等效介电常数法就是假想区域 I 在 y 方向无限伸展, 因而得出了图 2(d) 所示的五层厚介质片波导。这是一个二维结构, 可以严格求解。由 $x = s$ 及 $x = s + a$ 处, 切向场分量 E_y 及 H_x 必须连续的条件, 可得到 x 方向的传输常数 k_x 的本征方程。求出 k_x 后, 即可得出区域 I 的等效介电常数 $\varepsilon_{e1} = \varepsilon_r - \left(\frac{k_x}{k_0}\right)^2$ 。所谓等效介电常数可想

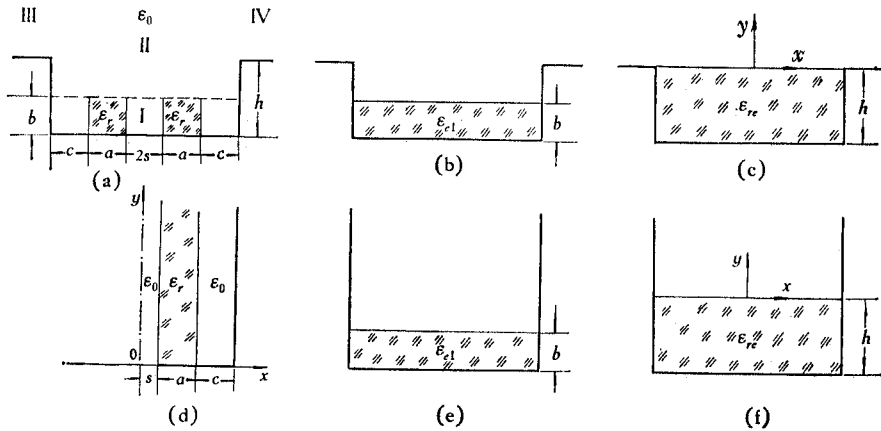


图2 耦合陷波镜象波导的截面图及分析模型

Fig. 2 Coupled trapped image guide and analysis model

象为某一介质的介电常数,在该介质内平面波的相速与图 2(d) 二维结构中的导引波相速相同。

图 2(d) 的结构对于 $x = 0$ 平面对称的。当 $x = 0$ 平面为电壁时,是对应于奇模的情况;当 $x = 0$ 平面为磁壁时,则是对应于偶模的情况。下面分别计算对于偶模和奇模的等效介电常数 ϵ_{e1}^c 及 ϵ_{e1}^o 。

偶模 对于偶模,结构图 2(d) 的合适的位函数为:

$$\phi^e = \begin{cases} D \cosh(\xi_1 x), & x < s; \\ A \cos[k_x(x-s)] + B \sin[k_x(x-s)] & s < x < (s+a); \\ C \sinh[\xi_3(x-s-a-c)], & (s+a) < x < (s+a+c); \end{cases} \quad (6)$$

式中 k_x 是 x 方向的传播常数, ξ_1 及 ξ_3 是相应区域中 x 方向的衰减常数。由 $x = s$ 及 $x = s+a$ 处切向场分量 E_y 及 H_z 必须连续的条件,得到 k_x 的本征方程为:

$$\xi_3 \cosh(\xi_3 c) \left[\cosh(\xi_1 s) \cos(k_x a) + \frac{\xi_1}{k_x} \sinh(\xi_1 s) \sin(k_x a) \right] - \sinh(\xi_3 c) [k_x \cosh(\xi_1 s) \sin(k_x a) - \xi_1 \sinh(\xi_1 s) \cos(k_x a)] = 0. \quad (7)$$

k_x 、 ξ_1 和 ξ_3 之间有下列关系:

$$k_0^2 + \xi_1^2 = \epsilon_r k_0^2 - k_x^2 = k_0^2 + \xi_3^2, \quad (8)$$

式中 k_0 是自由空间的波数。由 (7) 式求出 k_x 后,即可得偶模的等效介电常数

$$\epsilon_{e1}^c = \epsilon_r - \left(\frac{k_x}{k_0} \right)^2. \quad (9)$$

奇模 对于奇模,图 2(d) 结构的合适的位函数为:

$$\phi^o = \begin{cases} D \sinh(\xi_1 x), & x < s; \\ A \cos[k'_x(x-s)] + B \sin[k'_x(x-s)], & s < x < (s+a); \\ C \sinh[\xi_3(x-s-a-c)], & (s+a) < x < (s+a+c). \end{cases} \quad (10)$$

