

电磁导弹系统*

詹 军

(北京邮电学院, 北京)

李孝勛

(北京广播学院, 北京)

摘要 本文发展了 T. T. Wu 教授(1985)提出的电磁导弹理论, 总结出能产生电磁导弹效应的激励信号频谱渐近条件, 提出了几种可能的电磁导弹系统。

关键词: 电磁导弹, 频谱渐近条件, 瞬态场

一、引言

在稳态场的辐射理论中, 远区场的特性是最为人所重视的。按照稳态辐射理论^[1-2], 远区场强 (E, H) 是以 $1/R$ 的速度衰减的, 而能流密度则以 $1/R^2$ 速率衰减。那么在自由空间中是否所有的辐射场都具有该特性呢? 曾有人发表文章^[3]声称已找到一类称之为聚焦波 (Focus wave) 的波, 它满足 Maxwell 方程, 以携带有限能量的脉包形式沿直线不扩散地以光速向前传播, 但已有人指出该文是错误的^[4-5]。然而寻找具有较 $1/R^2$ 更慢的衰减率的辐射波确是极有意义的。T. T. Wu 教授在文献[6]中首次提出了能产生具有这种特性的辐射波系统, 称为电磁导弹 (Electromagnetic Missile, EMM) 系统, 其辐射能流密度以 $1/R^\alpha$ ($0 < \alpha < 2$) 的速率衰减。本文从文献[6]出发, 总结出选择激励信号的一定规律, 能较灵活地构造更多的 EMM 系统, 并进一步提出几种结构更简单、更趋于实际的 EMM 系统结构。

二、激励信号频谱渐近条件

1. 几个概念的建立

设最大尺寸为 L 的物体 A 中有电流分布 $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ 及电荷分布 $\rho(\mathbf{r}, t)$ (如图 1), 满足连续性方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

在 A 外无源, 故场满足自由空间的 Maxwell 方程。

设 Σ 是 A 外的一有向有界面, \mathbf{n} 表示 Σ 的单位法向矢量, 定义 $\mathcal{E}(\Sigma)$ 为:

$$\mathcal{E}(\Sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{\Sigma} ds \mathbf{E} \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} \quad (2)$$

* 1986年5月22日收到, 1987年9月3日修改定稿。

式中 \mathbf{E}, \mathbf{H} 是由 \mathbf{J}, ρ 产生的场的时域表示式, $\mathcal{E}(\Sigma)$ 表示穿过 Σ 面的总能量. 坐标原点选在 A 中.

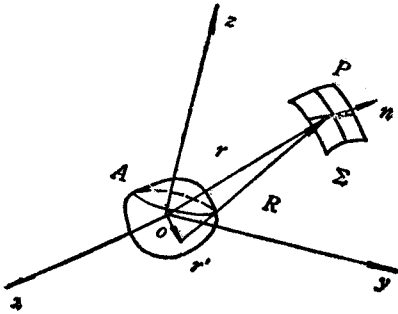


图 1

对系统唯一的限制是总能量有限, 即:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt \oint_S dS \mathbf{E} \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} = \int_0^{\infty} P(\omega) d\omega < \infty \quad (3)$$

式中, S 为包围 A 的任一封闭面, $P(\omega)$ 为辐射场的能谱.

研究在(3)式限制下 $\mathcal{E}(\Sigma)$ 随 $|\mathbf{r}|$ 增大的衰减率问题是很有趣的. 对于谱宽有限的场, 即当

$$P(\omega) = \begin{cases} P_0(\omega) & 0 \leq \omega \leq \omega_0 \\ 0 & \omega > \omega_0 \end{cases} \quad (4)$$

时, $\mathcal{E}(\Sigma)$ 在远区以 $O(r^{-2})$ 速率下降^[6,9], 但一个瞬态信号的频宽是无限的, 上述结论未必成立.