用与偶模相似的方法可求得奇模的等效介电常数

$$\epsilon_{c1}^0 = \epsilon_r - \left(\frac{k'_x}{k_0}\right)^2; \quad (11)$$

而 k'_x 为下列本征方程的解,即

$$\begin{aligned} & \xi_3 \cosh(\xi_3 c) \left[\sinh(\xi_1 s) \cos(k'_x a) + \frac{\xi_1}{k'_x} \cosh(\xi_1 s) \sin(k'_x a) \right] \\ & - \sinh(\xi_3 c) [k'_x \sinh(\xi_1 s) \sin(k'_x a) - \xi_1 \cosh(\xi_1 s) \cos(k'_x a)] = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

式中的 ξ_1 、 ξ_2 与 k'_x 有下列关系:

$$k_0^2 + \xi_1^2 = \epsilon_r k_0^2 - k_x^2 = k_0^2 + \xi_2^2. \quad (13)$$

第二步: 把图 2(b) 的假想结构变换为图 2(c) 所示的另一个等效结构. 这时新的等效介电常数 ϵ_{rc} 充满了整个浅槽, 直到高度 h . ϵ_{rc} 的值可由下列方法得出. 我们考虑图 2(e) 及图 2(f) 两种结构, 而它们是分别由图 2(b) 和图 2(c) 所示结构的侧壁高度 h 伸展到无限远时得到的. 这两种结构也可解析求解. 我们选择 ϵ_{rc} 使得图 2(f) 结构中 z 方向的传播常数 β 与图 2(e) 的完全相同. 具体推导如下:

偶模 图 2(e) 结构中场可由下列位函数给出:

$$\phi^e = \begin{cases} A e^{-\nu_1 y} \\ B \cos u_1 (y + h) \end{cases} \cos \left[\frac{n\pi}{2(a+c+s)} x \right], \quad \begin{matrix} y > (h-b); \\ -h < y < -(h-b). \end{matrix} \quad (14)$$

由匹配 $y = -(h-b)$ 处的切向场分量可得出横向传播常数 u_1 的本征方程为:

$$u_1 \tan(u_1 b) = \epsilon_{c1}^e \nu_1, \quad (15)$$

且有

$$\beta^2 + \left[\frac{n\pi}{2(a+c+s)} \right]^2 = \epsilon_{c1}^e k_0^2 - u_1^2 = k_0^2 + \nu_1^2. \quad (16)$$

相似的, 图 2(f) 结构的 ϵ_{rc}^e 中的横向波数 u 的本征方程为:

$$u \tan(uh) = \epsilon_{rc}^e \nu \quad (17)$$

以及

$$\beta^2 + \left[\frac{n\pi}{2(a+c+s)} \right]^2 = \epsilon_{rc}^e k_0^2 - u^2 = k_0^2 + \nu^2. \quad (18)$$

因为假设两结构中 β 是完全相同的, 因而 ν 与 ν_1 必须相等, 由此可以求出偶模等效介电常数

$$\epsilon_{rc}^e = \frac{\epsilon_{c1}^e k_0^2 + u^2 - u_1^2}{k_0^2} \quad (19)$$

以及

$$\frac{u \tan(uh)}{\epsilon_{c1}^e k_0^2 + u^2 - u_1^2} = \frac{u_1 \tan(u_1 b)}{\epsilon_{c1}^e k_0^2}. \quad (20)$$

因此用前一步得到的 ϵ_{c1}^e 由 (15) 与 (16) 式解出 u_1 后, 可由 (20) 式求出 u , 然后由 (19) 式求出 ϵ_{rc}^e .