经研究可发现以下趋势^[6,9]:

(1) 远区能量以高频分量贡献为主;

(2) 只要 $P(\omega)$ 随 ω 增大而减小的速率足够慢, 则 $\mathcal{E}(\Sigma)$ 随 r 增大而衰减的速率亦能够慢. 因此, 欲形成 EMM, 就需选择合适的天线形状及激励信号形式, 使 $P(\omega)$ 的高频分量尽量大.

定义 $G(\mathbf{r})$ 为:

$$G(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} dt \quad (5)$$

显然,

$$\mathcal{E}(\Sigma) = \int_{\Sigma} G(\mathbf{r}) dS \quad (6)$$

故 $G(\mathbf{r})$ 表示穿过 Σ 面上 \mathbf{r} 处的单位面积的总能量, 称为能流密度. 下面仅对 $G(\mathbf{r})$ 的特性进行研究, 因为通过(6)式就可了解到 $\mathcal{E}(\Sigma)$ 的特性.

根据 Fourier 变换性质可推知:

$$G(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) \times \tilde{\mathbf{H}}^*(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{n} d\omega \quad (7)$$

式中 $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)$ 表示 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 的 Fourier 变换, $\tilde{\mathbf{H}}^*(\mathbf{r}, \omega)$ 表示 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ 的 Fourier 变换的共轭复数.

2. 圆片 EMM 系统激励信号频谱特性

文献[6]中给出如下一种 EMM 系统(如图 2). 设一半径为 ρ_0 的圆片上有电流分布为:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} \mathbf{x}\delta(z)f(t), & \rho < \rho_0 \\ 0, & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (8)$$

即

$$\tilde{\mathbf{J}}(\omega, \mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{x}\delta(z)\tilde{F}(\omega), & \rho < \rho_0 \\ 0, & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (9)$$

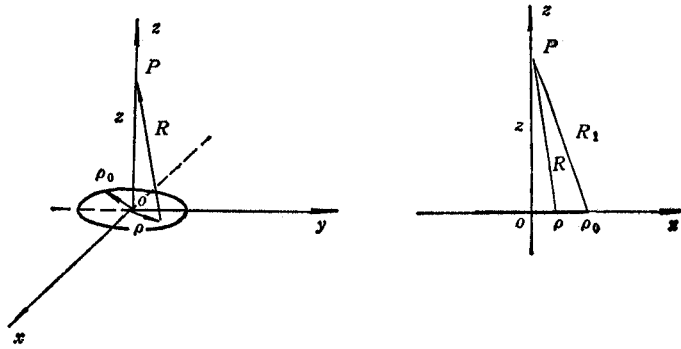


图 2

当 $z \gg \rho_0$ 时(以后称满足该条件的距离为大距离),

$$G_z(z) = \frac{\mu_0 c}{4\pi} \int_0^\infty |\tilde{F}(\omega)| [1 - \cos k(R_1 - z)] d\omega \quad (10)$$

式中, $k = \omega/c$, c 为光速, $R_1 = \sqrt{z^2 + \rho_0^2}$, $G_z(z)$ 表示在 z 轴上沿 z 轴正向传播波的能流密度。

选择 $\tilde{F}(\omega)$ 为:

$$\tilde{F}(k) = \left[\frac{\sqrt{\pi} \Gamma(\epsilon)}{2\Gamma\left(\frac{1}{2} + \epsilon\right)} \right]^{-1/2} [1 + (K/K_0)^2]^{-(1+2\epsilon)/4} \quad (11)$$

则当 $z \gg \rho_0$ 时,有:

$$G_z(z) \sim 0 \quad (z^{-2\epsilon}) \quad (12)$$

只要 ϵ 尽量小, $G_z(z)$ 的衰减率便能任意小。

$\tilde{F}(k)$ 的选择至关重要,而且在本文后面的许多 EMM 系统中亦要经常碰到类似的问题,因此下面给出 $\tilde{F}(k)$ (即 $\tilde{F}(\omega)$) 选择的一般准则。