奇模 用相似的方法可以得出图 2(c) 结构中奇模的等效介电常数

$$\epsilon_{rc}^o = \frac{\epsilon_{c1}^o k_0^2 + u'^2 - u_1'^2}{k_0^2}, \quad (21)$$

式中 u'_i 及 u' 分别可由下列两式求出:

$$u'_i \tan(u'_i b) = \varepsilon_{e1}^0 \sqrt{(\varepsilon_{e1}^0 - 1)k_0^2 - u_1'^2}, \quad (22)$$

$$\frac{u' \tan(u' h)}{\varepsilon_{e1}^0 k_0^2 + u'^2 - u_1'^2} = \frac{u'_i \tan(u'_i b)}{\varepsilon_{e1}^0 k_0^2}. \quad (23)$$

最后一步是由图 2(c) 中 $y = 0$ 处表面阻抗匹配关系得出结构的色散方程^[5].

偶模 偶模的色散方程为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rc}^0(a+c+s) \left[\beta_{ev}^2 + \frac{(\pi/2)^2}{(a+c+s)^2} \right] \sin(2uh) \\ - \frac{2\pi u}{(a+c+s)^2} |J| \sin^2(uh) = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

式中

$$\begin{aligned} J = j \frac{(a+c+s)^2}{\pi} \left\{ \frac{(\pi/2)^2 + [\beta_{ev}(a+c+s)]^2}{\sqrt{(\pi/2)^2 + p^2}} \right. \\ \left. + \frac{\pi}{2} \int_p^\infty \frac{1+e^{-2r}}{r^2 \sqrt{r^2 - p^2}} \frac{[\beta_{ev}^2(a+c+s)^2 - r^2]}{[(\pi/2)^2 + r^2]^2} dr \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$p^2 = (\beta_{ev}^2 - k_0^2)(a+c+s)^2, \quad (26)$$

u 及 ε_{rc}^0 为 (20) 式及 (19) 式的解, β_{ev} 是 z 方向的偶模传播常数.

奇模 奇模的色散方程为:

$$\varepsilon_{rc}^0(a+c+s) \left[\beta_{od}^2 + \frac{(\pi/2)^2}{(a+c+s)^2} \right] \sin(2u'h) - \frac{8u'}{\pi} |J'| \sin^2(u'h) = 0, \quad (27)$$

式中

$$\begin{aligned} J' = j \frac{\pi}{4} \left\{ \frac{(\pi/2)^2 + [\beta_{od}(a+c+s)]^2}{\sqrt{(\pi/2)^2 + p^2}} \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} \int_p^\infty \frac{1+e^{-2r}}{r^2 \sqrt{r^2 - p^2}} \frac{\left[\left(\frac{\pi}{2} \right)^4 - \beta_{od}^2(a+c+s)^2 r^2 \right]}{[(\pi/2)^2 + r^2]^2} dr \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$p^2 = (\beta_{od}^2 - k_0^2)(a+c+s)^2,$$

u' 及 ε_{rc}^0 为 (23) 及 (21) 式的解.

由 (24) 及 (27) 式就可分别算出耦合陷波镜象波导的偶模及奇模的传播常数 β_{ev} 和 β_{od} .

四、耦合陷波镜象波导的耦合特性

由第二节的分析知道, 耦合陷波镜象波导实现最大功率转移的耦合长度 $L = \pi/(\beta_{ev} - \beta_{od})$. 由 (24) 及 (27) 式求出奇偶模传播常数后, 就可以由上式求出最大功率转移的耦合长度 L . 图 3—图 5 给出了一些典型结构尺寸的计算结果. 图中纵坐标给出的是最大功率转移的归一化耦合长度 L/b . 由图 3 及图 4 可以看出陷波侧壁间隔 c 对 L 的