要使 $G(z)$ 随 $z \rightarrow \infty$ 时以 $1/R^\alpha$ ($0 < \alpha < 2$) 的速率衰减,须有下式成立:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{G(z)}{1/z^2} \rightarrow \infty \quad (13)$$

即:

$$\frac{\int_0^\infty |\tilde{F}(\omega) \left[1 - \cos \frac{\omega}{c} (\sqrt{z^2 + \rho_0^2} - z^2) \right]| d\omega}{1/z^2} \sim \int_0^\infty \omega^2 |\tilde{F}(\omega)|^2 d\omega \rightarrow \infty. \quad (14)$$

式中“ \sim ”表示当 $z \rightarrow \infty$ 时,由它相连的两式等价。在(14)中假设被积函数在积分下限处连续,根据广义积分发散判据可知:

$$|\tilde{F}(\omega)| \sim O(\omega^{-\beta}), \quad \beta < \frac{3}{2} \quad (\text{当 } \omega \rightarrow \infty \text{ 时}) \quad (15)$$

另一方面,根据能量有限的限制可知:

$$\int_0^\infty |\tilde{F}(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (16)$$

故有:

$$|\tilde{F}(\omega)| \sim O(\omega^{-\beta}), \quad \beta > \frac{1}{2} \quad (\text{当 } \omega \rightarrow \infty \text{ 时}) \quad (17)$$

综合考虑(15)和(17)式可知:

$$|\tilde{F}(\omega)| \sim O(\omega^{-\beta}), \quad \frac{1}{2} < \beta < \frac{3}{2} \quad (\omega \rightarrow \infty) \quad (18)$$

此式即是能产生 EMM 的 $\tilde{F}(\omega)$ 应满足的条件。

根据(18)式,我们可以方便地选择一些激励信号形式。

设:

$$f(t) = \begin{cases} I_0 t^{\beta-1} e^{-\zeta t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (19)$$

即:

$$\tilde{F}(\omega) = \frac{I_0 \Gamma(\beta)}{(\zeta + j\omega)^\alpha} \quad (20)$$

根据(18)式可知,只要 $1/2 < \beta < 3/2$, $G_z(z)$ 应具有 $O(z^{-\alpha})$ ($0 < \alpha < 2$) 的衰减率。下面具体验证一下。

选择 I_0 为:

$$I_0^2 = \frac{2\zeta^{2\beta-1}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\beta - \frac{1}{2}\right) \Gamma(\beta)} \quad (21)$$

则有:

$$\int_0^\infty |\tilde{F}(\omega)|^2 d\omega = 1 \quad (22)$$

式中已隐含条件 $\beta > \frac{1}{2}$, 否则积分不收敛。

将(20)式代入(10)式,并设 $\frac{\mu_0 c}{4\pi} = 1$, 考虑到(22)式并应用积分公式^[7]:

$$\int_0^\infty (\beta^2 + x^2)^{\nu-\frac{1}{2}} \cos ax dx = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2\beta}{a}\right)^\nu \cos \pi\nu \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right) K_{-\nu}(a\beta), \quad (23)$$

$$\left(a > 0, \operatorname{Re} \beta > 0, \operatorname{Re} \nu < \frac{1}{2} \right)$$

得:

$$G_z(z) = 1 - \frac{2\zeta^{\beta-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(\beta - \frac{1}{2}\right) c^{\beta-1/2}} \left(\frac{\delta}{2}\right)^{\beta-\frac{1}{2}} K_{\beta-\frac{1}{2}}\left(\frac{\zeta}{c} \delta\right) \quad (24)$$

式中 $\delta = (z^2 + \rho_0^2)^{1/2} - z$, $K_\nu(t)$ 为虚宗量 Hankel 函数^[8], 当 $z \rightarrow \infty$ 时, $\delta \rightarrow 0$, 故应用小宗量 Hankel 函数近似式,得^[9]:

$$G_z(z) \sim O\left(\frac{1}{z^{2\beta-1}}\right). \quad (25)$$

显然,只要 $1/2 < \beta < 3/2$, $G_z(z)$ 就能以比 z^{-2} 慢的速率下降,这与直接应用(18)式

所得的结果一致。

在这里, $f(t)$ 在时间轴上无限延伸, 这是物理不可实现的, 那么信号后尾对大距离场有多大影响呢? 经研究发现^[9], 大距离场特性主要取决于信号前沿, 即高频特性, 由具体计算可知, 对一些 $f(t)$, 若将其改为:

$$g(t) = \begin{cases} f(t), & (0 < t \leq \beta) \\ 0, & (t > \beta) \end{cases} \quad (26)$$

大距离场的衰减特性不变。

三、几种可能的 EMM 系统

上节讨论了圆片电流分布式 EMM 系统激励信号的选择问题, 本节将进一步提出几种结构更简单、更趋近实用的 EMM 系统。

1. 中心馈电圆片状 EMM 系统(见图 2)

设电流分布为:

$$\mathbf{J}(\omega, \varphi) = \begin{cases} \tilde{J}_0(\omega) \cos \varphi \delta(z) \mathbf{u}_\rho, & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (27)$$

选择中心轴线为 EMM 行走路线, 可得 z 轴上的频域矢量位表达式为:

$$\mathbf{A}(\omega, z) = \frac{j\mu_0}{4k} \tilde{J}_0(\omega) (e^{-ikR_1} - e^{-ikz}) \mathbf{u}_z \quad (28)$$

式中 $R_1 = \sqrt{z^2 + \rho_0^2}$

在大距离区域 ($z \gg \rho_0$) 有(见附录):

$$\tilde{S}_z = (\tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{H}}^*) \cdot \mathbf{u}_z = \tilde{E}_z \tilde{H}_y^* = -\frac{j\omega}{u_0} A_z \left. \frac{\partial A_z^*}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (29)$$

式中 \tilde{S}_z 为 z 轴上沿 z 轴正向的 Poynting 矢量的幅值, 从(29)式可得:

$$G_z(z) = B \int_0^\infty |\tilde{J}_0(\omega)|^2 [1 - \cos k(R_1 - z)] d\omega \quad (30)$$

式中, $B = \mu_0 c / 8\pi$. 显见, (30)式和(10)式完全类似, 只要选择 $\tilde{J}_0(\omega)$ 使其满足(18)式, 则 $G_z(z)$ 在大距离区域一定能有 EMM 效应。

2. 线栅状 EMM 系统

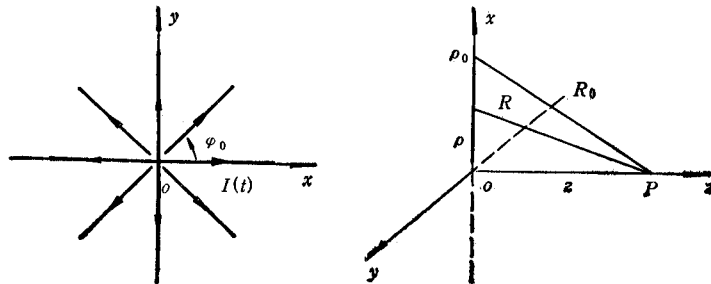


图 3

长为 ρ_0 的 n 根线 ($n = 4k$, k 为整数) 均匀分割一圆 (如图 3), 线间夹角 $\varphi_0 = 2\pi/n$, 选择线上电流分布为:

$$I_m = \begin{cases} I_0(\rho) \cos m\varphi_0 \mathbf{u}_m, & 0 < \rho \leq \rho_0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (\text{在第 } m \text{ 根线上}) \quad (31)$$