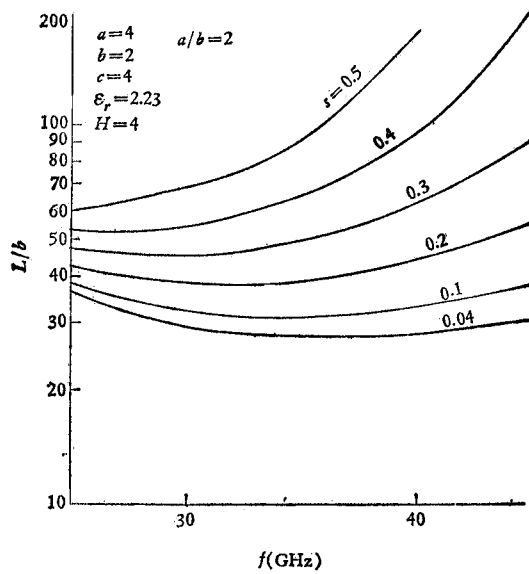


图 3 全功率转移的归一化耦合长度与频率的关系

Fig. 3 Normalized length for full power transfer versus frequency

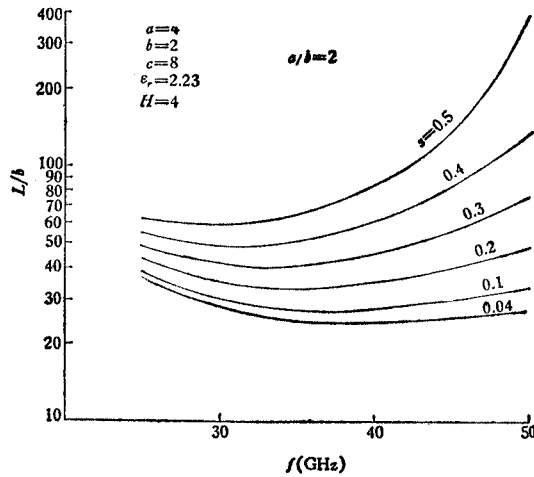


图 4 全功率转移的归一化耦合长度与频率的关系

Fig. 4 Normalized length for full power transfer versus frequency

影响。由图 4 及图 5 则可看出,归一化耦合长度随介质杆的纵横尺寸比 (a/b) 减小而减小;并且归一化耦合长度的频率依赖关系也随 a/b 减小而减弱。因此对于 a/b 较小的传输线(这时耦合较强),其归一化耦合长度 L/b 随频率的变化较小。同时,这时的 L/b 值也较小。因此使用这样的传输线有可能实现宽频带的定向耦合器这种耦合器的典型理论散射矩阵系数与频率的关系如图 6 所示。由图可见频宽是足够宽的。图 6 同时以虚线给出了普通的镜象线耦合器的理论特性。对比可知,利用耦合陷波镜象波导的定向耦合器,