式中 $\mathbf{u}_m = \cos m\varphi_0 \mathbf{u}_x + \sin m\varphi_0 \mathbf{u}_y$, 表示第 m 根线的指向。

选择中心轴线为 EMM 行走路线, 则矢量位在 z 轴上的表示式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_z &= \frac{\mu_0 \tilde{I}_0(\omega)}{4\pi} \int_0^{\rho_0} \frac{\rho e^{-ik\sqrt{z^2+\rho^2}}}{\sqrt{z^2+\rho^2}} d\rho \sum_{m=1}^n \left[\cos^2 m\varphi_0 \mathbf{u}_x + \frac{1}{2} \sin 2m\varphi_0 \mathbf{u}_y \right] \\ &= \frac{jn\mu_0}{8\pi k} \tilde{I}_0(\omega) (e^{-ikR_1} - e^{-ikz}) \mathbf{u}_z \end{aligned} \quad (32)$$

式中 $R_1 = \sqrt{z^2 + \rho_0^2}$ 。

采用推导(30)式的类似方法, 则当 $z \gg \rho_0$ 时, 有:

$$G_z(z) = B \int_0^{\infty} |\tilde{I}_0(\omega)|^2 [1 - \cos k(R_1 - z)] d\omega \quad (33)$$

式中 $B = n^2 \mu_0 c / (64\pi^3)$ 。

显然, 只要 $|\tilde{I}_0(\omega)|$ 的选择满足(18)式, 该系统即为 EMM 系统

3. 双极线天线型 EMM 系统

现在讨论一种结构最简单的 EMM 系统——类似于双极线天线的 EMM 系统。

线中心置于原点, 线位于 Oxy 面内, z 轴仍选择为 EMM 行走路径 (如图 4)。设线上电流分布为:

$$I(\xi) = \begin{cases} I_0(\xi) |\xi| \mathbf{u}_\xi, & -L \leq \xi \leq L \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (34)$$

图 4

则可求得:

$$\mathbf{A}_z = \frac{j\mu_0 \tilde{I}_0(\omega)}{2\pi k} (e^{-ikR_1} - e^{-ikz}) \quad (35)$$

用与前类似的方法推导可得:

$$G_z(z) = B \int_0^{\infty} |\tilde{I}_0(\omega)|^2 [1 - \cos k(R_1 - z)] d\omega \quad (36)$$

式中 $B = \mu_0 c / 4\pi^3$, $R_1 = \sqrt{z^2 + \rho_0^2}$ 。

只要 $|\tilde{I}_0(\omega)|$ 的选择与(18)式中的 $|\tilde{F}(\omega)|$ 相同, 则 $G_z(z)$ 一定具有远区慢衰减特性。

4. 口径面天线型 EMM 系统

前面给出了三种可能的 EMM 系统, 但要在一指定了形状和馈电点的导体天线上仅靠调节馈源而产生指定的电流分布几乎是不可能的。由于用一阵列能产生任意指定的口径面场分布, 所以下面给出用口径面天线来实现的 EMM 系统。

在任何带宽条件下都能满足所需精度的大距离衍射场的 Helmholtz-Kirchoff 标量积分公式的近似表达式为^[9-10]:

$$\tilde{E}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \tilde{E}(\xi, \eta) jk \left[\cos\theta \left(1 + \frac{1}{jkR} \right) + 1 \right] \frac{e^{-ikR}}{R} d\xi d\eta \quad (37)$$

式中 $\tilde{E}(r, \theta, \varphi)$ 表示满足 Helmholtz 波动方程的某个标量, $\tilde{E}(\xi, \eta)$ 则表示口径面上相应标量的分布, $R = |\mathbf{R}| = |\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}|$ 表示源点 (ξ, η) 到场点 $P(r, \theta, \varphi)$ 的距离.

由于 $r \gg \rho_0$ 区域的场主要由高频分量决定, 故(37)式可简化为^[9]:

$$\tilde{E}(r, \theta, \varphi) = jk \frac{1 + \cos\theta}{4\pi} \iint_S \frac{e^{-ikR}}{R} \tilde{E}(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (38)$$

设口径面上有沿 x 向的切向电场分布 $\tilde{E}_x(\rho, \eta)$, 由(38)式可求出 $P(r, \theta, \varphi)$ 处的 \tilde{E}_x . 而由 Maxwell 方程可得:

$$\tilde{H} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\mathbf{u}_y \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} - \mathbf{u}_z \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} \right). \quad (39)$$

由(7)式可得:

$$G_x(r) = \frac{j}{2\pi\mu_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\omega} \tilde{E}_x \frac{\partial \tilde{E}_x^*}{\partial z} d\omega \quad (40)$$

设在 xy 面有一口径, 口径场分布为:

$$\tilde{\mathbf{E}}(\xi, \eta) = \begin{cases} \xi\eta\tilde{E}(\omega)\mathbf{u}_x, & (0 \leq \xi \leq a) \\ & (0 \leq \eta \leq a) \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (41)$$

应用(38)式可得:

$$\tilde{E}_x(\omega, z) = -\frac{\tilde{E}(\omega)}{2\pi} \left[e^{-kjR_1} \left(\frac{j}{k} R_2 + \frac{1}{k^2} \right) + e^{-ikz} \left(\frac{j}{k} z - \frac{1}{k^2} \right) - \frac{2j}{k} R_1 e^{-ikR_1} \right] \quad (42)$$

式中 $R_1 = \sqrt{z^2 + a^2}$, $R_2 = \sqrt{z^2 + 2a^2}$. 而

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} &\approx \frac{\tilde{E}(\omega)}{2\pi} \left(\frac{j}{k} + kz \right) (2e^{-ikR_1} - e^{-ikR_2} - e^{-ikz}) \\ &+ \frac{j}{2\pi} \tilde{E}(\omega) (e^{-ikR_2} - e^{-ikz}) \end{aligned} \quad (43)$$

所以对于大的 z 和 k , 可得:

$$G_x(z) \approx \frac{zc}{4\pi^2\mu_0} \int_0^\infty \frac{|\tilde{E}(\omega)|^2}{\omega^2} [\sin\delta_1\omega + \sin\delta_2\omega - \sin\delta_3\omega] d\omega \quad (44)$$

式中 $\delta_1 = \frac{1}{c}(R_2 - R_1)$, $\delta_2 = \frac{1}{c}(R_1 - z)$, $\delta_3 = \frac{1}{c}(R_2 - z)$. 选择

$$E(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(v+1)} e^{-at} t^{v-1} L_1^{v-1}(at), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (45)$$

则^[11]

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{j\omega}{(j\omega + a)^{\nu+1}} \quad (46)$$

为了使输入信号能量有限,即

$$\int_0^{\infty} |\tilde{E}(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (47)$$

要求 $\nu > \frac{1}{2}$, 令 $\sigma = \nu + 1$, 则 $\sigma > \frac{3}{2}$.

将(46)式代入(44)式,得:

$$G_z(z) = A(\sigma)[F(\delta_1) + F(\delta_2) - F(\delta_3)]z \quad (48)$$

式中

$$F(\delta) = \delta^{\sigma-\frac{1}{2}}[I_{\sigma-\frac{1}{2}}(a\delta) - L_{\frac{1}{2}-\sigma}(a\delta)],$$

$$A(\sigma) = \frac{c\Gamma(1-\sigma)\sqrt{\pi}}{2^{\sigma+5/2}\pi^3\mu_0 a^{\sigma-\frac{1}{2}}}$$

这里, $I_\nu(z)$ 为 ν 阶虚宗量 Bessel 函数, $L_\nu(z)$ 是 ν 阶变形 Struve 函数^[7-9].