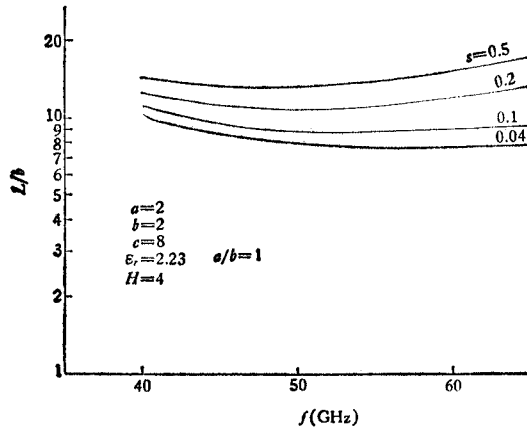


图 5 全功率转移的归一化耦合长度与频率的关系

Fig. 5 Normalized length for full power transfer versus frequency

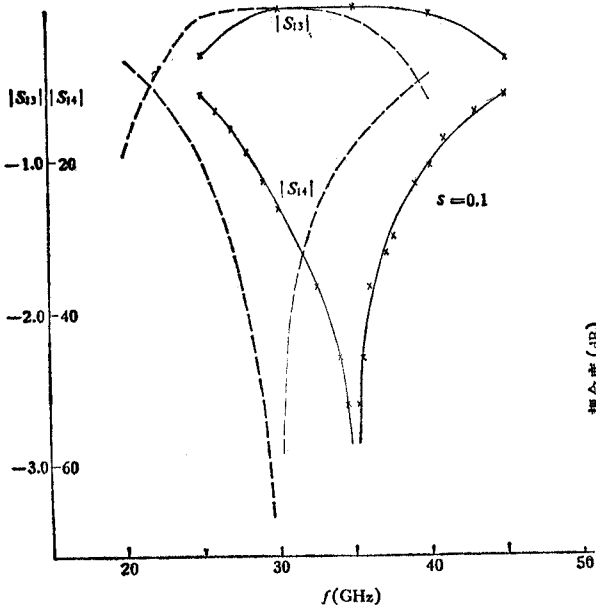


图 6 平行耦合陷波镜象线的耦合特性

Fig. 6 Characteristics of coupled trapped image waveguide

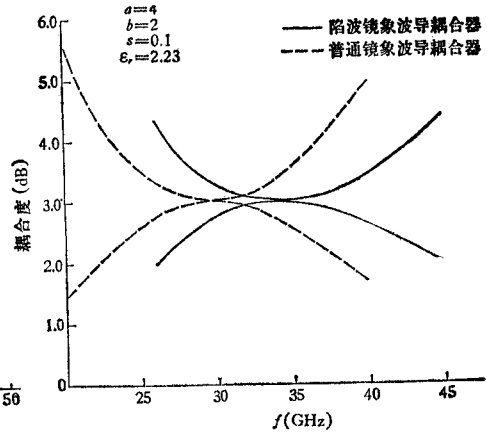


图 7 3dB 定向耦合器的理论特性

Fig. 7 Theoretical characteristics of 3 dB coupler

频带可以较宽。图 7 给出了典型的 3dB 定向耦合器的理论特性。实线是陷波镜象波导耦合器的理论特性，而虚线是普通镜象线耦合器的理论特性。两者的介质杆外形尺寸完全相同。对比图中曲线可知，陷波镜象线耦合器在同样的介质杆尺寸下，可比普通镜象线耦合器工作于较高的频率，且工作频带也略宽一些。

五、结 论

陷波镜象波导与镜象波导相比,辐射损耗小,因而可望在毫米波集成电路获得应用。

本文分析了耦合陷波镜象波导的奇模和偶模的传播特性。从而进一步分析了耦合陷波镜象波导耦合器的理论特性,为实际耦合器的设计提供了理论依据。

参 考 文 献

- [1] M. J. Aylward and N. Williams, Feasibility Study of Insular Guide Millimeter-wave Integrated Circuits, AGARD Conf. on Millimeter and Submillimeter-wave Propagation and Circuits (Munich, West Germany), pp. 30-1—30-11, Sept. 4, 1978.
- [2] T. Itanami and S. Shindo, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-26**(1978), 759.
- [3] E. G. Neumann and H. D. Rudolph, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-23**(1975), 142.
- [4] T. Itoh and B. Adelseck, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-28**(1980), 1433.
- [5] W. B. Zhou and T. Itoh, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-30**(1982), 2163.
- [6] S. E. Miller, *BSTJ*, **33**(1954), 661.
- [7] R. Levy, Directional Coupler, *Advances in Microwaves*, Vol. 1, pp. 115—209, 1966.
- [8] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, McGraw-Hill Book Comp. New York, **Chap. 5, p. 174**, 1960.

PROPAGATION CONSTANTS AND COUPLING PROPERTIES OF COUPLED TRAPPED IMAGE WAVEGUIDES

Zhou Wenbiao

(*Institute of Electronics, Academia Sinica*)

The odd mode and even mode propagation constants of uniformly coupled trapped image waveguides are calculated by using the effective dielectric constant approach and the surface impedances matching. The theoretical characteristics of a coupler made of coupled trapped image waveguides are analysed and they can be used as a foundation for design of this kind of coupler.