当 $z \rightarrow \infty$ 时, $\delta \rightarrow 0$,

$$F(\delta) \sim \frac{z a^{\sigma-\frac{1}{2}} \delta^{2\sigma-1}}{2^{\sigma-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\sigma + \frac{1}{2}\right)} - \frac{z a^{\frac{1}{2}-\sigma} \delta}{2^{\frac{1}{2}-\sigma} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{5}{2}-\sigma\right)} \quad (49)$$

因此

$$G_z(z) \sim B(\sigma) \frac{1}{z^{2\sigma-2}}. \quad (50)$$

式中

$$B(\sigma) = A(\sigma) \frac{a^{3\sigma-\frac{1}{2}}}{2^{\sigma-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\sigma + \frac{1}{2}\right)} \left(\frac{1}{2^{2\sigma-2}} - 1 \right).$$

从(50)式可见,只要选择 $\frac{3}{2} < \sigma < 2$, 即有

$$\frac{1}{2} < \nu < 1 \quad (51)$$

$G_z(z)$ 在大距离区域中的衰减率一定比 z^{-2} 慢,且系统能量有限. 所以这系统亦是一种可能的 EMM 系统.

四、结 论

本文给出了几种可能的 EMM 系统,它们所产生的辐射场都具有电磁导弹效应. 但实际构成这类系统还有许多理论和技术难题有待解决.

另外,由(3)式知:

$$\oiint_S \mathbf{S} \cdot n dS < \infty \quad (52)$$

式中 \mathbf{S} 为 Poynting 矢量, S 为包围 A 的任一封闭面。

那么由(52)可知, 应该有

$$\bar{G}S < \infty \quad (53)$$

成立。这里 \bar{G} 表示 G 在 S 面上的平均值。当 $r \rightarrow \infty$ 时, 球面积 $S \sim O(r^2)$, 故 $\bar{G} \sim O(r^{-2})$ 。

既然 \bar{G} 以 r^{-2} 速率下降, 但由前知道 G 在一些方向上以 $r^{-\alpha}$ ($0 < \alpha < 2$) 速率下降, 因此在另一些方向上必然要以 $r^{-\beta}$ ($\beta > 2$) 速率下降。这样, 在大距离区域, G 随 r 的衰减率与方向有关。这与稳态辐射场中远区能量均以 $1/R^2$ 速率衰减的概念不同。这是瞬态场所特有的性质, 它使得稳态辐射方向图的概念在这儿不能使用。

在大距离区域, 空间各方向的场和能量随距离变化的普遍特性是什么呢? 在瞬态场情况下, 是否能得出与稳态场 Sommerfeld 辐射条件相对应的瞬态辐射条件呢? 这些是尚未解决但又很有意义的问题。

作者深切感谢电子所沈浩明教授自始至终给予的关心和帮助, 感谢任朗教授所给予的许多帮助, 感谢高依纳教授、司重生副教授、毛志伋副教授审阅了原稿并提出不少有益的建议。

附录 在大距离情况下, 计算 z 轴上的 z 向 Poynting 矢量时, 用

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\omega\mu_0\epsilon_0} \nabla\nabla \cdot \mathbf{A} - j\omega\mathbf{A}$$

和使用 $\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A}$ 所产生的差别是可以忽略的。

证明 z 向 Poynting 矢量为:

$$\tilde{S}_z = \mathbf{E} \times \tilde{\mathbf{H}}^* \cdot \mathbf{z} = \tilde{E}_x \tilde{H}_y^* \quad (\text{A-1})$$

当

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{j}{\omega\mu_0\epsilon_0} \nabla\nabla \cdot \mathbf{A} - j\omega\mathbf{A} \text{ 时,} \\ \tilde{E}_x &= \frac{j}{\omega\mu_0\epsilon_0} \frac{\partial^2 \tilde{A}_x}{\partial x^2} - j\omega\tilde{A}_x \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

考察上式第一、第二项在大距离情况下的比值:

$$R = \frac{\frac{j}{\omega\mu_0\epsilon_0} \frac{\partial^2 \tilde{A}_x}{\partial x^2}}{j\omega\tilde{A}_x} \sim \frac{\partial^2 \tilde{A}_x / \partial x^2}{\omega^2 \tilde{A}_x} \quad (\text{A-3})$$

在 z 轴上, 对于圆盘 EMM 系统情况, 有:

$$\tilde{A}_x \Big|_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \frac{j\mu_0 \tilde{F}(\omega)}{2k} (e^{-jkR_1} - e^{-ikz}) \quad (\text{A-4})$$

考虑到在大距离区域, \tilde{A}_x 的振幅中 $1/R$ 与 $1/z$ 之间的差别可忽略, 则有:

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}_x}{\partial x^2} \Big|_{\substack{x=0 \\ y=0}} = \frac{\partial^2 \tilde{A}_x(x, 0, z)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \approx \frac{\tilde{F}(\omega)\mu_0}{4\pi z} \left[\int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{-ikR} \rho d\rho d\varphi \right] \Big|_{x=0} \quad (\text{A-5})$$

式中

$$R = \sqrt{z^2 + (x - \rho \cos \varphi)^2 + \rho^2 \sin^2 \varphi}.$$

而

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{-ikR} \Big|_{x=0} &\approx \left(-\frac{ik}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} - \frac{k^2 \rho^2}{2z(z^2 + \rho^2)^{3/2}} \right) e^{-ik\sqrt{\rho^2 + z^2}} \\ &+ \left(\frac{ik\rho}{z} \cos \varphi - \frac{k^2 \rho^2}{z^2} \cos 2\varphi \right) e^{-ik\sqrt{z^2 + \rho^2}} \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

将 (A-6) 式代入 (A-5) 式, 得:

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}_z}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \approx \frac{\mu_0 \tilde{F}(\omega)}{2z} \left(\frac{1}{2} + \frac{j}{zk} \right) (e^{-ikR_1} - e^{-ikz}) \quad (\text{A-7})$$

将 (A-4) 式和 (A-7) 式代入 (A-3) 式得:

$$R \sim \frac{1}{\omega z} \left(\frac{1}{2} + \frac{j}{zk} \right) \rightarrow 0 \quad (\text{A-8})$$

对于其它 EMM 系统情况可完全类似地证明。证毕

参 考 文 献

- [1] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1941, Chap. 8.
- [2] 任朗, *天线理论基础*, 人民邮电出版社, 1980 年.
- [3] J. N. Brittingham, *J. Appl. Phys.*, 54(1983), 1179.
- [4] Wu Tai Tsun, R. W. P. King, *J. Apps Phys.*, 56(1984), 2587.
- [5] WU Tai Tsun, Harry Lehmann, *J. Appl Phys.*, 58(1985), 2064.
- [6] Wu Tai Tsun, *J. Appl Phys.*, 57(1985), 2370.
- [7] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, New York, 1980.
- [8] M. P. Beteman, *Higher Transcendental Functions*, Edited by A. Erdelyi, McGraw-Hill, New York, 1953.
- [9] 詹军, *瞬态辐射场的远区特性*, 北京广播学院硕士学位论文, 1986 年.
- [10] S. Silver, *Microwave Antenna Theory and Design*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1949.
- [11] F. Oberhettinger, L. Badii, *Table of Laplace Transforms*, Springer-Verlag, New York, 1973.

ELECTROMAGNETIC MISSILE SYSTEMS

Zhan Jun

(Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing)

Li Xiaoxu

(Beijing Broadcasting Institute, Beijing)

ABSTRACT The theory of electromagnetic missiles established by T. T. Wu (1985) is developed. The asymptotic condition for the spectrum of the exciting signal of the electromagnetic missile system is derived and several kinds of possible electromagnetic missile systems are given.

KEY WORDS Electromagnetic missile; Asymptotic condition of spectrum; Transient field